



Technische Physik

Unterrichtsplanung für FTM1

Inhaltsverzeichnis

LPE 01 Dynamik

Schwerpunkt ist der Umgang mit Formeln,
Zeit etwa bis zu den Herbstferien.

Kinematik (Bewegungslehre).....4	
Bewegungszustände in Diagrammen	
($a = \text{const.}$).....	
gleichförmige Bewegung ($v = \text{konst. bzw.}$	
$a = 0$).....	
gleichmäßig beschleunigte Bewegung $a \neq 0$.	
Größen.....	
Basisgrößen.....	
abgeleitete Größen.....	
Gleichungen für Bewegungen.....5	
Grundgleichungen.....	
Überlegungen zu den Grundgleichungen.....	
beteiligte Größen insgesamt.....	
beteiligte Größen in einer Gleichung.....	
Schlussfolgerungen.....	
Musteraufgaben-Arbeitsplan.....	
Formelsammlung lineare Bewegungen.....	
gesucht \rightarrow	
unbeteiligt \downarrow	
Herleitungen für die Formelsammlung.....	
Direkt aus einer Grundgleichung.....	
Mit beiden Grundgleichungen.....	
Mehrere (aufeinanderfolgende) Bewegun- gen.....9	
Lösungshinweise.....	
Zusammengesetzte Bewegungen.....9	
Grundlagen.....	
Wurf ($\alpha_x = 0, a_y = g$).....	
Wertetabelle für x und y erweitern (außer Δt).....	
Veranschaulichung im s_y - s_x -Diagramm.....	
Waagerechter Wurf ($\alpha_x = 0, a_y = g, v_{y0} = 0$).....	
Schräger Wurf ($\alpha_x = 0, a_y = g, v_{y0} \neq 0$).....	
schräger Wurf ($v_{y0} \neq 0$ bzw. $\alpha \neq 0$).....	
Gleichförmige Drehbewegung.....11	
Umfangsgeschwindigkeit v_u	
Mittelpunktschwindigkeit v_m	
Winkelgeschwindigkeit.....	
Winkelangaben in Radiant.....	
Winkel- \leftrightarrow Umfangsgeschwindigkeit.....	
ω, t - Diagramm.....	
Analogie φ, v_u bzw. n	

Register 1

LPE 08 Statik: Einführung

In FTM1 ab Herbstferien; Begründung \rightarrow
Vorüberlegungen zum Thema Dynamik

Kraft und Beschleunigung.....13	
Newton 1: Trägheitsprinzip.....	
Newton 2: Aktionsprinzip.....	
Gewichtskraft.....	
Newton 3: Reaktionsprinzip.....	
Prinzip von d'Alembert.....	
Statik.....14	
Definition, Zweck.....	
Vereinfachungen für die Schule.....	
Darstellungen von Kräften.....	
Rechnen mit Kräften in der Statik.....	
Gleichgewichtsbedingungen (allg.).....	
Die Hauptachsen im Raum.....	
Gleichgewichtsbedingungen 3D/2D.....	
Aufgabe lösbar in der Ebene?.....	
Aufgabe lösbar am Punkt?.....	
Das Reaktionsprinzip und seine Folgen.....	

Register 2

Statik I: Zentrales Kräftesystem

Kräfte am Punkt zeichnerisch ermitteln...15	
Zusammensetzen von Kräften.....	
0. Lageplanskizze.....	
1. Lageplan.....	
2. Kräfteplan.....	
3. Resultierende F_R / Gegenkraft F	
Zerlegen von Kräften.....	
4. F_R auf 2 Wirklinien verteilen.....	
Lösungsgedanke bei grafischen Lösungen.....	
Kräfte am Punkt berechnen.....16	
Zusammensetzen – systematische Lsg.....	
1. Lageplanskizze.....	
2. Koordinatensystem festlegen.....	
3. Tabelle der Kräfte erstellen.....	
4. Kräfte in Komponenten zerlegen.....	
5. Komponenten addieren.....	
6. Betrag $ F_R $ der Resultierenden.....	
7. Richtung α_R der Resultierenden.....	
Zerlegen - individuelle Lösung.....	
Rechtwinklige Dreiecke.....	
Beliebige Dreiecke.....	
Systematische Lösung – Zerlegen.....	
8. Kräftegleichgewichte $\Sigma F_x = 0$ und $\Sigma F_y = 0$	

Klassenarbeit

Überleitung Statik I \rightarrow Statik II

Resultierende Kraft in der Ebene berech- nen.....18	
Anwendung.....	
Arbeitsplan.....	
1. - 7. F_R und α_R wie im zentralen KS.....	
8. Lage von F_G / F_R per $\Sigma M = 0$	
8a. Drehpunkt wählen.....	
7b. Momentengleichgewicht $\Sigma M = 0$	

Register 3

Freimachen

Freimachen von Körpern.....19	
Zweck.....	
Vorgehensweise.....	
1. Baugruppe wählen.....	
2. Alle Kräfte eintragen.....	
3. Bekannte Kräfte mit Richtung.....	
4. Unbekannte Kräfte.....	
5. Lösbarkeit prüfen.....	
6. Lageplanskizze anfertigen.....	
Hinweise auf Richtungen von Kräften.....	
Seile, Ketten usw.....	
Zweigenkstäbe (Pendelstützen).....	
Berührflächen.....	
Rollkörper.....	
Lose und feste Lager.....	
Einwertige Lager (Loslager).....	
Zweiwertige Lager (Festlager).....	
Dreiwertige Lager.....	

Statik II – in der Ebene

Auflagerkräfte in der Ebene berechnen...21	
Arbeitsplan.....	
1. Freimachen + Lageskizze erstellen.....	
2. Richtungen für unbekannte Kräfte anneh- men (s.o.).....	
3. Gleichgewichtsbedingungen ansetzen + Gleichungssystem lösen.....	
mögliche Vereinfachungen.....	
4. Momentengleichgewicht $\Sigma M = 0$	

5 Kräfte in Bemaßungsrichtung zerlegen.....	
6. Kräftegleichgewichte $\Sigma F_x = 0$ und $\Sigma F_y = 0$	
7. ggf. zusätzliche Gleichungen.....	
8. Gleichungssystem lösen.....	
9. Betrag und Richtung ermitteln.....	
10. Plausibilität prüfen.....	

Fachwerke.....22	
Rittersches Schnittverfahren.....	

Notizen.....23	
-----------------------	--

Klassenarbeit

Register 4

LPE 09 Festigkeitslehre

Vorher ggf. Zugversuch wiederholen

Zugversuch.....24	
Zweck.....	
Durchführung.....	
Zugprobe.....	
Ablauf.....	
Standardisierung.....	
Zugkraft $F \leftrightarrow$ Zugspannung σ_z	
Längenänderung $\Delta L \leftrightarrow$ Dehnung ϵ	
Spannungs-Dehnungs-Diagramm.....	
mit ausgeprägter Streckgrenze.....	
ohne ausgeprägte Streckgrenze.....	
Vorgänge im Werkstoff.....	
elastische Verformung.....	
Einschwingverhalten.....	
plastische Verformung.....	
Kaltverfestigung.....	
Einschnürung.....	
Kennwerte aus dem Zugversuch.....	
Streckgrenze R_e – Dehngrenze $R_{p0,2}$	
(Der) Elastizitätsmodul E	
Zugfestigkeit R_m	
Bruchdehnung $A (=A_5)$ oder A_{10}	
Brucheinschnürung Z	
Streckgrenzenverhältnis V_s	
Bruchdehnung $A_5 \leftrightarrow A_{10}$	
Zusammenhang zwischen A_5, A_{10} und A_g	
Zugversuch im Mindmap.....27	
Festigkeitsberechnungen.....28	
Kräfte ermitteln.....	
Äußere Kräfte: Freimachen (\rightarrow Statik).....	
Innere Kräfte: Freischneiden.....	
Beanspruchungsarten.....	
Belastungsfälle, Lastfälle.....	
Lastfall I: Ruhende Belastung.....	
Lastfall II: Schwellende Belastung.....	
Lastfall III: Wechselnde Belastung.....	
Überlagerte Spannungen.....	
Allzweckformel für Festigkeitslehre.....29	
Übersicht über die Formelgrößen.....	
Zugfestigkeit.....30	
Allzweckformel für Zugfestigkeit.....	
Festigkeitswerte $\sigma_{z\text{grenz}}$	
Belastungsfall 1.....	
Belastungsfall 2.....	
Belastungsfall 3.....	
Sonderfälle.....	
Stahlseil mit Einzeldrähten.....	
iterative Rechnung.....	
(Rundglieder-)Kette.....	
Schrauben (Gewinde).....	
Druckfestigkeit.....30	
Allzweckformel für Druckfestigkeit.....	
Festigkeitswerte $\sigma_{d\text{grenz}}$	
Scherung und Flächenpressung.....31	



Flächenpressung, Lochleibung.....	
Allzweckformel für Flächenpressung.....	
Festigkeitswerte p_{zul}	
Scherfestigkeit und Schneidkräfte.....	
Allzweckformeln für Scherung.....	
Festigkeitswerte τ_{Grenz}	
Auswahl treffen.....	
Normzahlen.....	
Sonderfälle.....	
Lochleibung.....	
Passfedern.....	
Stanzen.....	
Rollen- bzw. Hülsenketten.....	
Flyerketten.....	
Biegefestigkeit.....32	
Biegemoment.....	
Biegespannung.....	
Spannungsverlauf im Biegequerschnitt.....	
Allzweckformel für die Biegefestigkeit.....	
Festigkeitswerte σ_{Grenz}	
Biegetauglichkeit verschiedener Profile.....	
Biegehauptgleichung.....33	
Herleitung für ein Rechteckprofil.....	
Biegehauptgleichung.....	
(axiales) Widerstandsmoment W	
Herleitung für ein Rundprofil.....	
Herleitung im allgemeinen Fall.....	
Max. Biegemoment M_{bmax} ermitteln.....34	
Grafische Lösung.....	
Freimachen (Lageskizze).....	
Querkraftverlauf.....	
Biegemomente M_b aus Querkraftverlauf.....	
Biegemomentenverlauf.....	
Schlussfolgerungen für KA, Abi & Co.....	
Lösungsmöglichkeiten für M_{bmax}	
Rechnerische Lösung aus der Lageskizze.....	
Freischneiden (!).....	
Biegemomente M_b nach links oder rechts.....	
Formeln im Tabellenbuch: unbrauchbar.....	
Torsionsfestigkeit.....37	
Typische Aufgabe: Seilwinde.....	
Allzweckformeln für Torsionsfestigkeit.....	
Festigkeitswerte τ_{Grenz}	
Verdrehwinkel.....	
Torsionshauptgleichung.....	
Herleitung für ein Rundprofil.....	
polares Widerstandsmoment W_p	
LPE 03 Energie, Leistung, Wirkungsgrad	
Wärmekraftwerk.....38	
Aufbau, Ablauf.....	
Blockdiagramm.....	
Energiewandlung.....	
Energieflussdiagramm / Sankeydiagramm.....	
Energieformen.....38	
pVt-Diagramm von Wasser.....38	
Dampfprozesse (mit realen Fluiden).....39	
Wärmekraftwerk.....	
Schematische Darstellung.....	
Energiewandlung in Blockschaltbildern.....	
Rankine-Prozesse (OCR).....	
Wärmepumpen.....	
Wärmepumpe.....	
Kältemaschine.....	
(Ad-)Sorptionskältemaschine.....	
Absorptionskältemaschinen.....	
Klimaanlage.....	
Kältemittel.....	
Geschichte.....	
Energieformen.....40	
Chemische Energie (Verbrennung).....	
Formeln.....	
Brennwert \leftrightarrow Heizwert.....	
Brennstoffe.....	
Lageenergie.....	
Bewegungsenergie.....	

Masse.....	
Elektrische Energie.....	
Lageenergie.....	
Lageenergie.....	
Allgemeines.....	
Wärmeübertragung (Heizkessel \rightarrow Dampferzeuger).....42	
Wärmeleitung.....	
kinetische Gastheorie.....	
Berechnung von Wärmeströmen.....	
Wärmeleitung.....	
Konvektion.....	
thermische / freie / natürlich Konvektion.....	
Wärmestrahlung.....	
Wärmeisolierung.....	
Dampfprozess (theoretisch).....44	
T,s-Diagramm.....	
Zwischenüberhitzung.....	
Wärme im T,s-Diagramm.....	
Dampferzeugung.....44	
cv \leftrightarrow cp.....	
statistische Gastheorie: Überströmversuch.....	
Turbine.....45	
Generator.....45	
Verluste.....46	
Wirkungsgrad.....	
Carnotwirkungsgrad.....	
Energie, Exergie.....	
Darstellung.....	
Sankey-Diagramm.....	
Energieflussdiagramm.....	
Energie \leftrightarrow Leistung.....46	
Energie \leftrightarrow Leistung.....	
Drehmoment- und Leistungsverhalten...47	
Laststeuerung eines Ottomotors.....	
Verbrauchskennfeld.....	
oder Muscheldiagramm.....	
Fahrverhalten ohne Schalten.....	
Fahrverhalten mit Schalten.....	
Schlussfolgerungen.....	
PS und kW.....48	
Leistungsmessung nach James Watt.....	
Göpelantrieb.....	
Drehmoment und Leistung bei Verbrennungsmotoren.....	
wie stark etwas ist.....	
bei Geradeausbewegung.....	
Kraft F	
bei Drehbewegung.....	
Drehmoment M	
Getriebe.....	
Physikalische Zusammenhänge.....49	
Kraft.....	
Energie E	
Einheiten.....	
Arbeit W	
Wärmeenergie Q	
Kristallisationsenergie Q	
Heizwert.....	
Brennwert.....	
Nährwert.....	
Äquivalent Energie E – Masse m	
Leistung P	
Wirkungsgrad.....	
Spezifische Größen.....	
Dichte ρ	
Atommasse.....	
Heizwert.....	
Wärmekapazität.....	
Schmelzwärme (Schmelzenthalpie).....	
Ströme.....	
Volumenstrom \dot{V}	
Geschwindigkeit $v = \text{„Wegstrom } \dot{s} \text{“}$	
Massenstrom \dot{m}	
Flüchtlingsstrom.....	
Geldfluss.....	
elektrischer Strom $I = \dot{Q}$ „Ladungsstrom“.....	
Leistung $P = \dot{W}$ oder \dot{E} „Energiestrom“.....	

Reibung.....52	
Einflüsse auf die Reibung haben.....	
Normalkraft.....	
Werkstoffpaarung.....	
Oberflächengüte.....	
Schmierzustand.....	
Reibungsart.....	
Berechnung.....	
Haft- und Gleitreibung.....	
Rollreibung.....	
Gleit- oder Wälzlager.....	

LPE 07 Energiebilanzen

Energiebilanzen.....53	
Lehrplan.....	
Systeme.....	
Pendel, Feder-Masse-System.....	
Gasturbine, Verbrennungsmotor, Kraftwerk.....	
Wärmegedämmtes Haus.....	
Diagramme.....54	
Energieflussdiagramm.....	
Tortendiagramm/ Kreisdiagramm.....	
Zweck.....	
Darstellung.....	
Blockdiagramm.....	
verschiedene Beispiele.....	
Liniendiagramm (quantitativ).....	
Liniendiagramm (qualitativ).....	
Nomogramm.....	
Weg-Schritt-Diagramm.....	
Phasendiagramm, Zustandsschaubild.....	
Balkendiagramm.....	
Stabdiagramm.....	
Histogramm (kumuliert).....	
Sitzverteilung.....	
Balkendiagramm (manipulativ).....	

Klassenarbeit
Register 10

Sonstiges: Statik

Verkürzte Einführung in die Statik.....56	
Allgemeines.....	
Zeichnerische Darstellung von Kräften.....	
Vorgehensweise beim Zusammensetzen.....	
1. Lageplan (Freileitungsmast).....	
2. Kräfteplan M_K : 1200 N \approx 60 mm.....	
Drehmoment, Hebel.....57	
z.B. Schraubenschlüssel.....	
z.B. Fahrradpedal.....	
Gleichgewichtsbedingungen.....	
z.B. Schubkarre.....	
z.B. Wippe.....	
Kräftepaare.....	
Schiefe Ebene.....58	
Kräfte.....	
Steigung in %.....	
Hangabtriebskraft F_H	
Normalkraft F_N	
Bewegung.....	
Reibwinkel.....	
Auflager.....	

Sonstiges

Zugversuch im Mindmap.....59	
Kennwerte vom Zugversuch übertragen. 60	
Belastungsarten.....	
Zugbeanspruchung.....	
Druckbeanspruchung.....	
(Flächenpressung).....	
Abscherung.....	
Biegespannung.....	
Torsionsbeanspruchung.....	
Belastungsfall.....	
Abhängig von.....	
Andere Beispiele für Faktoren.....	
Lastwechsel (Wöhlerkurve).....	
Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith.....	



Festigkeitsberechnung in Kurzform.....	61
Zugversuch.....	
Spannungs-Dehnungsdiagramm.....	
Werkstoffkennwerte σ_{lim}	
Auslegung von Bauteilen.....	

Temperatur.....	62
Was ist Temperatur?.....	
Temperaturskalen.....	
Celsius und Kelvin.....	
Temperaturmessung.....	
Thermometer, Temperatursensoren.....	

Pyrometer, Thermografie.....	
Sonstige Effekte.....	
Formelzeichen.....	
Temperatur \leftrightarrow Wärme.....	
Literaturverzeichnis.....	63



LPE 01 Dynamik

Schwerpunkt ist der Umgang mit Formeln, Zeit etwa bis zu den Herbstferien.

Kinematik (Bewegungslehre)

= Beschreibung der Ortsveränderung von Körpern

Definitionen:

- Kinematik ist die Lehre vom geometrischen und zeitlichen Bewegungsablauf (ohne auf Kräfte als Ursache und Wirkung einzugehen)
- Dynamik beschäftigt sich mit dem Zusammenspiel von Kräften und Bewegungen und ist in Statik und Kinetik unterteilt.
- Statik betrachtet die Kräfte an ruhenden Körpern
- Kinetik untersucht tatsächliche Bewegungen unter der Wirkung von Kräften. Kinetik kann man auch als Statik unter Einbeziehung der Trägheitskraft nach d'Alembert ($F_T = -ma$) betrachten (F_T ist keine Kraft im newtonschen Sinne, weil es keine Gegenkraft gibt.)

1) Wir beginnen mit etwas, wovon fast jeder mitreden kann: Autofahren.

Wozu dient ein einfaches Fahrzeug? Bewegung

In der Kinematik spielen Kräfte noch keine Rolle

1) Hinweise zum Zeichnen von Diagrammen: Achsenbeschriftung, Einheiten mangels Skalen verzichtbar

2) Wdhg: Beschleunigung ist Geschwindigkeitsänderung

gleichförmige Bewegung ($v = \text{konst. bzw. } a = 0$)

Z.B. Autofahrt mit 100 km/h, Vorschubbewegung bei Werkzeugmaschinen.

s,t-Diagramm ($a=0$)

1) Bewegung mit konst Geschwindigkeit (z.B. 100km/h). Wie kann man die Veränderung des Weges über der Zeit grafisch darstellen?

s,t-Diagramm

2) Kann man im Diagramm die Geschwindigkeit erkennen?

Steigung der Kurve

3) Wie berechnet man die Geschwindigkeit?

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_1 - s_0}{t_1 - t_0} \quad \left[\frac{m}{s} \right]$$

s₀, s₁, t₀, t₁ eintragen, Streckenänderung und Zeitänderung feststellen und ins Verhältnis setzenv,t-Diagramm ($a=0$)

4) Wie kann man eine konstante Geschwindigkeit grafisch darstellen?

5) Kann man im v,t-Diagramm die Strecke erkennen?

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_1 - s_0}{t_1 - t_0} \rightarrow \Delta s = v_m \cdot \Delta t = \frac{v_1 + v_0}{2} \cdot \Delta t \text{ (Rechteckfläche!)}$$

a,t-Diagramm ($a=0$)

6) Wie groß ist die Beschleunigung, grafische Darstellung?

gleichmäßig beschleunigte Bewegung $a \neq 0$ $a < 0$ 1) $a > 0$ von „unten her“ aufbauen:

- Erst a,t-Diagramm, dann das v,t-Diagramm per Analogieschluss aus den Diagrammen bei $a=0$ herleiten: $a = \Delta v / t$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} \rightarrow \Delta v = a \cdot \Delta t = v_1 - v_0$$

Eine Basisgröße kann nicht durch andere Basisgrößen ausgedrückt werden, auch wenn die gültigen Definitionen diesen Eindruck entstehen lassen (das Meter ist zur Zeit als Lichtgeschwindigkeit im Vakuum mal $1/299792458$ Sekunde definiert).Basisgrößen des SI-Systems [Einheit] sind: Länge l [m], Masse m [kg], Zeit t [s], Stromstärke I [A], Thermodynamische Temperatur T [K], Stoffmenge n [mol], Lichtstärke I_v [cd]. Definitionen der Einheiten siehe http://de.wikipedia.org/wiki/Internationales_Einheitensystem.

Im SI-System (Système Internationale d'Unités) gilt für die Länge das Größensymbol l ([EuroTabM46] S.10 „Einheiten im Messwesen“), aber in Formeln wird dann doch s verwendet. ([EuroTabM46] S.30 „Geschwindigkeit“)

Beschleunigung meint jede Änderung der Geschwindigkeit in Betrag und/oder Richtung, also Beschleunigung (umgangssprachlich im Sinne von schneller werden), Verzögerung und Richtungsänderung. Man kann dies am Beispiel verdeutlichen: Wie übt man durch Autofahren Kräfte auf die Mitfahrer aus? Beschleunigen, Bremsen, Kurve fahren!

$$1 \frac{km}{h} = \frac{1000 m}{3600 s} = \frac{1}{3,6} \frac{m}{s}$$

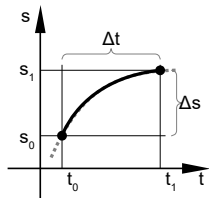
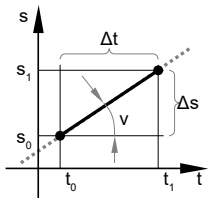
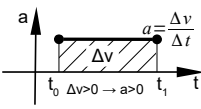
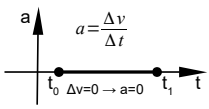
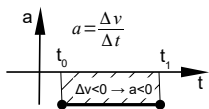
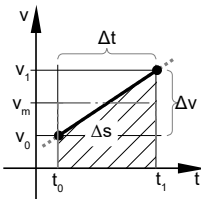
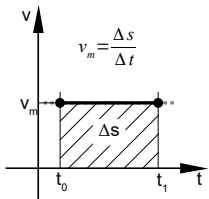
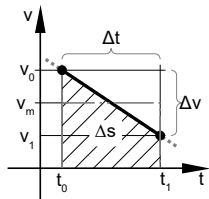
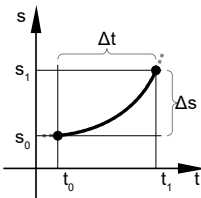
$$1 \frac{m}{s} = \frac{1000}{h} = \frac{km}{1000} \cdot \frac{3600}{h} = 3,6 \frac{km}{h}$$

2) $a < 0$ zeichnen lassen

[Böge Aufg.], Aufgabe 400-404, Musteraufgaben S.118

TPhys_TA_Dynamik-1_Längsbewegung-einfach.odt

Seitenumbruch

Bewegungszustände in Diagrammen ($a = \text{const.}$) $a < 0$  $a = 0$  $a > 0$ 

Größen

Basisgrößen

Weg(abschnitt)	$\Delta l, \Delta s$	[m]
Zeit(abschnitt)	Δt	[s]

abgeleitete Größen

Geschwindigkeit

 v in $[m/s]$ = Änderung des Weges pro Zeit

Beschleunigung

 a in $\left[\frac{m}{s^2} \right]$ = Änderung der Geschwindigkeit pro Zeit

Zeit

Vertiefung



Gleichungen für Bewegungen

Grundgleichungen

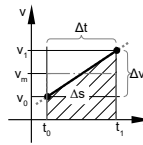
s,t-Diagramm ergänzen

I) $\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{Ortsänderung}}{\text{Zeitabschnitt}}$

$$\frac{v_0 + v_1}{2} = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \left[\frac{m}{s} \right]$$

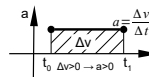
$$\Delta s = s_1 - s_0 \quad \text{oder nur } s \text{ für } s_0 = 0$$

$$\Delta t = t_1 - t_0 \quad \text{oder nur } t \text{ für } t_0 = 0$$



II) $\text{Beschleunigung} = \frac{\text{Geschwindigkeitsänderung}}{\text{Zeitabschnitt}}$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{\Delta t} \left[\frac{m}{s^2} \right]$$



Überlegungen zu den Grundgleichungen

beteiligte Größen insgesamt

a, Δs, Δt: 3 unabhängige Größen

v₀, v₁: oder

Δv, v_m: 2 unabhängige Größen

(in [EuroTabM46] leicht zu verwechseln)

insgesamt: 5 Größen

beteiligte Größen in einer Gleichung

$$a = \frac{v_1 - v_0}{\Delta t} \quad v_m: \frac{v_0 + v_1}{2} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

enthalten jeweils 4 Größen, davon eine gesuchte Größe

Schlussfolgerungen

– Wenn man 3 Größen kennt, kann man die 4. Größe berechnen

– Die 5. Größe kann unbeteiligt bleiben.

Musteraufgaben-Arbeitsplan

1. v,t – Diagramm skizzieren
2. Grundgleichungen hinschreiben
3. Von den 5 Grundgrößen Δs, Δt, a, v₀ und v₁ müssen 3 gegeben sein.
4. Wenn die gesuchte Größe nicht mit einer Grundgleichung gelöst werden kann, kann man wie folgt vorgehen:
 - beide Grundgleichungen nach der unbeteiligten (weder gegeben noch gesucht) Größe auflösen
 - die gewonnenen Gleichung gleichsetzen (→ unbeteiligte Größe fliegt raus) und
 - nach der gesuchten Größe umformen

Vertiefung

Gedanke:

Technikerschüler kämpfen zu Beginn ihrer Ausbildung noch mit mathematischen Grundregeln, deshalb sollte man hier ausführlich vorgehen. Außerdem ist die Arbeit mit den Formeln aus einer Formelsammlung fehlerträchtig und fördert kaum Verständnis. Deshalb werden hier alle Formeln für die Kinematik anhand entsprechender Aufgaben hergeleitet, vor allem um den Umgang mit Formeln zu üben.

1) Fläche im v,t-Diagramm ist ein Trapez. Formel?

2) $(v_0 + v_1)/2$ nachträglich ergänzen

Die Übereinstimmung zur Schreibweise aus [EuroTabM46] lässt sich für v₀ = 0 oder v₁ = 0 zeigen, indem man die Formelzeichen abdeckt. s₀ bzw. t₀ spielen keine große Rolle, da sie immer 0 sein können.

$$\Delta s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t$$

Für die Flächen wird allgemein das Formelzeichen A und für Querschnittsflächen S verwendet. S ist ungünstig, weil es mit dem Weg s verwechselt werden kann.

Formel → ([EuroTabM46] „Geschwindigkeit“)

3) *Vergleiche: Beschleunigung eines PKW von 0 auf 100 km/h in 5 s:*

$$a = \frac{v_1 - v_0}{\Delta t} = \frac{(100 - 0) \frac{km}{h}}{5s} = \frac{100000m}{3600s \cdot 5s} = 5,56 \frac{m}{s^2} < 9,81 \frac{m}{s^2}$$

Merke: auch hoch motorisierte Fahrzeuge beschleunigen im freien Fall am schnellsten:

4) *Wie viele Größen stecken in den Glchg. I und II? TA Zeile 3 (ges:)*

– In der Schreibweise mit a, v₀, v₁, Δt bzw. v₀, v₁, Δs, Δt sind es auch 5 Größen, aber mit 3 Überschneidungen → besser geeignet.

5) *Statt v₀, v₁ geht auch v₀, Δv bzw. v_m, v₁ usw. Umrechnungen?*

– Wenn man zwei Angaben über die Geschwindigkeit kennt, kann man die anderen berechnen.

TA Zeile 1,4, Herleitungen

6) *Wie viele Größen sind in 1 Gleichung beteiligt? Schlussfolgerung?*

– In den Grundgleichungen sind mit a, v₀, v₁, Δt bzw. v₀, v₁, Δs, Δt je 4 Größen beteiligt, von denen 1 Größe gesucht wird. Die 5. Größe ist unbeteiligt.

7) *Schlussfolgerung?*

Die Geschwindigkeit taucht zwar in 4 Größen auf, unabhängig sind aber nur 2: v₀, v₁.

1) *Übersicht über die Gleichungen ausfüllen*

– Jede Aufgabe wird zunächst untersucht, zu welches Tabellenfeld sie gehört. Wenn die Formel dazu noch nicht vorhanden ist, wird sie bei der Lösung der Aufgabe hergeleitet und in die Tabelle eingetragen. Nach und nach ergibt sich so eine vollständige Formelsammlung.

[Böge, Techn. Mechanik], Musteraufgaben S.150ff

Probleme in KA

[Böge Aufg.] 405, 411, 415, 416, 417-432

1) *Üb 405:*

- Einheiten umformen, indem man unerwünschte durch gewünschte Einheiten ersetzt: 1 sm = 1,852 km; 1 d = 24 h; 1 min = 1/60 h .. Das Verfahren ist universell einsetzbar
- Meile als Längenmaß gibt es in verschiedenen Varianten, z.B. 1 sm = 1 NM = 1852 m; 1 internationale Meile 1609,344 m (1959 wurden verschiedene angloamerikanische Längeneinheiten vereinheitlicht), 1 röm. Meile = 1482 m, 1 dt. Landmeile = 7532 m

TPhys_TA_Dynamik-1_Längsbewegung-einfach.odt

Seitenumbruch

Formelsammlung lineare Bewegungen

Beispiele aus [Böge Aufg.]		3 unabhängige Größen			2 unabhängige Größen			
	gesucht →	a) Beschleunigung a	b) Weg Δs	c) Zeit Δt	d) Anfangsgeschw. v ₀	e) Endgeschw. v ₁	f) Durchschnittsg. v _m	g) G.-Differenz Δv
	unbeteiligt ↓		$\Delta s = s_1 - s_0$		$v_0 = v_1 - \Delta v$ $v_0 = 2 \cdot v_m - v_1$	$v_1 = v_0 + \Delta v$ $v_1 = 2 \cdot v_m - v_0$	$v_m = \frac{v_1 + v_0}{2}$	$\Delta v = v_1 - v_0$
I)	a	Zeile ↔ ohne a Spalte ↑ für a	411, 414a, 417, 428b $\Delta s = \Delta t \cdot v_m$ $= \Delta t \cdot \frac{v_1 + v_0}{2}$	409b $\Delta t = \frac{\Delta s}{v_m} = \frac{2 \cdot \Delta s}{v_1 + v_0}$	$v_0 = 2 \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} - v_1$	424a $v_1 = 2 \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} - v_0$	Grundgleichung 1 $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$	
II)	Δs	419 Grundgleichung 2 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	Zeile ↔ ohne Δs Spalte ↑ für Δs	422, 425, 428a $\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{v_1 - v_0}{a}$	420a $v_0 = v_1 - a \cdot \Delta t$	$v_1 = v_0 + a \cdot \Delta t$		420a $\Delta v = a \cdot \Delta t$
III)	Δt	423 $a = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2 \Delta s}$	421, 425b $\Delta s = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2 a}$	Zeile ↔ ohne Δt Spalte ↑ für Δt	421 $v_0 = \pm \sqrt{v_1^2 - 2 a \cdot \Delta s}$	427a $v_1 = \pm \sqrt{v_0^2 + 2 a \cdot \Delta s}$		
IV)	v ₀	$a = +2 \cdot \frac{v_1}{\Delta t} - 2 \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t^2}$	420b $\Delta s = v_1 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2$	$\Delta t_{a,b} = +\frac{v_1}{a} \pm \sqrt{\left(\frac{v_1}{a}\right)^2 - \frac{2 \Delta s}{a}}$	Zeile ↔ ohne v ₀ Spalte ↑ für v ₀	431a $v_1 = \frac{\Delta s}{\Delta t} + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t$		
V)	v ₁	424b $a = 2 \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t^2} - 2 \cdot \frac{v_0}{\Delta t}$	426c $\Delta s = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2$	426c, 427b $\Delta t_{a,b} = -\frac{v_0}{a} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0}{a}\right)^2 + \frac{2 \Delta s}{a}}$	431b $v_0 = \frac{\Delta s}{\Delta t} - \frac{1}{2} a \cdot \Delta t$	Zeile ↔ ohne v ₁ Spalte ↑ für v ₁		





Herleitungen für die Formelsammlung

Direkt aus einer Grundgleichung

Formel 1f	a	Δs	Δt	v_0	v_1	Δv	v_m
Aufgabe 407	0	92m	138s				?

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (1)$$

Formel 1c	a	Δs	Δt	v_0	v_1	Δv	v_m
Aufgabe 409	0	3,75m	?				1m/12m

$$1: v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v_m} \quad (1c)$$

Formel 1d	a	Δs	Δt	v_0	v_1	Δv	v_m
Aufgabe 411	0	?	20 μ s				300000m/s

$$1c: v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \Delta s = \Delta t \cdot v_m \quad (1d)$$

Vertiefungen

1d), 1e), 1g)

Formel 2a	a	Δs	Δt	v_0	v_1		
Aufgabe 419	?	-	0,5s	18 m/s	-18 m/s		

$$2a: a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Formel 2g, 2d	a	Δs	Δt	v_0	v_1		
Aufgabe 420a	-3,3 m/s ²	-	8,8s	?	0		

$$2a: a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \Delta v = a \cdot \Delta t \quad (2g)$$

$$2g: v_1 - v_0 = \Delta v = a \cdot \Delta t \rightarrow v_0 = v_1 - a \cdot \Delta t \quad (2d)$$

Mit beiden Grundgleichungen

Formel 4b	a	Δs	Δt	v_0	v_1		
Aufgabe 420b	-3,3m/s ²	?	8,8s	-	0		

$$1: v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_0}{2} \rightarrow v_0 = 2 \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} - v_1 \quad (1d)$$

$$2: a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{\Delta t} \rightarrow v_0 = v_1 - a \cdot \Delta t \quad (2d)$$

$$1d=2d: 2 \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} - v_1 = v_0 = v_1 - a \cdot \Delta t \rightarrow \Delta s = v_1 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2 \quad (4b)$$

Formel 3b, 3d	a	Δs	Δt	v_0	v_1	Δv	v_m
Aufgabe 421	-9,81m/s ²	30m	-	?	0		

$$1: v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v_m} = \frac{2 \cdot \Delta s}{v_1 + v_0} \quad (1c)$$

$$2: a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{v_1 - v_0}{a} \quad (2c)$$

$$1c=2c: \frac{2 \cdot \Delta s}{v_1 + v_0} = \Delta t = \frac{v_1 - v_0}{a} \rightarrow \Delta s = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a} \quad (3b)$$

$$3b: \Delta s = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a} \rightarrow v_0 = \pm \sqrt{v_1^2 - 2a \cdot \Delta s} \quad (3d)$$

Formel 2c	a	Δs	Δt	v_0	v_1	Δv	v_m
Aufgabe 422	0,18m/s ²	-	?	0	70 km/h = 19,4 m/s		

$$2: a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \Delta t_{01} = \frac{\Delta v}{a} = \frac{v_1 - v_0}{a} \quad (2c)$$

Umbau auf die Systematik und Schreibweise in den Lösungen

In dieser Phase noch sehr ausführlich umformen: $|\cdot \Delta t|$; $|\cdot \Delta s|$...

[Böge Aufg.], Aufgaben:

- 407: v, einfach, Umrechnung m/s \leftrightarrow m/min
- 405: Vertiefung Einheiten umrechnen
- 409a: Wdhg v, Ültg t

[Böge Aufg.], Aufgaben:

- 409b: gesucht: t
- 418

[Böge Aufg.], Aufgaben:

- 411: gesucht: s; neue Größenordnung
- 414a: gesucht: s;
- 417

[Böge Aufg.], Aufgaben:

- 410; 412; 413; 414: Volumenströme durch Querschnitte,
- 415, 416: Überholvorgänge als Anwendung für v-t-Diagramm

1) Warum gibt es hier noch keine Aufgaben für die Felder 1d, 1e und 1g? Die Aufgaben bis 417 sind noch ohne Beschleunigung, da gilt $v_0 = v_1 = v_m$ und diesbezügliche Aufgaben wären nicht spannend.

[Böge Aufg.], Aufgaben:

- 419:

[Böge Aufg.], Aufgaben: 420a:

2) Aufgaben nacheinander rechnen, neue Formeln in die Formelsammlung übernehmen.

[Böge Aufg.], Aufgaben:

- 420b: Wenn man eine eine Größe nicht unmittelbar aus den beiden Grundgleichungen für Bewegungen heraus berechnen kann, muss man beide Gleichungen verwenden. Geschickt ist es, wenn man beide Gleichungen nach der nicht beteiligten Größe, hier v_0 , auflöst, dann gleichsetzt und zuletzt nach der gesuchten Größe umformt:

Aufgaben:

- 421: Lösung wie oben

Auch hier gilt die Schreibweise aus [EuroTabM46] nur für $v_0 = 0$ oder $v_1 = 0$. Das negative Vorzeichen bei $v_1 = 0$ tritt nur bei Verzögerung ($a < 0$) und fällt dann wieder heraus. Deshalb rechnen Techniker oft in Beträgen. Die Schreibweise Δs_{01} bedeutet Änderung der Strecke zwischen den Punkten 0 und 1 und soll Verwechslungen bei komplexeren Aufgaben vermeiden.

$$\text{Hinweis: } (v_1 + v_0) \cdot (v_1 - v_0) = v_1^2 - v_0^2$$

$$\Delta s = \frac{v^2}{2 \cdot a}$$

Formel 3a	a	Δs	Δt	v_0	v_1	Δv	v_m
Aufgabe 423	?	0,5m	-	3,6km/h = 1 m/s	0		

$$1c=2c: \frac{2 \cdot \Delta s}{v_1 + v_0} = \Delta t = \frac{v_1 - v_0}{a} \rightarrow a = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta s} \quad (3a)$$



Formel 1e	a	Δs	Δt	v_0	v_1	Δv	v_m
Aufgabe424a	-	5m	2,5s	11,4km/h = 3,17m/s	?		

$$1: v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_0}{2} \rightarrow v_1 = \frac{2 \cdot \Delta s_{01}}{\Delta t} - v_0 \quad (1e)$$

Formel 5a	a	Δs	Δt	v_0	v_1	Δv	v_m
Aufgabe424b	?	5m	2,5s	11,4km/h = 3,17m/s	-		

$$1: v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_0}{2} \rightarrow v_1 = 2 \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} - v_0 \quad (1e)$$

$$2: a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{\Delta t} \rightarrow v_1 = v_0 + a \cdot \Delta t \quad (2e)$$

$$1e=2e \quad v_1 = \frac{2 \cdot \Delta s_{01}}{\Delta t} - v_0 = v_0 + a \cdot \Delta t \rightarrow$$

$$a = 2 \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t^2} - 2 \cdot \frac{v_0}{\Delta t} \quad (5a)$$

Formel 4e	a	Δs	Δt	v_0	v_1	Δv	v_m
Aufgabe431a	-9,81m/s ²	28m	1,5s	-	?		

$$1: v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_0}{2} \rightarrow v_0 = 2 \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} - v_1 \quad (1d)$$

$$2: a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{\Delta t} \rightarrow v_0 = v_1 - a \cdot \Delta t \quad (2d)$$

$$1d=2d \quad v_0 = 2 \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} - v_1 = v_1 - a \cdot \Delta t \rightarrow$$

$$v_1 = \frac{\Delta s}{\Delta t} + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t \quad (4e)$$

Formel 5b, 5c	a	Δs	Δt	v_0	v_1	Δv	v_m
Aufgabe426c	-9,81 m/s	10000m	?	1200 m/s	-		

$$1e=2e: v_1 = \frac{2 \cdot \Delta s}{\Delta t} - v_0 = v_0 + a \cdot \Delta t \rightarrow$$

$$\Delta s = +v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2 \quad (5b)$$

Quadratische Gleichung in die Form $0 = \Delta t^2 + \dots$ bringen:

$$0 = \Delta t^2 + \frac{2 \cdot v_0}{a} \cdot \Delta t - \frac{2}{a} \cdot \Delta s$$

Mit der allg. Lösung für quadratische Gleichungen

$$0 = x^2 + p \cdot x + q \rightarrow x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

wird:

$$\Delta t = \frac{-v_0}{a} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0}{a}\right)^2 - \left(\frac{-2 \cdot \Delta s}{a}\right)} \quad (5c)$$

Oft ist eine der mathematischen möglichen Lösungen technisch nicht sinnvoll, aber in dieser Aufgabe sind beide Lösungen richtig, da der Körper die Höhe 2x passiert.

Formel 5d	a	Δs	Δt	v_0	v_1	Δv	v_m
Aufgabe424b	-9,81m/s ²	28m	1,5s	?	-		

$$1: v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_0}{2} \rightarrow v_1 = 2 \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} - v_0 \quad (1f)$$

$$2: a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{\Delta t} \rightarrow v_1 = v_0 + a \cdot \Delta t \quad (2f)$$

$$1f=2f: v_1 = \frac{2 \cdot \Delta s_{01}}{\Delta t} - v_0 = v_0 + a \cdot \Delta t \rightarrow$$

$$v_0 = \frac{\Delta s}{\Delta t} - \frac{1}{2} a \cdot \Delta t \quad (5a)$$

Ohne Aufgabe

$$\Delta t_{01} = \frac{+v_1}{a} \pm \sqrt{\left(\frac{v_1}{a}\right)^2 - \left(\frac{2 \cdot \Delta s_{02}}{a}\right)} \quad (4c)$$



Mehrere (aufeinanderfolgende) Bewegungen

= aufeinanderfolgende Bewegungen eines Körpers oder parallele Bewegungen mehrerer Körper

Lösungshinweise

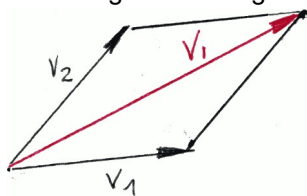
- Koordinatensystem festlegen
- Diagramme
- Tabelle mit gegebenen und gesuchten Werten
- Oft ist ‚Ausprobieren‘ möglich

Zusammengesetzte Bewegungen

= gleichzeitige Bewegung in unterschiedliche Richtungen (z.B. Wurf, G-Befehle bei CNC, Vorschub beim Kegeldrehen)

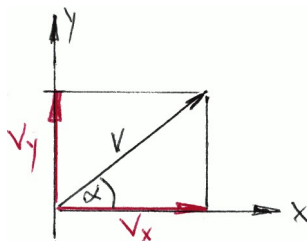
Grundlagen

Geschwindigkeiten (und Kräfte) sind Vektoren
→ wichtig sind Betrag und Richtung).



v_r : resultierende Geschw.

Vektoren können zeichnerisch addiert und zerlegt werden (→ Kräfte im Thema Statik).



Zum Rechnen zerlegt man Bewegungen in x- und y-Richtungen, weil sie unabhängig sind.
Die Verbindung zwischen v_x und v_y ist die Zeit t.

$$v_x = v \cdot \cos \alpha \quad v_y = v \cdot \sin \alpha$$

Wurf ($\alpha_x = 0$, $a_y = g$)

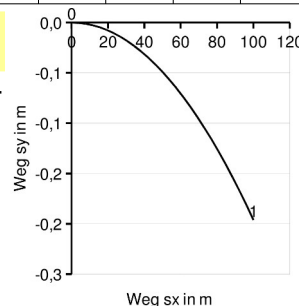
[Böge Aufg.], Aufgabe 444 (Zahlen, keine Funktion)

Wertetabelle für x und y erweitern (außer Δt)

	a_x	Δs_x	v_{0x}	v_{1x}	Δt	a_y	Δs_y	v_{0y}	v_{1y}
0 – 1	0 m/s ²	100 m	500 m/s	500 m/s		-9,81 m/s ²		0 km/h	

Veranschaulichung im s_y - s_x -Diagramm

stellt die reale Flugbahn darstellt



Waagerechter Wurf ($\alpha_x = 0$, $a_y = g$, $v_{y0} = 0$)

- Körper bewegt sich waagerecht konstant mit v_x
- Körper startet senkrecht mit $v_{y0} = 0$ und unterliegt dann der Erdbeschleunigung g

Schräger Wurf ($\alpha_x = 0$, $a_y = g$, $v_{y0} \neq 0$)

- Körper startet senkrecht mit einer Anfangsgeschwindigkeit $v_{y0} \neq 0$
- sonst wie waagerechter Wurf

[Böge Aufg.], Aufgabe 433-443

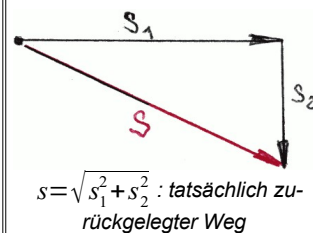
Gedanken:

Aufgaben mit beliebig kombinierten Bewegungen sind so vielfältig, dass es keine einfachen Lösungsverfahren geben kann. Aber dennoch muss man die Lösung nicht dem Zufall überlassen, sondern kann sie systematisch angehen.

Typische Lösungsverfahren

- Ausprobieren (typisch, wenn man nicht in Übung ist)
- Genialer Überblick (eher selten)
- Systematisch mit Diagrammen und Übersichtsmatrix

Quelle: Wolf S.5



Die Ortsveränderung des Körpers erhält man, indem man die Einzelbewegungen gedanklich nacheinander ausführt.

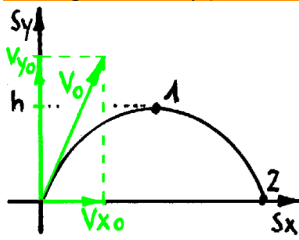
$$s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} : \text{tatsächlich zurückgelegter Weg}$$

Rechtwinklig zueinander stehende Komponenten sind völlig unabhängig. Beispiel: Ein Flugzeug, das sich auf nur Nord-Südrichtung bewegt, verändert seine Position in Ost-West-Richtung nicht und umgekehrt.

[Böge Aufg.], Aufgabe 444

- 1) Beispielrechnung
 - 2) Horizontale Bewegung in x-Richtung ohne Beschleunigung: $a = 0$
 - 3) Vertikale Bewegung in y-Richtung mit konstanter Beschleunigung $a = g$
- Indizierungen und Vorzeichen können vereinfacht werden, solange die Angaben eindeutig bleiben.

Für $a_x = 0$ kann man das s_y - s_x -Diagramm auch als s_y -t-Diagramm lesen.

schräger Wurf ($v_{y0} \neq 0$ bzw. $\alpha \neq 0$)

$$s_x = \Delta s_{x02} \quad (\text{Wurfweite})$$

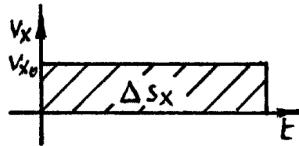
$$T = \Delta t_{02} \quad (\text{Flugdauer})$$

$$v_{x0} = v_0 \cdot \cos \alpha$$

$$v_{y0} = v_0 \cdot \sin \alpha$$

horizontale Bewegung
($a_x = 0$)

$$\Delta s_x = v_{x0} \cdot \Delta t$$

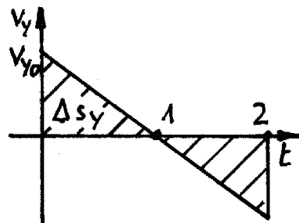


vertikale Bewegung ($a_y = -g$)

$$\Delta s_y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \Delta t^2 + v_{y0} \cdot \Delta t$$

$$\Delta v_y = a \cdot \Delta t \rightarrow$$

$$v_{y1} = v_{y0} - g \cdot \Delta t_{01}$$



Wurfhöhe h

$$\Delta s_{y01} = \frac{v_{y1}^2 - v_{y0}^2}{-2 \cdot g} \rightarrow h = \frac{v_{y0}^2}{2 \cdot g}$$

Zusammenhang zwischen Wurfweite s_x , Abwurfgeschwindigkeit v_0 und Abwurfwinkel α , wenn Start- und Zielpunkt auf gleicher Höhe liegen.

$$s_x = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

Zusammenhang zwischen Wurfdauer t , Abwurfgeschwindigkeit v_0 und Abwurfwinkel α , wenn Start- und Zielpunkt auf gleicher Höhe liegen.

$$t = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

Zusammenhang zwischen Wurfweite s_x , Abwurfgeschwindigkeit v_0 , Abwurfwinkel α und dem Höhenunterschied Δs_y zwischen Start- und Zielpunkt.

$$s_x = v_x \cdot \left[-\frac{v_{y0}}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{v_{y0}}{g} \right)^2 + \frac{2 \cdot \Delta s_y}{g}} \right]$$

Wenn Anfangsgeschwindigkeit v_{y0} und Höhenunterschied Δs_y nach oben positiv gewählt werden, wird die Erdbeschleunigung g negativ.

Quelle: Wolf S.7

[Böge Aufg.], Aufgabe 450, 449
1)

Herleitung: [Böge Aufg.], Aufgabe 448

Herleitung: [Böge Aufg.], Aufgabe ??

Herleitung: [Böge Aufg.], Aufgabe ??



Gleichförmige Drehbewegung

= gleiche Anzahl von Drehungen bei gleichen Zeitabschnitten

$$\text{Drehzahl} = \frac{\text{Anzahl der Umdrehungen}}{\text{Zeitabschnitt}}$$

$$n = \frac{z}{\Delta t} \left[\frac{U}{\text{min}} = \frac{1}{\text{min}} = \text{min}^{-1} \right]$$

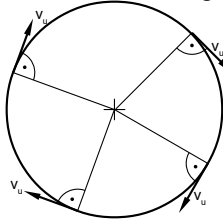
$$n \quad \text{Drehzahl in } \left[\frac{1}{\text{min}} \right] \text{ oder } \left[\frac{1}{\text{s}} = \text{Hz} \right]$$

z Anzahl Umdrehung [o.E.]

Δt Zeitabschnitt in [s]

Umfangsgeschwindigkeit v_u

= Geschwindigkeit eines Punktes am Umfang



Die Umfangsgeschwindigkeit wirkt entlang der Tangente in Richtung der Drehung.

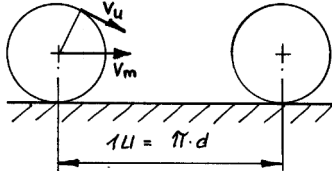
$$\text{Umfangsgeschwindigkeit} = \frac{\text{zurückgelegter Weg}}{\text{Zeitabschnitt}}$$

$$v_u = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\pi \cdot d \cdot z}{\Delta t} = \pi \cdot d \cdot \frac{z}{\Delta t} \quad \left[v_u = \pi \cdot d \cdot n \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{min}}; \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \right]$$

Δs Weg am Umfang in [mm] oder [m]

Mittelpunktsgeschwindigkeit v_m

= rollende Räder



$$v_m = v_u$$

Formel \rightarrow ([EuroTabM46] „Geschwindigkeit“)

1) *Vergleiche: Beschleunigung eines PKW von 0 auf 100 km/h in 5 s:*

$$a = \frac{v_t - v_0}{\Delta t} = \frac{(100 - 0) \frac{\text{km}}{\text{h}}}{5 \text{ s}} = \frac{100000 \text{ m}}{3600 \text{ s} \cdot 5 \text{ s}} = 5,56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Merke: auch hoch motorisierte Fahrzeuge beschleunigen im freien Fall am schnellsten:

[Böge Aufg.], Aufgaben: 453-455:

- 1) Da das Rad am Boden still steht, dreht sich dort nicht der Umfang mit v_u , sondern der Mittelpunkt mit $v_m = -v_u$
- 2) Wenn sich das Rad 1x dreht, hat sich der Mittelpunkt um den Weg des Umfanges bewegt, also ist $v_m = -v_u$

[Böge Aufg.], Aufgaben: 456

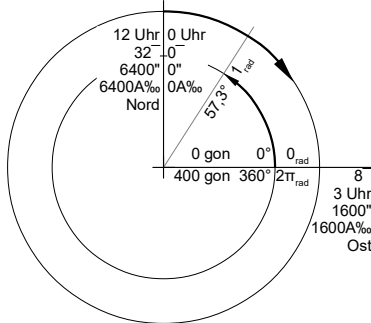


Winkelgeschwindigkeit

= vom Radius unabhängige Geschwindigkeitsangabe

Vgl. Drehmoment = vom Radius unabhängige Kraftangabe

Winkelangaben in Radiant



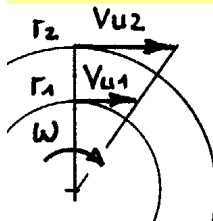
Einheit rad (Radiant):
 $2\pi_{rad} = 2\pi = 360^\circ$
 $1_{rad} = 1 = 57,3^\circ$

Wissenschaftlich rechnet man oft in rad.

$$\text{Winkelgeschwindigkeit} = \frac{\text{Drehwinkel in [rad]}}{\text{Zeitraum}}$$

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi \cdot z}{\Delta t} = 2\pi \cdot n \quad \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}; \frac{1}{\text{s}} \right] \quad n = z/\Delta t \rightarrow \text{s.o.}$$

Winkel- ↔ Umfangsgeschwindigkeit



v_u nimmt linear mit dem Radius r zu

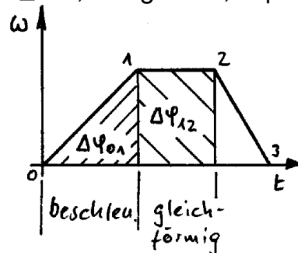
$$\frac{v_{u1}}{r_1} = \frac{v_{u2}}{r_2} = \omega$$

$$v_u = 2\pi \cdot r \cdot n$$

$$v_u = \omega \cdot r$$

ω, t - Diagramm

ω, t-Diagramm, $\varphi \approx s$



gleichförmige Bewegung
 $\Delta\varphi_{12} = \omega_m \cdot \Delta t$
 beschleunigte Bewegung
 $\Delta\varphi_{01} = \omega_m \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \omega_1 \cdot \Delta t$

1) Leitbildspiel Windrad:

- Wie bestimmt man die Umfangsgeschwindigkeit? Flügelänge unbekannt.
- Was kann man trotzdem messen? Drehzahl Zeit für eine Umdrehung stoppen.
- Drehzahl ist unhandlich für Bruchteile von Umdrehungen

(Längs-)geschwindigkeit = Länge pro Zeit

Winkelgeschwindigkeit = Winkel pro Zeit

2) In Wissenschaft rechnet man mit Rad. Was ist das?

- 2π : Radiant oder Bogenmaß ist $\text{rad} = \frac{\text{Kreisbogenumfang}}{\text{Radius}}$, bzw. der Umfang am Einheitskreis ($r=1$). Für den Vollkreis gilt: $2\pi_{rad} = 2\pi = 360^\circ$. Mit dem Radiant kann ein Winkel aus einer Länge abgeleitet und damit innerhalb des SI-Systems beschrieben werden. Die dimensionslose Einheit Radiant muss nicht geschrieben werden, den 1 Rad = 1.
- 360° : Grad (auch: Altgrad, auf Taschenrechnern DEG für Degree) = Kreis/360.
- 400 gon : Neugrad (Taschenrechner oft GRAD) teilt den Kreis in 400.
- Wissenschaftliche Systeme rechnen i.d.R. ab der x-Achse gegen den Uhrzeigersinn (Rechte-Handregel, ccw = counter clock wise). Die folgenden Systeme zählen von Norden bzw. von geradeaus mit dem Uhrzeiger (cw = clock wise):
- 32° : Nautischer Strich teilt den Kreis in 32 entsprechend einer Kompassrose. Beispiele: z.B. NNO zu Nord = 1° , 2 Strich achterlicher als querab ist eine Vorfahrtsgrenze.
- 6400° : Artilleristischer Strich = $1/6400$ Kreis ergibt auf 1km Entfernung ziemlich genau 1m seitliche Abweichung ($\sin 1^\circ = 0,98$), deshalb wird diese Teilung auch für Ferngläser verwendet. Die Rote Armee rechnet mit 6300 Teilungen auf den Kreis, die schwedische Armee mit 6280, beide sind genauer als 6400, ergeben aber unbequemere Zahlen.
- 6400 A° : Artilleriepromille wird in der schweizer Armee als absolute Richtungsangabe verwendet: 0 A° ist Norden, 1600 A° ist Osten usw.
- 12 Uhr: Das Ziffernblatt wird in Bundeswehr, Feuerwehr usw. als Richtungsangabe verwendet: 0 Uhr ist geradeaus, 3 Uhr rechts, 11 Uhr halblinks usw.

[Böge Aufg.], Aufgaben: 460ff.

Beispiel:

Ein Reifen 165/70 macht bei 100km/h 928 U/min. Gesucht ist die Winkelgeschwindigkeit φ

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{928 \cdot 2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = 97,2 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 97,2 \frac{1}{\text{s}}$$

Ein Reifen 165/70 hat einen dynamischen Abrollumfang von 1795 mm [TabB Kfz HJ]

Analogie φ , v_u bzw. n

	Umdrehung	Umfang
φ : Winkel (%phi / %varphi)	$\varphi_{rad} = 2\pi \cdot z$ $\varphi_{Deg} = 360^\circ \cdot z$ z: Anzahl Umdr.	$\phi = \frac{s_u}{r}$ s_u : Weg am Umfang
ω : Winkel-Geschwindigkeit (%omega)	$\omega_{rad} = 2\pi \cdot n$ $\omega_{Deg} = 360^\circ \cdot n$ n: Drehzahl	$\omega = \frac{v_u}{r}$ v_u : Umfangsgeschwindigkeit
α : Winkel-Beschleunigung (%omega)	$\alpha_{rad} = 2\pi \cdot \dot{n}$ $\alpha_{Deg} = 360^\circ \cdot \dot{n}$ \dot{n} : Drehbesch.	$\alpha = \frac{a_u}{r}$ a: Umfangsbeschleunigung

Alle Gleichungen aus der Formelsammlung können prinzipiell weiter verwendet werden.

TPhys_TA_Dynamik-3_Drehbewegung.odt

Reibung einbauen



LPE 08 Statik: Einführung

In FTM1 ab Herbstferien; Begründung → Vorüberlegungen zum Thema Dynamik

Zusammenhang zw.

Kraft und Beschleunigung

Die 3 Prinzipien Trägheit, Aktion und Reaktion entsprechen den 3 Newtonschen Axiomen [Tipler 1995]. Das 1. Axiom wurde schon von Galilei gefunden [Böge, Techn. Mechanik].

Newton 1: Trägheitsprinzip

(1. Newton'sches Axiom) Das Trägheitsgesetz meint den Zustand ohne zusätzliche Kräfte, bei dem ein Körper träge in seinem Bewegungszustand verharrt [1].
Sir Isaac Newton (*1642 - †1726) war einer der bedeutendsten Wissenschaftler.
Der Zusammenhang wurde schon 1638 von Galilei formuliert → [Gross 2015] S.36

Ohne Kraft keine Bewegungsänderung (= Trägheit)

↔ Bewegungsänderung benötigt Kraft

Bewegungsänderung = Beschleunigung

- = Beschleunigen (umgangssprachlich)
- = Bremsen (= negative Beschleunigung)
- = Kurvenfahren (= Fliehkraft, Querschleif.)

Newton 2: Aktionsprinzip

(oder dynamisches Grundgesetz)

(2. Newton'sches Axiom): Je größer die Masse und je größer die Beschleunigung ist, desto größer ist die (result.) Kraft und umgekehrt:

Kraft = Masse · Beschleunigung

$$F = m \cdot a$$

$$[N] = [kg \frac{m}{s^2}]$$

Gewichtskraft

Die Erde beschleunigt alle Körper gleich

$$F_G = m \cdot g \quad \text{Gewichtskraft}$$

$$g = 9,81 \frac{m}{s^2} \approx 10 \frac{m}{s^2} \quad \text{Erdbeschleunigung, Ortsvektor}$$

das bedeutet:

$$10 \text{ N} \approx 1 \text{ kg} \cdot 10 \frac{m}{s^2}$$

$$\text{bzw.} \quad 10 \text{ N} \approx 1 \text{ kg}$$

Newton 3: Reaktionsprinzip

(= Wechselwirkungsgesetz, actio = reactio)

(3. Newton'sches Axiom)

Kräfte treten immer paarweise auf (Kraft + Gegenkraft)

[Gross 2015]: Zu jeder Kraft gibt es stets eine entgegengesetzt gerichtete gleich große Gegenkraft.

Überlegungen zum Freimachen – hier nicht unterrichten

Da sich Kräftepaare immer aufheben, d.h. in der Summe 0 ergeben, bringt es nichts, mit Kräftepaaren zu rechnen. Vielmehr ist es Sinn des Freimachens, Kräftepaare aufzubrechen und nur mit einer der beiden Kräfte zu rechnen. Die Frage ist, mit welcher der beiden Kräfte man rechnen soll.

Prinzip von d'Alembert

Jean-Baptiste le Rond d'Alembert (*1717 - † 1783 in Paris) war ein bedeutender Physiker und Mathematiker und ein Herausgeber der Encyclopédie.

Wenn ein System statisch nicht im Gleichgewicht ist, wird es von der Resultierenden beschleunigt und $F = m \cdot a$ wird dynamische Gegenkraft.

Damit können Aufgaben der Dynamik mit Verfahren der Statik gelöst werden.

Vertiefung

Aktionsprinzip „Kraft = Masse mal Beschleunigung“ →

$$[N] = [\frac{kg \cdot m}{s^2}] \rightarrow 1 \frac{m}{s^2} = 1 \frac{N}{kg}$$

$$\rightarrow 1 \text{ N beschleunigt } 1 \text{ kg mit } 1 \text{ m/s}^2$$

$$\rightarrow 9,81 \text{ N beschleunigt } 1 \text{ kg mit Erdbeschleunigung}$$

FTM, MVK: ca. 90' Zeitbedarf (ca. 45' ohne Übungen); TG: entfällt

Sir Isaac Newton (*1642 - †1726) war einer der ganz großen Wissenschaftler. Kurz vor seinem Tod hat er nachweislich 4 Personen die Anekdote vom fallenden Apfel erzählt, der ihn auf die Schwerkraft gebracht haben soll. Dadurch weiß man zwar nicht, ob die Geschichte stimmt, aber, dass Newton wollte, dass die Geschichte bekannt wird. Ob Newton damit ua. auf die biblische Frucht der Erkenntnis anspielen wollte? Oder das Gegenteil?

AM Kreidekästchen auf einer hochgelegenen Fläche

1) Was wird benötigt, das Kreidekästchen zu bewegen? → Kraft

Bei Antworten wie Finger o.ä.: Es geht auch ohne Finger.

Demo: Kreidekästchen mit Finger (= Kraft) anschubsen

2) Wie lange bleibt die Bewegung erhalten? → ohne Reibung ewig

Viele Schüler meinen aus der Erfahrung mit der allgegenwärtigen Reibung, dass Bewegung nur aufrechterhalten wird, solange eine Kraft wirkt. Zur Demo:

Demo: Pendel (Taschenmesser) pendelt nach einem Schub sehr lange

3) Wodurch wird die Bewegung verlangsamt? → durch Reibung

4) Wie lange dauert eine Bewegung ohne Reibung oder Antrieb?

5) Vertiefung: Wie kann man beschreiben, was Beschleunigung ist? Bei welchen 3 Gelegenheiten übt ein Kfz Kraft auf die Mitfahrer aus? → Beschleunigen, Bremsen, Kurvenfahrt

1) Ist die Beschleunigung eines Porsche und eines 38t bei gleicher Kraft

(Drehmoment) gleich groß? → hängt noch von der Masse ab

2) Einheit m/s²: Ein Kfz beschleunigt von 0 auf 100 km/h in 5s:

Folgerung: Ein Porsche beschleunigt am schnellsten, wenn man ihn fallen lässt. Das erste s kommt $a = \frac{100 \text{ km/h}}{5 \text{ s}} = \frac{100000 \text{ m}}{3600 \text{ s} \cdot 5 \text{ s}} = 5,6 \frac{m}{s^2}$ aus der Geschwindigkeit (= Änderung des Weges pro Zeit), das 2. s aus der Änderung der Geschwindigkeit (pro Zeit).P = Impuls. Die Formulierung Newtons war weitsichtig. Er hat nicht nur die Beschleunigung mit dv/dt umfassender formuliert, sondern auch andere Möglichkeiten, z.B. Kräfte durch Umlenkung von Fluidströmen: $F = m \cdot v$. Gemäß Relativitätstheorie erhöht F nicht nur die Geschwindigkeit, sondern auch die Masse; messbar wird es erst bei sehr großen Geschwindigkeiten. $\vec{F} = \frac{dP}{dt} = \frac{d(m \cdot v)}{dt}$

1) Kreidekästchen in der Luft halten, Loslassen andeuten: welche Kraft wirkt auf das Kreidekästchen, wenn man es loslässt? → Gewichtskraft

Versuch unterschiedlich schwere Gegenstände (z.B. Kreide/Papier) in die Luft halten

2) Wenn die Erde auf beide Körper dieselbe Gewichtskraft ausübt, welcher Körper müsste schneller fallen? → der Leichtere, weil seine kleine Masse durch dieselbe Kraft mehr beschleunigt wird (s.o.)

3) Welcher fällt schneller und warum? → ohne Luftwiderstand keiner

Vers.: Fallen von ähnlich großen Körpern verschiedenen Gewichts, z.B. Messer und Kreide AM Röhre mit Vakuum

4) Vgl. $F = ma$: wenn verschiedene Massen gleich beschleunigt werden, übt dann die Erde eine konstante Kraft auf uns? → nein, aber Erdbeschleunigung ist konstant.

Nicht nur der Vollständigkeit halber, sondern zur Vorbereitung des Problems, in welche Richtung Kräfte wirken.

1) Kreidekästchen in der Luft fällt wegen der Erdbeschleunigung. Warum fällt das Kreidekästchen auf dem Tisch nicht? Warum wird ein Auto bei konstant 100 km/h nicht schneller, obwohl der Motor ständig Kraft aufbringt? → Gegenkraft

→ Nach der üblichen Richtungsdefinition betrachten wir die Kräfte, die vom Rest der Welt auf den freigemachten Körper wirken.

Man könnte auch mit den Kräften rechnen, die vom freigemachten Körper auf den Rest der Welt wirken. Dieses System würde nur die Vorzeichen umdrehen, und somit auch die Richtung der Schwerkraft: Newtons Apfel würde als freigemachter Körper an der Erde ziehen. Physikalisch ist das sogar richtig, aber für uns fehlerträchtig ungewohnt.

Die Resultierende Kraft ist diejenige, die das System beschleunigt, die dynamische Kraft ist die Trägheitskraft des Systems.

Damit ist die Aufnahmekapazität der Schüler meist erreicht. Gewichtskraftberechnungen dienen hier der Abwechslung und, da sie relativ einfach sind, kann man gleichzeitig auf andere Themen übergreifen.

Vertiefung

MVK: [EuroRBM]

FTM: [Böge Aufg.] Aufgabe 495..514

Sind gleichzeitig eine passende Überleitung vom Fach Dynamik

Statik_TA_Kraft-Beschleunigung.odt

**Statik****Definition, Zweck**

Statik ist die Lehre vom Gleichgewicht der Kräfte in Körpern, die in Ruhe oder konstanter geradliniger Bewegung sind. Ihre Ergebnisse sind Grundlage der Festigkeitsrechnung.

Vereinfachungen für die Schule

- alle Körper sind starr
- Reibung wird meist vernachlässigt
- nur 2D-Probleme (in der Ebene)
- Krafteingriff wird auf Punkte reduziert

Darstellungen von Kräften

Kräfte sind Vektoren und gekennzeichnet durch

- Betrag und
- Richtung (Wirklinie WL und Richtungssinn)

$F=10\text{N}$ nur Betrag ohne Richtungsangabe
zeichnerisch, Betrag wird durch die Länge dargestellt, Richtung durch sich selbst.

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} 3\text{ N} \\ 4\text{ N} \end{bmatrix} = [53,1^\circ; 5\text{ N}]$$

Rechnen mit Kräften in der Statik

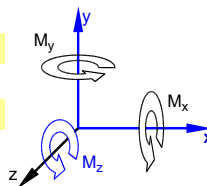
Aus $F = m \cdot a$ und $a=0$ (Statik!) folgt:

Gleichgewichtsbedingungen (allg.)

$$\Sigma F = 0$$

Die Hauptachsen im Raum

(Pfeilrichtung ist +)

**Gleichgewichtsbedingungen 3D/2D**

Aus $F = m \cdot a$ und $a=0$ (Statik!) folgt (2D bzw. 3D):

$$\begin{aligned} \Sigma F_x = 0 \quad \text{bzw.} \quad \Sigma F_x = 0 \quad \Sigma M_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma M_y = 0 \\ \Sigma M = 0 \quad \Sigma F_z = 0 \quad \Sigma M_z = 0 \end{aligned}$$

Gelten für jedes Teil und jedes Koordinatensystem.

Aufgabe lösbar in der Ebene?

Für TG liegen alle Kräfte in einer Ebene:

- es gelten 3 Gleichgewichtsbedingungen

$$\Sigma F_x = 0; \quad \Sigma F_y = 0; \quad \Sigma M = 0$$

Nur 3 unbekannte Größen (Kraftbeträge, Krafrichtungen, Momente) können gelöst werden.

Wer mehr Unbekannte hat, muss weitere Informationen suchen oder die Aufgabe überspringen

Aufgabe lösbar am Punkt?

Im zentralen KS wirken alle Kräfte durch einen Punkt

- ohne Hebelarme wirken keine (Dreh-)Momente
- es gelten nur noch 2 Gleichungen

$$\Sigma F_x = 0; \quad \Sigma F_y = 0$$

Im zentralen KS sind nur noch 2 Größen lösbar, z.B.

- eine Kraft nach 1 Betrag und 1 Richtung oder
- 2 Kräfte mit bekannter Richtung

Das Reaktionsprinzip und seine Folgen

Kräfte treten IMMER paarweise auf (actio = reactio)

Um mit Kräften rechnen zu können, muss man die Kräftepaare auftrennen → Freimachen

Vertiefung: keine

FTM, TG-ja; MVK: entfällt

FO Steinmetz-Meisterprüfung, Nürnberg ca.1570 ([SdW] 11/91)

FO Freiburger Münster [BadZtg] 30.11.2014

1) Welche Fachgebiet muss man heutzutage dazu beherrschen? Statik
Verfahren der Alten: Erfahrung und Ästhetik (=Theorie?) wurden in Regeln umgesetzt.

2) Warum lassen wir am TG die konstante geradlinige Bewegung nicht zur Vereinfachung weg?

Konstante geradlinige Bewegung kann man von Ruhe gar nicht unterscheiden – z.B. fliegen wir ziemlich schnell um die Sonne.

3) Was wird in der Statik betrachtet? Kräfte.

4) Welche Wirkungen haben Kräfte?

Bewegungs- (Thema der Kinetik, wie Statik ein Teilgebiet der Dynamik) oder Formänderungen (meist vernachlässigt): Ideal starre Körper erfahren keine Formänderung durch Kräfte, sodass sich die Kraftangriffspunkte nicht verschieben.

Ursache für Kräfte? $F = m \cdot a$; $F = E \cdot x \cdot \epsilon$, Reibung (meist vernachlässigt) usw.

5) Was muss man von einer Kraft wissen, wenn man mit ihr rechnen will?

Auf den Tisch setzen ($\approx 1\text{kN}$), Tisch schieben, am Tisch ziehen.

Der Angriffspunkt der Kraft ist zwar auch wichtig, aber keine der Kraft innewohnende Eigenschaft. Wirklinie ist die Verlängerung des Kraftvektors in beiden Richtungen, Richtungssinn ist die Richtung des Kraftvektors auf der WL.

Bedeutung der Kraftwirkung: Man möge versuchen, ein Auto seitwärts anzuschieben.

Müsste genauer $|F| = 10\text{ N}$ heißen! Einheit Newton $[N] = \text{kg m} / \text{s}^2$

vektoriell, schließt die Richtung ein

FO Flieger

1) Wie viele unabhängige Richtungen gibt es im Raum (3D)?

2) Welche Richtung entfallen bei Aufgaben in der Ebene (2D)?

3D bedeutet 3 Kräfte und 3 Momente, 2D nur 2 Kräfte und 1 Moment, d.h. die Vereinfachung beträgt 50%.

In der Ebene fallen F_z , M_x und M_y weg: Danach ist die Indizierung von M nicht mehr nötig, weil keine Verwechslungsgefahr mehr besteht.

Dreifingerregel: Koordinatensystem mit Daumen (x-Achse), Zeigefinger (y-Achse) und Mittelfinger (z-Achse) der rechten Hand aufspannen.

Rechtehandregel: Daumen der rechten Hand in Richtung der Drehachse, und die Finger weisen in positiver Drehrichtung.

3) Wie lauten die Gleichgewichtsbedingungen?

Die zeichnerischen Lösungen beruhen auf denselben Gleichgewichtsbedingungen!

Drehen um die Längsachse: Rollen, engl.: roll

Drehen um die Querachse: Nicken, Stampfen, Neigen, früher auch Galoppieren ([SdW] 08/2015 S.111), engl.: pitch

Drehen um die Hochachse: Gieren, engl.: yaw

Im Einzelfall kann es sinnvoll sein, auch andere Kraftrichtungen oder Drehpunkte außerhalb des betrachteten Körpers zu wählen.

4) Wie viele Unbekannte können mit 6/3 Gleichungen gefunden werden?

Mit 3 Gleichungen kann man 3 unbekannte Kräfte ermitteln (statische Bestimmtheit).

Als statisch bestimmtes ebenes System bezeichnet man einen Körper, der so gelagert ist, dass nur drei unbekannte Auflagerreaktionen angreifen.

Beispiel: Eine Lagerung mit Fest- und Loslager ist statisch bestimmt, eine Lagerung mit 2 Festlagern ist überbestimmt.

Statisch überbestimmte System (mehr Auflagerreaktionen möglich) erfordern weitere Gleichungen zur Lösung (z.B. Dehnung durch Kraft oder Wärme bei zwei Festlagern).

Weniger Auflagerreaktionen heißt einfach, dass das Teil lose ist.

Die statische Bestimmtheit muss in jeder Raumrichtung erfüllt sein.

Fundsachen

Deckenlasten: [Schneider21] S.3.22f: Es werden nicht nur Flächenlasten (Schnee, Wind, Lagergut, ...) berücksichtigt, sondern ggf. Faktoren bei Hubschrauberlandeplätzen, Regelbetrieb bei Gegengewichtstaplern, Böengeschwindigkeitsdruck ... S.3.49: Schneelast: Lörrach gehört zur Zone 2 (Hochschwarzwald 2a = höchste Stufe). Formel (A = Geländehöhe in [m]):

$$S_v = 0,25 + 1,91 \cdot \left(\frac{A + 140}{760} \right) \geq 85 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Brücken: [Schneider21] S.3.59: Anpralllasten (Fahrzeuganprall an Brückenpfeiler), S.3.63 Schwingungsbeiwert für Hauptspur.

Erdbeben: [Schneider21] S.3.66f: Lörrach gehört zur höchsten Erdbebenzone 3v

5) Tauziehen mit je 5kN (500kg): Zugkraft im Tau?

Die Zugkraft beträgt 5kN und nicht etwa das Doppelte, denn Kräfte treten IMMER paarweise auf (actio = reactio). Die Kräftepaare addieren sich nicht, sondern heben sich auf, und erfüllen so die Gleichgewichtsbedingung trivial und nutzlos. Um die Gleichgewichtsbedingungen anwenden zu können, muss man die Kräftepaare auftrennen und betrachtet dann alle Kräfte, die von außen auf eine beliebige Baugruppe wirken. Das Verfahren heißt Freimachen und wird unten behandelt.



Statik I: Zentrales Kräftesystem

Kräfte am Punkt zeichnerisch ermitteln

Statik I → Zentrales Kräftesystem → alle Kräfte wirken durch einen Punkt → keine Hebelarme
→ Es treten keine Momente auf → Gleichgewichtsbedingung $\sum M = 0$ entfällt → nur 2 unbekannte Größen sind lösbar.
[Skolaut 2014] S.24: „Ebenes Kräftegleichgewicht am Punkt“

Zielgruppe: alle

Angewendet werden die statischen Grundoperationen Parallelogramm, Erweiterungssatz, Verschiebesatz. Die ausgeführten Beispiele stammen aus der ersten Quelle:

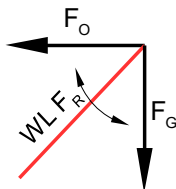
ulrich-rapp.de/stoff/statik/Statik_Ub_zentral.pdf

[Müller-Breslau I] S.1: „Die graphische Statik lehrt die Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte auf geometrischem Wege und entwickelt in gleicher Art die Bedingungen, unter denen sich die auf einen Körper wirkenden Kräfte im Gleichgewicht befinden.“

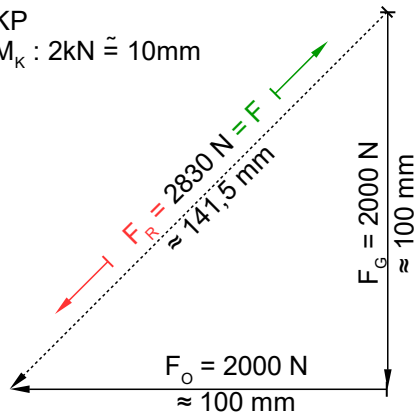
Zusammensetzen von Kräften

TG: Aufg. 1a, Oberleitungsrolle;
MVK: [EuroRBM]; FTM: [Böge Aufg.]
Aufgabe 29 (Richtung definieren)
LS Seilrolle

LP Seilrolle
 M_L : noch nicht nötig



KP
 M_K : $2\text{ kN} \approx 10\text{ mm}$



Arbeitsplan

0. Lageplanskizze

= Lageplan ohne formelle Regeln
→ hält den Kopf frei für das Problem

1. Lageplan

Geeignete Baugruppe auswählen, nennen und alle auf die Baugruppe wirkenden Kräfte einzeichnen
– Wirklinien winkeltreu
– Richtungen: wie wirkt RdW auf BG
– Angriffspunkte lagetreu (Lagemaßstab): (nur wenn zeichn. Lösungen für das allg. Kräftesystem im Lehrplan stehen)

2. Kräfteplan

Kräfte eintragen
– maßstabsgerecht (Kräftemaßstab)
– hintereinander als Pfeilkette
– winkeltreu (Parallelverschiebung)

3. Resultierende F_R / Gegenkraft F
 F_R (Ersatzkraft) ist die 'Abkürzung im KP' und ersetzt die gegebenen Kräfte
 F schließt das Kräfteck und hält die gegebenen Kräfte im Gleichgewicht.

Ausmessen, umrechnen mit M_K .

Plausibilitätsbetrachtung

Welche Kräfte wirken überhaupt?

Die LP-Skizze ist ein Entwurf des LP und an keine Form gebunden. Sie ist keine Pflicht, aber empfehlenswert, denn beim Skizzieren kann man die Aufgabe erfassen ohne sich mit Formalien zu belasten. Ich gebe für eine verständliche Skizze ca. 1/4 ... 1/3 der Punktzahl. [Gross 2015] S.2 verwendet den Begriff Freikörperbild statt Lage-skizze.

Kräfte eintragen, wo sie wirken.

Der Lageplan ist die zeichnerisch-formale Fassung von "Gegeben und Gesucht".
Im allgemeinen Kräftesystem fließen über den Lagemaßstab der Abstand der Kräfte und damit die Momente ein. Beim zentralen System erübrigt sich das Eintragen der Angriffspunkte, da sie alle an einem Punkt angreifen.
Unbekannte WL können wie gezeigt oder für rechn. Lösungen mit x- und y-Komponenten dargestellt werden.
Richtung: Wie wirkt der Rest der Welt auf die Baugruppe.

Kräfte → geschlossener Linienzug.

Der Kräfteplan ist das Lösungsverfahren und sollte streng vom LP unterschieden werden. Deshalb akzeptiere ich auch keine Parallelogramme, die bei 2 Kräften noch möglich wären. Die Richtungen sollen per Parallelverschiebung übertragen werden, weil es dabei deutlich weniger Fehler gibt.
Die gegebenen Kräfte werden richtungsgemäß und maßstabsgerecht so aneinander gereiht, dass sich ein fortlaufender Kräftezug ergibt. Anfangspunkt und Reihenfolge der Kräfte sind beliebig.

Ob die Resultierende oder die Gegenkraft gefragt ist, hängt von der Aufgabe ab. Beide sind gleich groß, aber entgegengerichtet.
Die Resultierende ist die Kraft, die die gegebenen Kräfte ersetzen kann. Beispiel: Wenn auf ein Fahrzeug Antriebskräfte, Luftwiderstand und Rollreibung wirken, kann man diese zusammenfassen und mit der Resultierenden die Beschleunigung zu ermitteln.

Plausibilität: Kann das stimmen?
Vorher Ergebnis abschätzen und nachher Plausibilitätsbetrachtung gehören zu jeder Aufgabe.

Vertiefung

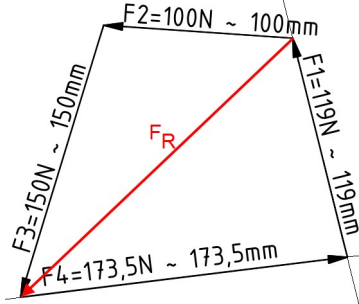
TG: UB Statik zentral; MVK: [EuroRBM];

FTM: [Böge Aufg.] Aufg. 30ff (30 definiert Winkelangabe)

Zerlegen von Kräften

TG: Aufg. 4a: Eimerziehen2; MVK: [EuroRBM]; FTM: [Böge Aufg.] Aufgabe 40f (L), 44f

LP siehe Aufgabe
KP $M_K = 100\text{ N} \approx 100\text{ mm}$



Arbeitsplan

0-3 wie oben (bek. Kräfte addieren)

4. F_R auf 2 Wirklinien verteilen

– WL einer Kraft parallel verschieben durch den Anfang von F_R und
– WL der anderen Kraft parallel verschieben durch den Endpunkt von F_R .
– Die unbekannten Kräfte werden durch den Schnittpunkt begrenzt.
– Richtung der Kräfte einheitlich (mit / gegen Uhrzeigersinn)

Ültg: Aufgabe 3 ist grundsätzlich neu, da nicht eine Kraft gesucht wird, sondern zwei.

Zu diesem Verfahren müssen die Kraftrichtungen bekannt sein. Hinweise auf die Kraftrichtungen hat man bei Seilen, Ketten, Zweigelenkstäben, einwertigen Lagern usw.
Wenn die Kraftrichtungen nicht bekannt sind, müssen die Drehmomente eingerechnet werden, dies geschieht zeichnerisch im Schlusslinienverfahren.
Drei und mehr unbekannte Kräfte sind ohne Randbedingungen nicht lösbar.

F_R muss im Kräfteplan nicht eingetragen werden.

Vertiefung

TG: UB Statik zentral; MVK: [EuroRBM];

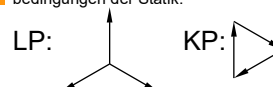
FTM: [Böge Aufg.] Aufgabe 49f.

Fachwerke ([Böge Aufg.] Aufg. 69ff) können vorläufig gelöst werden, indem man sich von Knoten zu Knoten hangelt. Sobald das allgemeine Kräftesystem behandelt ist, kann das Rittersche Schnittverfahren verwendet werden.

Der geschlossene Linienzug aller Kräfte ist der graphische Ausdruck der Gleichgewichtsbedingungen der Statik.

Lösungsgedanke bei grafischen Lösungen

Alle Kräfte, die sich im Lageplan in einem Punkt treffen, ergeben im Kräfteplan einen geschlossenen Linienzug.



(Stern ↔ Dreieck ;-)



Kräfte am Punkt berechnen

[Skolaut 2014] S.24: „Ebenes Kräftegleichgewicht am Punkt“

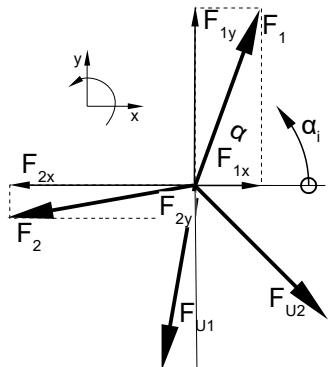
Zusammensetzen – systematische Lsg.

(ohne KP)

TG: FTM: UB Statik zentral 4a: Mobile Antenne; MVK: [EuroRBM]

Geg: F_1 ; F_2 ; Ges.: F_R ; F_3 ; F_4

Lageskizze mobile Antenne



$$\begin{aligned} F_{1x} &= F_1 \cdot \cos \alpha_1 = 250 \text{ N} \cdot \cos 70^\circ = 85,51 \text{ N} \\ F_{1y} &= F_1 \cdot \sin \alpha_1 = 250 \text{ N} \cdot \sin 70^\circ = 234,92 \text{ N} \\ F_{2x} &= F_2 \cdot \cos \alpha_2 = 200 \text{ N} \cdot \cos 190^\circ = -196,96 \text{ N} \\ F_{2y} &= F_2 \cdot \sin \alpha_2 = 200 \text{ N} \cdot \sin 190^\circ = -34,73 \text{ N} \\ F_{Rx} &= +F_{1x} + F_{2x} = 85,51 \text{ N} + (-196,96 \text{ N}) \\ &= -111,45 \text{ N} \\ F_{Ry} &= +F_{1y} + F_{2y} = +234,92 \text{ N} + (-34,73 \text{ N}) \\ &= 200,19 \text{ N} \\ F_R &= \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = 229,1 \text{ N} \\ &= \sqrt{(-111,45 \text{ N})^2 + (200,19 \text{ N})^2} \\ \alpha'_R &= \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{200,19 \text{ N}}{-111,45 \text{ N}} = -60,9^\circ \\ &\text{nach links oben} \\ \alpha_R &= \alpha'_R + 180^\circ = -60,9^\circ + 180^\circ = 119,1^\circ \\ &\text{zur } +x\text{-Achse} \end{aligned}$$

Zerlegen - individuelle Lösung

= Durchwursteln anhand des Kräfteplans

Rechtwinklige Dreiecke

Zerlegen in rechtwinklig zueinander stehende Komponenten.

Beliebige Dreiecke

Kräfteplanskizze mit der bekannten Kraft F_R und den Wirklinien der unbekannten Kräfte F_{U1} und F_{U2}

Beispiel:

[Böge Aufg.] Aufg. 51

$$\begin{aligned} F_{U1} &= F_R \cdot \frac{\sin \beta_{U1}}{\sin \beta_R} = 229,1 \text{ N} \cdot \frac{\sin 15,9^\circ}{\sin 125^\circ} = 76,6 \text{ N} \\ F_{U2} &= F_R \cdot \frac{\sin \beta_{U2}}{\sin \beta_R} = 229,1 \text{ N} \cdot \frac{\sin 39,1^\circ}{\sin 125^\circ} = 176,4 \text{ N} \end{aligned}$$

Vertiefung

FTM, MVK: kein Zerlegen. TG: volles Programm

Arbeitsplan:

1. Lageplanskizze
2. Koordinatensystem festlegen
3. Tabelle der Kräfte erstellen

Alle Winkel α von der x-Achse (ccw)!

	$ F $ [N]	α [°]	F_x [N]	F_y [N]
F_1	250,0	70,0	85,5	234,9
F_2	200,0	190,0	-197,0	-34,7
F_R	229,1	119,1	-111,5	200,2
F_{U1}	76,6	260,0	-13,3	-75,4
F_{U2}	176,5	-45,0	124,8	-124,8
Kontrolle: $\Sigma =$			0,0	0,0

4. Kräfte in Komponenten zerlegen

Komponenten = Kraftanteile in Koordinatenrichtungen

$$F_{nx} = F_n \cos \alpha_n; \quad F_{ny} = F_n \sin \alpha_n$$

5. Komponenten addieren

$$F_{Rx} = F_{1x} + F_{2x} + \dots; \quad F_{Ry} = \Sigma F_{ny}$$

6. Betrag $|F_R|$ der Resultierenden

$$|F_R| = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$$

7. Richtung α_R der Resultierenden

arctan liefert zwei-deutige Werte \rightarrow Winkel muss präzisiert werden:

– Vorzeichen der Komponenten \rightarrow Skizze !!
oder

– α ab +x-Achse angeben

Für $F_{Rx} \geq 0$ gilt: $\alpha_R = \alpha'_R$

Für $F_{Rx} < 0$ gilt: $\alpha_R = \alpha'_R + 180^\circ$

Prinzip:

8. Lageplanskizze

9. Kräfteplanskizze

10. Kräfte mithilfe KP und Winkelfunktionen berechnen

Winkelfunktionen

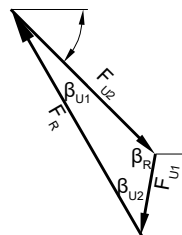
$$F_{Rx} = F_R \cdot \cos \alpha_R$$

$$F_{Ry} = F_R \cdot \sin \alpha_R$$

[Böge Aufg.] Aufg. 42f

Sinussatz

$$\frac{F_R}{\sin \beta_R} = \frac{F_{U1}}{\sin \beta_{U1}} = \frac{F_{U2}}{\sin \beta_{U2}}$$



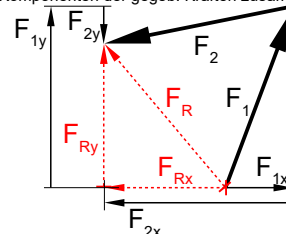
Dieser programmierfähige Algorithmus spart fehlerträchtige Überlegungen und übt alle nötigen Techniken ein:

6) Freimachen

Freimachen ist bei allen Statikaufgaben unverzichtbar. Zur Dokumentation genügt eine Skizze. [Gross 2015] S.2 verwendet den Begriff Freikörperbild statt Lageskizze.

7) Komponenten

Skizze: Die Komponenten von F_R setzen sich aus den Komponenten der gegebenen Kräfte zusammen.



8) Winkelangaben

Alle Winkel α ccw (= counter clock wise = gegen den Uhrzeigersinn) von derselben (x-)Achse \rightarrow Vorzeichen der Komponenten ergeben sich automatisch \rightarrow weniger Fehler.

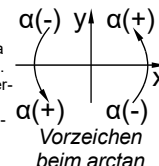
Für die Zerlegung in Komponenten muss man genau einmal überlegen, ob man sin oder cos einsetzen muss, danach läuft alles automatisch. Alle x-Komponenten erhalten das eine, alle y-Komponenten das andere. Die Vorzeichen der Komponenten ergeben sich wegen des einheitlichen Bezuges der Winkel auf die x-Achse automatisch.

Komponenten addieren ergibt die Komponenten der Resultierenden F_R . F_n meint den Betrag der n-ten Kraft α ist der Winkel von der x-Achse gegen den Uhrzeiger bis zur Kraft. Vorzeichen von F_{ny} ergeben sich automatisch.

Betrag mit Pythagoras aus den Komponenten berechnen.

Die

genaue Richtung α_R bekommt man mit den Komponenten F_{Rx} und F_{Ry} heraus, da rentiert sich kein Algorithmus. Statt Regeln auswendig zu lernen, sollte man das Problem erkennen und nach Plausibilität lösen.



– α ab +x-Achse angeben

Wenn $F_{Rx} \geq 0 \rightarrow \alpha_R$ zählt ab der +x-Achse

Wenn $F_{Rx} < 0 \rightarrow \alpha_R$ zählt ab der -x-Achse

Für einfache Aufgaben braucht man keinen komplizierten Algorithmus. Oft genügt es, den Kräfteplan zu skizzieren und dann die gesuchten Kräfte mit ein paar Winkelfunktionen zu berechnen. Für individuelle Lösungen muss der Arbeitsplan zwangsläufig sehr allgemein gehalten sein

Das Zerlegen in rechtwinklig zueinander stehende Kräfte ist häufig notwendig und muss von jedem Schüler beherrscht werden.

Skizze mit Werten der Beispielaufgabe

Winkel für das Beispiel:

$$\begin{aligned} \beta_{U1} &= 180^\circ - \alpha_R + \alpha_{U2} = 180^\circ - 119,1^\circ - 45^\circ = 15,9^\circ \\ \beta_{U2} &= \alpha_R - (\alpha_{U2} - 180^\circ) = 119,1^\circ - (260^\circ - 180^\circ) = 39,1^\circ \\ \beta_R &= (\alpha_{U1} - 180^\circ) - \alpha_{U2} = (260^\circ - 180^\circ) - (-45^\circ) = 125^\circ \\ \text{Kontrolle: } &15,9^\circ + 39,1^\circ + 125^\circ = 180^\circ \end{aligned}$$

Auch die Berechnung der Innenwinkel kann man automatisieren, aber der Aufwand lohnt sich nicht ggü. einer individuellen Lösung. Im Fall der Fälle müssen die Kräfteplanskizze und ein paar Überlegungen genügen.

TG: UB Statik zentral, MVK: [EuroRBM]

FTM: [Böge Aufg.] Aufg. 51f

Statik_TA_zentral-rechnerisch.odt
Seitenumbruch



Systematische Lösung – Zerlegen

$$\Sigma F_x = 0 = F_{Rx} + F_{U1x} + F_{U2x} = F_{Rx} + F_{U1} \cdot \cos \alpha_{U1} + F_{U2} \cdot \cos \alpha_{U2}$$

$$\rightarrow F_{U2} = \frac{F_{Rx} + F_{U1} \cdot \cos \alpha_{U1}}{-\cos \alpha_{U2}}$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_{Ry} + F_{U1y} + F_{U2y} = \dots \rightarrow F_{U2} = \frac{F_{Ry} + F_{U1} \cdot \sin \alpha_{U1}}{-\sin \alpha_{U2}}$$

$$F_{U2} = \frac{F_{Rx} + F_{U1} \cdot \cos \alpha_{U1}}{-\cos \alpha_{U2}} = \frac{F_{Ry} + F_{U1} \cdot \sin \alpha_{U1}}{-\sin \alpha_{U2}} \rightarrow$$

$$F_{U1} = \frac{-F_{Rx} \cdot \sin \alpha_{U2} + F_{Ry} \cdot \cos \alpha_{U2}}{\cos \alpha_{U1} \cdot \sin \alpha_{U2} - \sin \alpha_{U1} \cdot \cos \alpha_{U2}}$$

$$F_{U2} = \frac{-F_{Rx} \cdot \sin \alpha_{U1} + F_{Ry} \cdot \cos \alpha_{U1}}{\cos \alpha_{U2} \cdot \sin \alpha_{U1} - \sin \alpha_{U2} \cdot \cos \alpha_{U1}}$$

$$F_{U1} = 229,1 \text{ N} \cdot \frac{-\cos 119,1^\circ \cdot \sin(-45^\circ) + \sin 119,1^\circ \cdot \cos(-45^\circ)}{\cos 260^\circ \cdot \sin(-45^\circ) - \sin 260^\circ \cdot \cos(-45^\circ)} = 76,6 \text{ N}$$

$$F_{U2} = 229,1 \text{ N} \cdot \frac{-\cos 119,1^\circ \cdot \sin 260^\circ + \sin 119,1^\circ \cdot \cos 260^\circ}{\cos(-45^\circ) \cdot \sin 260^\circ - \sin(-45^\circ) \cdot \cos 260^\circ} = 176,5 \text{ N}$$

gerechnete Beispiele

[Böge Aufg.] Aufg. 51

Zusammensetzen

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos \alpha_1 = 320 \text{ N} \cdot \cos 35^\circ = 262,1 \text{ N}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin \alpha_1 = 320 \text{ N} \cdot \sin 35^\circ = 183,5 \text{ N}$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos \alpha_2 = 180 \text{ N} \cdot \cos 55^\circ = 103,2 \text{ N}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin \alpha_2 = 180 \text{ N} \cdot \sin 55^\circ = 147,4 \text{ N}$$

$$F_{3x} = F_3 \cdot \cos \alpha_3 = 250 \text{ N} \cdot \cos 160^\circ = -234,9 \text{ N}$$

$$F_{3y} = F_3 \cdot \sin \alpha_3 = 250 \text{ N} \cdot \sin 160^\circ = 85,5 \text{ N}$$

$$F_{Rx} = +F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 262,1 \text{ N} + 103,2 \text{ N} - 234,9 \text{ N} = 130,4 \text{ N}$$

$$F_{Ry} = +F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 183,5 \text{ N} + 147,4 \text{ N} + 85,5 \text{ N} = 416,4 \text{ N}$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = 436,3 \text{ N}$$

$$= \sqrt{(130,4 \text{ N})^2 + (416,4 \text{ N})^2}$$

$$\alpha_R = \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{416,4 \text{ N}}{130,4 \text{ N}} = 72,6^\circ$$

zur positiven x – Achse (nach rechts oben)

FTM, MVK: kein Zerlegen, TG: nur Ergebnis

Die Herleitung der Formel ist ggü. der Lösung mit Sinussatz zu aufwendig, das Auswendiglernen der Formel nicht sinnvoll → individuelle Lösung mit Sinussatz bevorzugen

1) Herleitung

8. Kräftegleichgewichte $\Sigma F_x = 0$ und $\Sigma F_y = 0$

und die unbekannten Kräfte F_{U1} und F_{U2} per Gleichungssystem lösen

2) F_{U2} analog herleiten oder Symmetrie nutzen

3) Allgemeine Formel

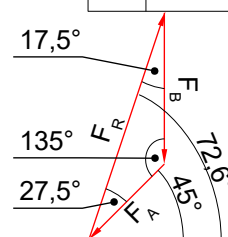
4) Man beachte die Symmetrie der Gleichungen, die mehrfach nützlich sein kann:

- Kontrollmöglichkeit
- Analogieschlüsse
- Ästhetik / Spass an Mathe vermitteln

5) Beispiel: Mobile Antenne

Zerlegen

	$ F $	α	F_x	F_y
F_1	320N	35°	262,1N	183,5N
F_2	180N	55°	103,2N	147,4N
F_3	250N	160°	-234,9N	85,5N
F_R	436,3N	$72,6^\circ$	130,4N	416,4N
F_A	184,5N	225°	-130,4N	-130,4N
F_B	286,0N	270°	0	-286,0N



$$F_A = F_R \cdot \frac{\sin \alpha_A}{\sin \alpha_R} = 436,6 \text{ N} \cdot \frac{\sin 17,4^\circ}{\sin 135^\circ} = 185 \text{ N}$$

$$F_B = F_R \cdot \frac{\sin \alpha_B}{\sin \alpha_R} = 436,6 \text{ N} \cdot \frac{\sin 27,6^\circ}{\sin 135^\circ} = 286 \text{ N}$$



Überleitung Statik I \rightarrow Statik II

Resultierende Kraft in der Ebene berechnen

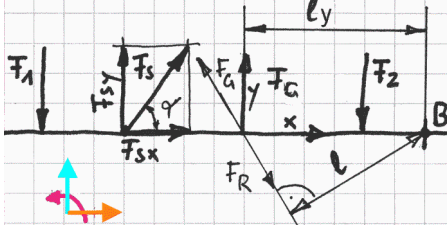
Zeichnerisches Pendant: Seileckverfahren.

Anwendung

- Ermittlung einer resultierenden Kraft mit Betrag, Richtung und Lage

Lageskizze

Balken ohne Auflager mit Gegenkraft



(F_G und F_R erst im Lauf der Berechnung eingetragen)

$$F_{Sx} = F_S \cdot \cos \alpha = 25 \text{ kN} \cdot \cos 60^\circ = 12,5 \text{ kN}$$

$$F_{Sy} = F_S \cdot \sin \alpha = 25 \text{ kN} \cdot \sin 60^\circ = 21,65 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0 = +F_{Sx} + F_{Gx} \rightarrow F_{Gx} = -F_{Sx} = -12,5 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 = -F_1 + F_{Sy} + F_{Gy} - F_2 \rightarrow F_{Gy} = F_1 - F_{Sy} + F_2 = 30 \text{ kN} - 21,65 \text{ kN} + 20 \text{ kN} = 28,3 \text{ kN}$$

$$F_G = \sqrt{F_{Gx}^2 + F_{Gy}^2} = \sqrt{(-12,5)^2 + (28,3)^2} \text{ kN} = 31 \text{ kN}$$

$$\alpha_G = \arctan \frac{F_{Gy}}{F_{Gx}} = \arctan \frac{28,3 \text{ kN}}{-12,5 \text{ kN}} = -66,2^\circ$$

$$|F_R| = |F_G| = 31,0 \text{ kN}$$

$$\alpha_R = \alpha_G = -66,2^\circ$$

(Dreh-)Moment = Kraft · Hebelarm (Kraft \perp Hebelarm)
Das Vorzeichen ist positiv, wenn ein Moment in der Richtung
des Koordinatensystems (siehe rotes Symbol) wirkt.

$$\Sigma M_B = 0$$

$$= F_2 \cdot l_3 - F_{sv} \cdot (l_2 + l_3) + F_1 \cdot (l_1 + l_2 + l_3) - F_G \cdot l \rightarrow$$

$$l = \frac{F_2 \cdot l_3 - F_{Sy} \cdot (l_2 + l_3) + F_1 \cdot (l_1 + l_2 + l_3)}{F_G}$$

$$= \frac{20 \text{ kN} \cdot 0,7 \text{ m} - 21,65 \text{ kN} \cdot (1,5 + 0,7) \text{ m} + 30 \text{ kN} \cdot (2 + 1,5 + 0,7) \text{ m}}{31,0 \text{ kN}}$$

$$= 2,98 \text{ m}$$

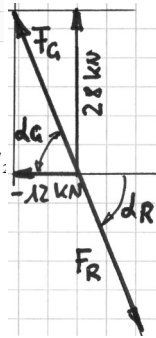
Beispiel FTM: [Böge Aufg.] 79

Arbeitsplan

1. - 7. F_R und α_R wie im zentralen KS

ermitteln

- nur gefragte Kräfte
- Gegenkraft F_G eintragen



8. Lage von F_G / F_R per $\Sigma M = 0$

8a. Drehpunkt wählen

- Im Bezugspunkt der Lage

7b. Momentengleichgewicht $\Sigma M = 0$

- im Drehpunkt ansetzen
- Hebelarm und Kraftkomponente je nach Fragestellung
- Ergibt eine Gleichung mit einer Unbekannten = sofort lösbar.

Das Freimachen ist wie immer unverzichtbar, es genügt eine unmaßstäbliche Skizze.

Es werden nur die Kräfte eingetragen, für die die resultierende Kraft F_R ermittelt werden soll. Statt F_R sollte man aber deren Gegenkraft F_G ermitteln, weil man diese mit den normalen Gleichgewichtsbedingungen berechnen kann ohne Verrenkungen mit dem Vorzeichen.

Die Resultierende F_R wirkt dann entgegen der Gegenkraft F_G .

Die Lage von FR bzw. der Abstand kommt mit dem Momentengleichgewicht ins Spiel.

Alternativ I_y:

$$\Sigma M_B = 0$$

$$= F_2 \cdot l_3 - F_{Sy} \cdot (l_2 + l_3) + F_1 \cdot (l_1 + l_2 + l_3) - F_{Gy} \cdot l_y$$

$$l_y = \frac{F_2 \cdot l_3 - F_{Sy} \cdot (l_2 + l_3) + F_1 \cdot (l_1 + l_2 + l_3)}{F_{Gy}}$$

$$= \frac{20 \text{ kN} \cdot 0,7 \text{ m} - 21,65 \text{ kN} \cdot (1,5 + 0,7) \text{ m} + 30 \text{ kN} \cdot (2 + 1,5 + 0,7) \text{ m}}{28,3 \text{ kN}}$$

$$= 3,26 \text{ m}$$

Vertiefung

Böge 72-82

Statik_TA_allgemein-rechnerisch-Resultierende.odt

Register 3
Seitenumbruch



Freimachen

Freimachen von Körpern

= Bauteile durch Kräfte ersetzen

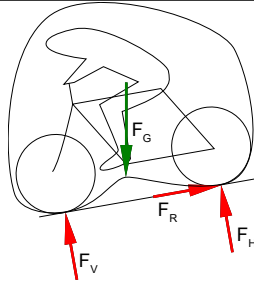
Zweck

- Erkennen aller Kräfte an einer BG
- Voraussetzung für alle Lösungen in der Statik

z.B. tgme HP92/93-1 Mountainbike

Lageskizze Rad + FahrerIn

Ges.: Aufstandskräfte



FTM, TG: Erarbeiten anhand der Übungen; MVK: entfällt

"Freimachen" ist das geistig anspruchsvollste Thema, das Technik M am TG zu bieten hat; gleichzeitig ist es die Grundlage zum Lösen von Statikaufgaben. Wer nicht richtig freimacht, braucht gar nicht anfangen zu rechnen... Im zentralen Kräftesystem sind die Aufgaben meist so einfach gestrickt, dass das Freimachen intuitiv möglich ist und seine Bedeutung nicht klar wird. Deshalb führe ich diese Einheit erst danach durch und vertiefe es in den Übungen zum allgemeinen KS. Meine Vorgehensweise: Kurz die Regeln anhand eines Beispiels erklären, dann drillmäßiges Üben [Skolaut 2014] S.8, S.28: verwendet die Begriffe „Freischneiden“ und „Freikörperbild“, letzteres neben Kräften auch mit Maßen u.ä.

1) Im System Rad+FahrerIn findet man zahlreiche Kräfte und Gegenkräfte (Kräftepaare):

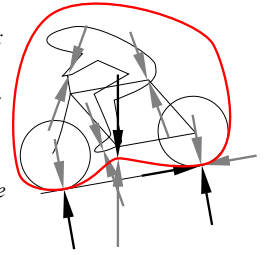
Rad drückt gegen Straße und zurück, vorne wie hinten, Reibung vs. Antriebskraft, Hände vs. Lenker, Gesäß vs. Sattel, Erde zieht an Rad+Fahrer und umgekehrt, u.v.a.m.

2) Was kann man damit anfangen?

Nix! Die An/Unzahl der Kräfte ist unhandlich und Kräftepaare, die sich per se aufheben, bieten keinen Ansatz für die Gleichgewichtsbedingungen.

3) Gesucht ist ein Verfahren, um die Kräftepaare zu reduzieren und aufzusprengen

→ Freimachen: Man entscheidet sich für eine BG und zieht einen symbolischen Kringel darum. Reduktion: Alle Kräftepaare, die innerhalb oder außerhalb des Kringels liegen, werden ignoriert. Fraktion: Von den Kräftepaaren, die an der Grenze der BG liegen bzw. von der Systemgrenze zerschnitten werden, betrachtet man nur die Kräfte, die von außen auf die BG wirken.



Vorgehensweise

1. Baugruppe wählen

- Geeignete BG grenzen an gesuchte Kräfte

2. Alle Kräfte eintragen

- An jedem Kontakt zw. der BG und dem Rest der Welt
- \perp rechtwinklig zur Berührfläche (Normalkraft) bzw. \parallel parallel zur Berührfläche (Reibung)
- Gravitation (Gewichtskräfte)

3. Bekannte Kräfte mit Richtung

- Richtungskonvention: Wie wirkt der RdW auf die BG?

4. Unbekannte Kräfte

- Einwertiges Lager: Richtung annehmen
- Zweiwertiges L.: 2 Richtungen eintragen (z.B. F_x , F_y)

5. Lösbarkeit prüfen

- Lösbar sind max. als 3 unbekannte Größen (Beträge und/ oder Richtungen von Kräfte).

Wer zu viele Unbekannte hat, muss Infos suchen:

6. Lageplanskizze anfertigen

- LS dokumentiert die Überlegungen

Hinweise auf Richtungen von Kräften

Seile, Ketten usw.

übertragen nur Zugkräfte in Seilrichtung

Zweigelenkstäbe (Pendelstützen)

= an 2 Stellen drehbar gelagert

übertragen Zug- oder Druckkräfte nur in der Verbindungslinie der Gelenkpunkte.

z.B. Kolben, Gitterstäbe



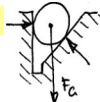
Berührflächen

übertragen Normalkräfte senkrecht und Reibkräfte parallel zur Berührfläche.



Rollkörper

Normalkräfte bei Rollkörper (Kugeln, Rollen) gehen durch ihren Mittelpunkt.



[Böge, Techn. Mechanik] einarbeiten,

Im Prinzip muss man nur die gesuchten Kräfte eintragen und hat schon einen Teil der Grenze der geeigneten Baugruppe. Auf die BG dürfen beliebig viele bekannte Kräfte wirken. Sonstige Kräfte möglich (Schule nur im Einzelfall), sie zählen aber zu den unbekannten Kräften.

Gewichts- und Reibungskräfte werden berücksichtigt, wenn es verlangt wird.

Vom freizumachenden Körper werden alle Berührstellen entfernt und durch die zugehörigen Kräfte ersetzt. Am Besten denkt man sich eine Linie um die gewählte Baugruppe und sucht alle Kräfte, die diese Linie überschreiten.

Schüler setzen Kräfte oft nach Wunschenken ein, z.B. "da brauche ich noch eine Kraft" oder auf Verdacht "Da bewegt sich was". Das führt zu vielen Fehlern.

Mit der Vorzeichenregel „Wie wirkt der Rest der Welt (RdW) auf die Baugruppe (BG)“ wirken Schwerkraft nach unten. Es käme auch zu richtigen Ergebnissen, trüge man ALLE Richtungen „falsch“ herum ein (Schwerkraft nach oben!), aber Mischen der Richtungssysteme funktioniert nie.

Bei zeichnerischen Lösungen muss man keine Richtungen für unbekannte Kräfte annehmen, es genügen die WL. Bei rechnerischen Lösungen sind die Richtungen nötig für die Vorzeichen in den Gleichungen. Wenn man eine Richtung „falsch“ angenommen hat, wird das Ergebnis negativ und es stimmt wieder.

Es sind nur 3 unbekannte Kräfte lösbar, weil nur drei Gleichgewichtsbedingungen existieren. Die Anzahl der lösbaren Unbekannten reduzieren sich, wenn nicht alle Gleichungen angewendet werden können, z.B. beim zentralen Kräftesystem (kein Momentengleichgewicht) oder wenn alle Kräfte parallel sind (Kräftegleichgewicht nur in einer Richtung). Wenn man mehr unbekannte Kräfte findet als lösbar sind, muss man weitere Informationen suchen. Ein Lösungsversuch ohne zusätzliche Infos ist sinnlos.

Das Freimachen ist oft der schwierigste Teil einer Statikaufgabe, deshalb gebe ich für eine lesbare LS bereits 1/4 bis 1/3 der Punkte. Umgekehrt gibt es ohne LS nie die volle Punktzahl.

Lösungen in der Statik sind komplex und die Fehlerquote steigt stark an, wenn man wesentliche Lösungsschritte im Kopf jongliert → LS liegt im Eigeninteresse des Schülers.

Kein TA, nur beiläufig einliefern lassen

Gemeinsame Wirkungslinie ist notwendig in der Definition, damit auch gebogenen Teile als Pendelstützen gesehen werden können. Die Form der Pendelstütze spielt keine Rolle.

Wenn die Reibung berücksichtigt werden muss, ist sie gegen die Bewegungsrichtung einzu-tragen. Die Haftreibung $F_R = \mu \cdot F_N$ ist nicht die tatsächliche Reibkraft, sondern ihr höchst-möglicher Wert. Deshalb ist die Reibkraft in aller Regel unbekannt. Meist wird die Reibung vernachlässigt.

Für die Rollreibung im Ruhezustand gilt dasselbe wie für die Haftreibung oben.

Verschiebesatz: Wenn über eine Rolle ein Seil gelegt ist, das in beide Richtungen gleich stark zieht, spielt ihr Durchmesser „keine Rolle“.

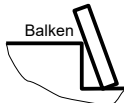
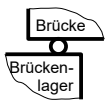


Lose und feste Lager

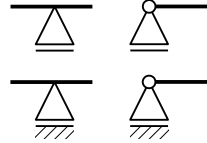
sind in allen Richtungen (F_x , F_y , F_z , M_x , M_y , M_z) außer einer, zwei, drei beweglich:

Einwertige Lager (Loslager)

sind in allen Richtungen außer einer beweglich.
konstruktive Beispiele

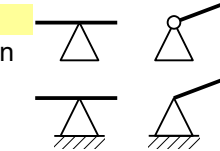


Symbole:



Zweiwertige Lager (Festlager)

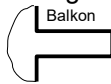
sind in allen Richtungen außer zweien beweglich.



FO Brückenlager

Dreiwertige Lager

sind in allen Richtungen fest.



Vertiefung

FTM, TG: AB Statik_Ub_Abi ([Böge Aufg.] Aufgabe 9..28 sind zu leicht)



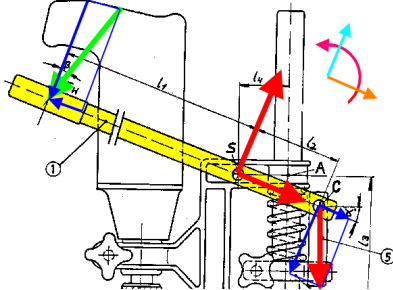
Statik II – in der Ebene

Auflagerkräfte in der Ebene berechnen

Das grafische Schlusslinienvorgehen löst Aufgaben mit komplizierter Bemaßung leichter (→ HP 98/99-2 Zugmaschine mit Anhänger), steht aber nicht mehr im Lehrplan. rechnerische Verfahren sind flexibler, z.B. "Ab welchem .. kippt." [Skolaut 2014] S.26: „Statisches Gleichgewicht am ebenen starren Körper“ → die Einschränkungen statisch, eben und starr erfolgten schon bei der Einführung.

TG: HP 94/95-1 Bohrmaschinenständer

Lageskizze Hebel



Im Beispiel kann der Drehpunkt in den Bolzen S oder C liegen. Hier wird S gewählt, da von dort die Bemaßung ausgeht und dies die Rechnung ein wenig erleichtert.

$$\Sigma M_S = 0$$

$$= 0 = F_{Hy} \cdot l_1 - F_{Cy} \cdot l_2 \rightarrow$$

$$F_C = F_{Hy} \cdot \frac{l_1}{l_2 \cdot \cos \alpha} = 98,48 \text{ N} \cdot \frac{300 \text{ mm}}{90 \text{ mm} \cdot \cos 20^\circ}$$

$$F_C = 349,3 \text{ N}$$

4) Hebelarme und Drehrichtung vertiefen

Das Vorzeichen ist positiv, wenn ein Moment in der Richtung des Koordinatensystems (siehe rotes Symbol) wirkt.

Im Beispiel bekommt man den Hebelarm zu F_H zwar noch relativ leicht, aber ich will das übertragbare Verfahren zeigen.

$$F_{Hx} = F_H \cdot \sin \beta = 100 \text{ N} \cdot \sin 10^\circ = 17,36 \text{ N}$$

$$F_{Hy} = F_H \cdot \cos \beta = 100 \text{ N} \cdot \cos 10^\circ = 98,48 \text{ N}$$

5) Sorgfältig auf die Vorzeichen eingehen. Jede der 3 GG-Bedingungen gehört zu einer der 3 Koordinatenrichtungen.

$$\Sigma F_x = 0$$

$$= 0 = -F_{Hx} + F_{Sx} + F_{Cx} \rightarrow$$

$$F_{Sx} = F_{Hx} - F_{Cx} \sin \alpha$$

$$F_{Sx} = 98,48 \text{ N} - 349,3 \text{ N} \cdot \sin 20^\circ = -102,1 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$= 0 = -F_{Hy} + F_{Sy} - F_{Cy} \rightarrow$$

$$F_{Sy} = F_{Hy} + F_{Cy} \cos \alpha$$

$$= 17,36 + 349,3 \text{ N} \cdot \cos 20^\circ$$

$$F_{Sy} = 426,7 \text{ N}$$

Wenn es ein Festlager gibt:

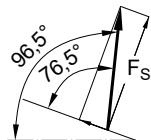
$$F_S = \sqrt{F_{Sx}^2 + F_{Sy}^2} = \sqrt{(-102,1 \text{ N})^2 + (426,7 \text{ N})^2}$$

$$F_S = 438,7 \text{ N}$$

$$\gamma_S = \arctan \frac{F_{Sy}}{F_{Sx}}$$

$$= \arctan \frac{426,7 \text{ N}}{-102,1 \text{ N}}$$

$$= -76,5^\circ$$



Vertiefung

Arbeitsplan

1. Freimachen + Lageskizze erstellen

- Baugruppe wählen (s.o.) und benennen
- alle Kräfte eintragen (s.o.)

2. Richtungen für unbekannte Kräfte annehmen (s.o.)

- für das Vorzeichen in Rechnungen
- „falsche“ Annahme → negatives Ergebnis → stimmt wieder!
- für zweiwertige Lager 2 Richtungen eintragen (z.B. F_x, F_y)

3. Gleichgewichtsbedingungen ansetzen + Gleichungssystem lösen

$$\Sigma M = 0 \quad \Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0$$

mögliche Vereinfachungen

4. Momentengleichgewicht $\Sigma M = 0$

- Drehpunkt im Schnittpunkt zweier unbekannter Kräfte
- eine Gleichung mit 1 Unbekannten = sofort lösbar.

- Moment = Kraft · Hebelarm (Kraft \perp Hebelarm)

Der Hebelarm ist der kürzeste Abstand zw. Drehpunkt und Wirklinie

5 Kräfte in Bemaßungsrichtung zerlegen

- Nicht Hebelarme berechnen,
- sondern Kräfte rechtwinklig zur Bemaßung zerlegen

- Hilfe: Koordinatensystem in Richtung der Bemaßung legen

- Man kann für jede Kraft ein eigenes Koordinatensystem wählen, z.B. Aufg.4: Hebebühne
- im tatsächlichen Angriffspunkt →

6. Kräftegleichgewichte $\Sigma F_x = 0$ und $\Sigma F_y = 0$

- beliebige Reihenfolge

$\Sigma F_x = 0$: In Kräftegleichgewichten gibt es keine Hebelarme. Das Vorzeichen ist positiv, wenn eine Kraft in Richtung der x-Achse des Koordinatensystems (siehe oranges Symbol) wirkt.
 $\Sigma F_y = 0$: Das Vorzeichen ist positiv, wenn eine Kraft in Richtung der y-Achse des Koordinatensystems (blau) wirkt.

7. ggf. zusätzliche Gleichungen

- Für jede Unbekannte eine Glchg.
- im Abi selten, z.B. HP1983/84-2 Hebestation

8. Gleichungssystem lösen

- per Hand oder CAS

9. Betrag und Richtung ermitteln

Achtung: arctan ergibt kein eindeutiges Ergebnis für α (Zählrichtung von α siehe rechts), deshalb muss man den Winkel mit einer Skizze deutlich machen.

Dazu skizziert man die Komponenten F_{Sx} ($\approx -100 \text{ N}$) und F_{Sy} ($\approx +400 \text{ N}$) in das gewählte Koordinatensystem und überlegt dann, wo der berechnete Winkel liegt.

10. Plausibilität prüfen

TGT: ja; TGTm: ja; FTM: ja

Statikaufgaben der Ebene löst man, indem man die 3 Gleichgewichtsbedingungen $\Sigma F_x = 0$; $\Sigma F_y = 0$ und $\Sigma M = 0$ für beliebige Koordinatensysteme aufstellt und mit dem entstehenden Gleichungssystem max. 3 unbekannte Größen löst. Schon das Aufstellen der Gleichungen wird durch eine geschickte Wahl des Koordinatensystems erleichtert.

Wenn man das Gleichungssystem händisch lösen will/muss, sollte man weitere Möglichkeiten zur Vereinfachung nutzen, z.B. einen geschickten Drehpunkt für das Momentengleichgewicht.

- Für alle Probleme der Statik ist Freimachen unverzichtbar. Zur Dokumentation genügt eine unmaßstäbliche Skizze.
- Details siehe Unterrichtseinheit "Freimachen"
- Ich lege Wert darauf, dass die gewählte Baugruppe benannt wird, a) damit ich weiß, welche BG eine Schülerin meint, und b) damit sie es auch weiß :-)
- Details siehe Unterrichtseinheit "Freimachen"
- Man muss die Richtungen nicht kennen, sondern nur annehmen und kennzeichnen. Wenn die Richtung "falsch" angenommen wurde, wird das Ergebnis der Rechnung negativ und stimmt wieder. Es ist auch nicht sinnvoll, die "falsche" Richtungen nachträglich zu korrigieren, weil man dabei die ganze Rechnung korrigieren müsste. Wer sicher gehen will, vermerkt am negativen Ergebnis: „Kraft wirkt entgegen der Annahme.“
- In zweiwertigen Lagern (=Festlager) trägt man für unbekannte Kräfte die Komponenten in x- und y-Richtung ein.

Tipp 1: Wahl des Drehpunktes

Idee: Wenn man den Drehpunkt für die Gleichung $\Sigma M = 0$ im Schnittpunkt zweier unbekannter Kräfte wählt, haben diese Kräfte den Hebelarm 0 und fallen aus der Gleichung. Es bleibt also nur 1 Unbekannte → manuell leicht zu lösen.¹ Mit CAS ist dieser Schritt verzichtbar.

Sonstiges: Einen solchen Schnittpunkt gibt es immer, da Aufgaben mit 3 parallelen unbekannten Kräften nicht lösbar sind. Bisher waren in den Abi-Aufgaben diese Schnittpunkte immer bemaßt. Wenn dies nicht Fall sein sollte (z.B. [Böge Aufg.] Aufg. 120; 129), muss man die Maße zum Schnittpunkt ermitteln oder das Gleichungssystem individuell lösen. Nicht von Kraft mal Länge o.ä. reden, da dies leicht mit der Arbeit verwechselt wird, aber dort sind Kraft und Weg parallel.

Tipp 2: Komponenten statt Hebelarm

Idee: Zur Berechnung der Momente müssen Kraft und Hebelarm rechtwinklig zueinander stehen. Wenn dies durch die Bemaßung nicht gegeben ist, können die Hebelarme zwar berechnet werden, aber das funktioniert in jeder Aufgabe anders, ist deshalb fehleranfällig und nur in einfachen Fällen sinnvoll. Meist ist es einfacher, die Kräfte in Bemaßungsrichtung zu zerlegen und die Komponenten mit den gegebenen Längen zu multiplizieren – das Verfahren funktioniert immer gleich und kann eingeübt werden. Zwanglos funktioniert es, wenn man das Koordinatensystem in Bemaßungsrichtung legt.

Tipp 3: Kraftkomponenten skizzieren

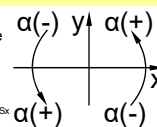
Es sind oft Kleinigkeiten:

Kräfte im Angriffspunkt zerlegen, damit man die Hebelarme, nicht verwechselt



Man könnte noch einmal $\Sigma M = 0$ mit einem anderem Drehpunkt ansetzen, aber $\Sigma F = 0$ ist weniger aufwändig.

Vorzeichenregel: Es bekommen die Kräfte ein negatives Vorzeichen, deren angenommen Richtung entgegen den Koordinatenrichtungen x bzw. y wirken. Achtung: Diese Vorzeichen sind nicht die Vorzeichen des Momentengleichgewichts.



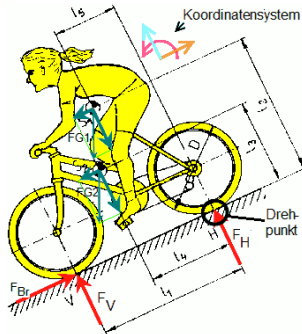
Plausibilität: Ist es plausibel, dass in F_C und F_S ca. 4x größer als F_H sind?

1 [Müller-Breslau I] S.211: „Denn wählt man den Schnittpunkt von irgend zweien der drei Spannkraften zum Drehpunkte und setzt die Summe der statischen Momente sämtlicher Kräfte gleich Null, so erhält man eine Gleichung, in der nur eine unbekannte Spannkraft vorkommt, weil die statischen Momente der durch den Drehpunkt gehenden Spannkraften gleich Null sind.“



Übungen

Beispiel: schiefe Ebene
 z.B. HP 92/93-1 Mountainbike
 Lageskizze Rad+Fahrerin



$$F_{Gl_x} = F_{Gl} \cdot \sin \alpha = 560 \text{ N} \cdot \sin 15,6^\circ = 151,0 \text{ N}$$

$$F_{Gl_y} = F_{Gl} \cdot \cos \alpha = 560 \text{ N} \cdot \cos 15,6^\circ = 539,3 \text{ N}$$

$$F_{G2_x} = F_{G2} \cdot \sin \alpha = 140 \text{ N} \cdot \sin 15,6^\circ = 37,7 \text{ N}$$

$$F_{G2_y} = F_{G2} \cdot \cos \alpha = 140 \text{ N} \cdot \cos 15,6^\circ = 134,8 \text{ N}$$

mit $\alpha = \arctan 28\% = 15,6^\circ$

(Dreh-)Moment = Kraft · Hebelarm (Kraft \perp Hebelarm)
 Das Vorzeichen ist positiv, wenn ein Moment in der Richtung des Koordinatensystems (siehe rotes Symbol) wirkt.

$$\Sigma M_H = 0$$

$$= \pm F_{Br} \cdot 0 - F_V \cdot l_1 \pm F_H \cdot 0$$

$$+ F_{Gl_x} \cdot l_2 + F_{Gl_y} \cdot l_3 + F_{G2_x} \cdot l_3 + F_{G2_y} \cdot l_4 \rightarrow$$

$$F_V = \frac{F_{Gl_x} \cdot l_2 + F_{Gl_y} \cdot l_3 + F_{G2_x} \cdot l_3 + F_{G2_y} \cdot l_4}{l_1}$$

$$F_V = \frac{151,0 \cdot 1000 + 539,3 \cdot 426 + 37,7 \cdot 640 + 134,8 \cdot 575}{1044} \frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}}$$

$$F_V = 462 \text{ N}$$

In Kräftegleichgewichten gibt es keine Hebelarme.
 Das Vorzeichen ist positiv, wenn eine Kraft in Richtung der x-Achse des Koordinatensystems (siehe oranges Symbol) wirkt.

$$\Sigma F_x = 0$$

$$= + F_{Br} - F_{Gl_x} - F_{G2_x} \rightarrow$$

$$F_{Br} = F_{Gl_x} + F_{G2_x}$$

$$= 151,0 \text{ N} + 37,7 \text{ N} = 189 \text{ N}$$

Das Vorzeichen ist positiv, wenn eine Kraft in Richtung der y-Achse des Koordinatensystems (siehe blaues Symbol) wirkt.

$$\Sigma F_y = 0$$

$$= F_V - F_{Gl_y} - F_{G2_y} + F_H \rightarrow$$

$$F_H = -F_V + F_{Gl_y} + F_{G2_y}$$

$$= -462,0 \text{ N} + 539,3 \text{ N} + 134,8 \text{ N}$$

$$= 212 \text{ N}$$

Seitenumbruch

Fachwerke

Rittersches Schnittverfahren

Fachwerke ([Böge Aufg.] Aufg. 160ff) können berechnet werden, indem man die Auflagerkräfte berechnet und sich dann innerhalb des Fachwerkes von Knoten zu Knoten hangelt. Bei großen Fachwerken oder wenn man nur die Kräfte einzelner Stäbe benötigt, ist der Ritterschnitt einfacher. Dazu schneidet man das Fachwerk geeignet auf und wendet die Gleichgewichtsbedingungen auf die geschnittenen Einzelteile an.

Beispiel: mit Zusammensetzen

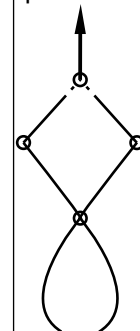
Beispiel: HP 83/84-2 Hebestation
 Beispiel Kippaufgabe

FTM

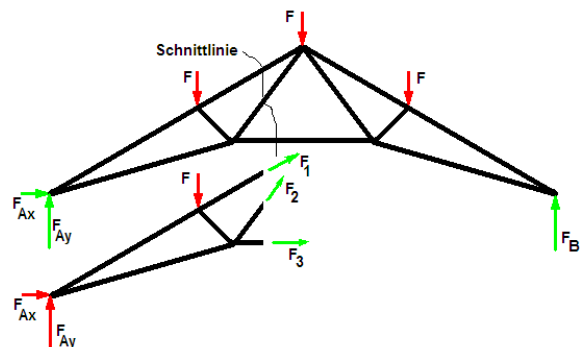
72-82: Resultierende mit Abstand weglassen
 83-97: Lagerkräfte (einstufig)
 98ff Lagerkräfte (mehrstufig)

Warum Algorithmen? Die Stärke des Menschen ist es eigentlich, sich auf **neue** Probleme einzustellen, während wiederkehrende Spezialaufgaben wie Fliegen fangen besser von Fröschen beherrscht werden [Ganten 2003]. Das sollte auch Schule fördern, also Vielseitigkeit verlangen statt stumpfsinniger Tätigkeiten. Dem gegenüber steht, dass Ingenieure meist Standardprobleme mit Standardmethoden bearbeiten. Und Schüler können in einer 4,5-stündigen Abi-Prüfung nicht dauernd hochkonzentriert arbeiten und brauchen Lösungsmethoden, die eine reduzierte Hirnleistung vertragen: Also doch Algorithmen.

Sprezzange zum Heben von Steinquadern



Statik_TA_allgemein-rechnerisch-Auflager.odt



Bildquelle: [Wikipedia]/Rittersches_Schnittverfahren - File:Ritterscher_Schnitt.png

Statik_TA_Fachwerk.odt
 Seitenumbruch



Notizen

nicht unterrichten, zusätzliche Info

Carl Culmann (1821-1861)

Quellen: [Kurrer 2002]

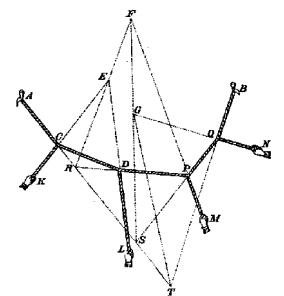
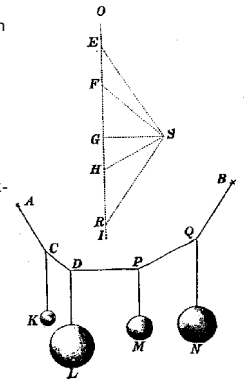
Pierre de Varignon (1654–1722).

Wie kommt man auf den Punkt S?

P. Varignon führte in seinem 1725 posthum veröffentlichten Werk *Nouvelle Mécanique ou Statique* das Seil- und Kräftepolygon ein. Ein undeformierbares, masseloses Seil bestimmter Länge wird an den Punkten A und B aufgehängt und durch die Gewichte K, L, M und N belastet (Bild 6-10). Die sich einstellende Gleichgewichtslage ACDPQB des Seiles wird als Seilpolygon bezeichnet; es wird durch das Kräftepolygon SEFGHRI festgelegt. Das Kräftepolygon ist eine Aneinanderreihung von Kräfteparallelogrammen, mit denen nacheinander das Gleichgewicht in den Seilknoten C, D, P und Q erfüllt wird; beispielsweise erfüllt das Kräfteparallelogramm SEF das Gleichgewicht im Seilknoten C. Varignon gibt auch die Konstruktion eines Seilpolygons mit beliebig gerichteten Kräften an. Bis auf Poncelet, der in seinen Vorträgen an der Artillerie- und Genieschule in Metz das Seilpolygon für Schwerpunktbestimmungen verwandte, blieb die Anwendung des Seilpolygons auf die Ermittlung von Gleichgewichtslagen von Zug- und Druckgliedern – etwa bei Hängebrücken und Wölbkonstruktionen – beschränkt.

aus [Kurrer 2002] S.223, [Varignon 1725] Band 1, S.190

Zusammenhang mit Schlusslinien- bzw. Seileckverfahren? Nachvollziehen!



Seil- und Kräftepolygon nach Varignon (1725)

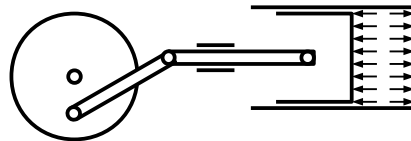
Konrad Zuse (1910-1995)

„Zuse verallgemeinert dieses noch an der Stabstatik orientierte Rechenschema zum Verfahren des Rechenplanes oder Programms. Sein Rechenplan bildete den Aufpunkt für die erste lauffähige programmgesteuerte Rechenmaschine der Welt, der 1941 realisierten Zuse Z3.... In der Computerstatik bleibt das Rechnen außen vor: Der Bauingenieur kann Symbolketten transformieren und manipulieren, ohne auf die Bedeutung der Symbole angewiesen zu sein. ... Man könnte sogar sagen, daß durch die graphische Statik Culmanns die Entwurfsarbeit des Bauingenieurs nicht nur rationalisiert sondern gleichzeitig ästhetisiert wurde, treten doch die Kräfte- und Konstruktionspläne in der doppelten Gestalt sowohl des sinnlichen Bewußtseins als auch des sinnlichen Bedürfnisses auf. Jene Entwicklung erreichte in den 1880er und 1890er Jahren ihren Höhepunkt; prominentes Beispiel hierfür ist der mit Methoden der graphischen Statik durch den Culmann-Schüler Koechlin analysierte Eiffelturm.“

[Kurrer 2002] S452f

Fragen

Verhältnisse bei stehendem Zylinder

[Müller-Breslau III] S.19 berechnet das maximale Moment m_{\max} (!) mit der Polweite H (in Tonnen!), die grafische Darstellung ähnelt der des Schlusslinien- bzw. Seileckverfahrens mit Pol - Nachvollziehen



LPE 09 Festigkeitslehre

Vorher ggf. Zugversuch wiederholen

Zugversuch

Zweck

- dient der Ermittlung des Werkstoffverhaltens bei einachsiger Zugbeanspruchung
- liefert wichtige Werkstoffkennwerte, die auf viele andere Belastungsarten übertragbar sind.

Durchführung

Zugprobe

wegen ihres Einflusses auf das Ergebnis sind genormt:

- Form (rund oder flach)
- Zylinderköpfe (glatt oder Gewinde)
- Oberfläche (Rz 6,3)
- Längenverhältnis (Proportionalstäbe)

Kurzer Prop.-Stab rund bzw. beliebig	Langer Prop.-Stab (für Sonderfälle)
$\frac{L_0}{d_0} = 5$ bzw. $\frac{L_0}{\sqrt{S_0}} = 5,65$	$\frac{L_0}{d_0} = 10$ bzw. $\frac{L_0}{\sqrt{S_0}} = 11,3$

Ablauf

man zieht die Zugprobe langsam und ruckfrei bis zum Bruch und zeichnet die Kraft F und Länge L auf.

Standardisierung

Werkstoffkennwerte werden unabhängig von den Maßen des Bauteiles angegeben.

Zugkraft $F \leftrightarrow$ Zugspannung σ_z

$$\sigma_z = \frac{F}{S_0} \quad \text{in} \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \text{MPa} \right] \quad S_0 = \text{Anfangsquerschnitt}$$

Längenänderung $\Delta L \leftrightarrow$ Dehnung ϵ

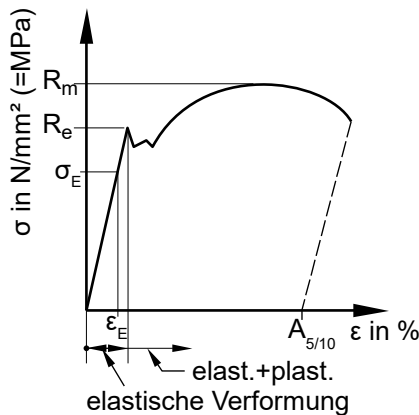
$$\epsilon = \frac{L - L_0}{L_0} \quad \text{in} \quad [\% \text{ oder o.E.}] \quad L_0 = \text{Anfangsmesslänge}$$

Die Werte werden aufgezeichnet im

Spannungs-Dehnungs-Diagramm

mit ausgeprägter Streckgrenze

[Schwab 2013] S.154: „... ausgeprägte Streckgrenze [tritt] nur bei wenigen Werkstoffen auf... .. ausgerechnet bei den einfachen Baustählen, der meistgebrauchten metallischen Werkstoffgruppe, eine Ironie der Natur.“



3) Beschreiben Sie den Kurvenverlauf (makroskopische Vorgänge)

4) Gleichmaßdehnung A_g ist verzichtbar

5) dann Bezug auf die mikroskopischen Vorgänge

AB verschiedene gezogene Zugproben

Quellen: DIN EN 10002:2001 Metallische Werkstoffe - Zugversuch in [Klein 2008], [Hering 1992], [Bargel/Schulze 2005]

1) Ein: Bauarbeiter unter schwebender Last; Bungeespringen

Was gibt dennoch einigermaßen Sicherheit?

2) Aufbau und Ablauf mündlich entwickeln, anschließend Zugversuch in der Werkstatt durchführen oder Video zeigen.

Prüfungen sind lange üblich, z.B. enthält [Musschenbroeck 1729] Hinweise zu Prüfmaschinen und Spannungsprüfungen bei Drähten [Ferguson 1992] S.204, Fußnote 9). Ein anderes Beispiel ist [Agricola 1548]

-> [EuroTabM] „Zugversuch“

FO verschiedene Zugproben

FO Einfluss des Längenverhältnisses auf die Bruchdehnung

AM Papierstreifen

FO gespannte und umgeformte Gewinde

Abhängig vom Längenverhältnis ist z.B. die Bruchdehnung A , weil die Verformung nach der Einschnürung nicht von der Anfangslänge abhängt.Die Proportionalitätsfaktoren $k = 5,65$ bzw. $11,3$ ([Bargel/Schulze 2005] S.98; [EuroTabM] „Baustähle, unlegierte“) für beliebige Querschnitte wurden im Abi bisher nicht verwendet, sondern nur $L_0/d_0 = 5$ bzw. $L_0/d_0 = 10$ für runde Proportionalstäbe, gelegentlich mit Umrechnung in entsprechende Flachproben.Die Proportionalitätsfaktoren $k = 5$ für runde Stäbe und $k = 5,65$ für beliebige Stäbe können ineinander umgerechnet werden.

$$\frac{L_0}{\sqrt{S_0}} = \frac{L_0}{\sqrt{\pi/4 \cdot d_0^2}} = \frac{L_0}{\sqrt{\pi/4} \cdot d_0} = \frac{1}{\sqrt{\pi/4}} \cdot \frac{L_0}{d_0} = \frac{1}{\sqrt{\pi/4}} \cdot 5 \approx 5,65$$

Langsam und ruckfrei wegen dynamischer Kräfte, vergleiche: Spalten von Holz.

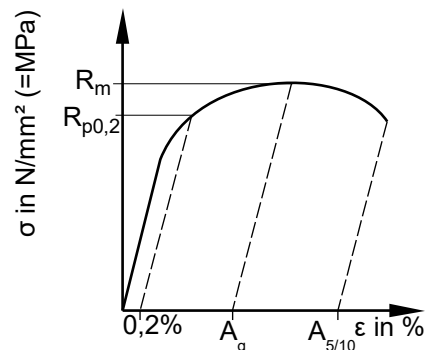
Was langsam ist, hängt vom Werkstoff ab.

Damit die Ergebnisse unabhängig von der Probengröße werden, bezieht man sie auf Querschnittsfläche und Länge der Probe. Den Einfluss von Oberfläche und Längenverhältnis vernachlässigt man zunächst. Wenn es genauer sein muss: Im TabB sind die Streckgrenzen R_E bei Stahl abhängig von der Erzeugnisdicke angegeben, und bei der Bruchdehnung gibt man das Längenverhältnis als Index an, z.B. A_5 oder A_{10} , wg. des seines Einflusses.Andere Beispiele: zulässige Stromdichte
Spannung ist auf Fläche bezogene Kraft.

Ingenieure rechnen mit Zugspannungen, die auf den Anfangsquerschnitt bezogen sind, und ignorieren, dass der Querschnitt kleiner und die tatsächlichen Spannungen größer werden, weil man Bauteile kaum noch beeinflussen kann. Dagegen betrachten Festkörperphysiker bei der Untersuchung von Werkstoffverhalten die tatsächlichen Spannungen im engsten Querschnitt.

100% = 1, kann in der Formel auch entfallen

ohne ausgeprägte Streckgrenze

AB SDD kombiniert mit Gitterbildern und 2ten Achsen F und ΔL

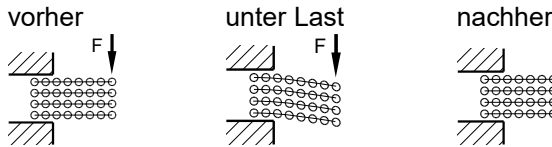
Werkstoff_TA_Zugversuch.odt



Vorgänge im Werkstoff

Metallische Gitter sind einfach angeordnet

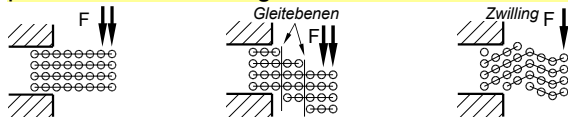
elastische Verformung



Werkstoff verhält sich wie eine Feder und nimmt nach Entlastung die ursprüngliche Form wieder an.

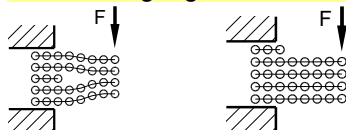
Einschwingverhalten

plastische Verformung



Werkstoff wird bleibend verformt

Kaltverfestigung.



Gitterfehler werden geschlossen, die Streckgrenze eines Metalles steigt beim Umformen (Walzen, Schmieden ..)

Hinweise: Einen gebogenen Draht kann man nicht einfach an der Biegestelle zurückbiegen. Bis zur Bruchseinschnürung bleiben Zugproben zylindrisch, weil bereits gedehnte Bereiche eine höhere Festigkeit bekommen und die weitere Dehnungen erstmal woanders stattfindet.

Einschnürung

Nach Überschreiten von R_m tritt Einschnürung der Probe ein. Die Kraft im Diagramm sinkt bis zum Bruch.

Kennwerte aus dem Zugversuch

Es gilt das Hooke'sche Gesetz: $\sigma = E \cdot \epsilon$

Streckgrenze R_e – Dehngrenze $R_{p0,2}$

= Grenze des elastischen Bereiches [$N/mm^2 = MPa$]

(Der) Elastizitätsmodul E

[kN/mm^2] (E-Modul)

– ist ein Maß für die Steifigkeit

– $E = \frac{\sigma_E}{\epsilon_E}$ mit einem Wertepaar (σ_E ; ϵ_E) von der Hooke'schen Geraden

Zugfestigkeit R_m

in [$N/mm^2 = MPa$]

– das Überschreiten von R_m führt zum Bruch

Bruchdehnung A ($=A_5$) oder A_{10}

in [% oder ohne Einheit]

– Bleibende Verformung nach dem Bruch

– Index = Längenverhältnis der Zugprobe

→ starker Einfluss auf die Bruchdehnung (s.u.)

Bruchseinschnürung Z

→ TabB

$$Z = \frac{S_0 - S_U}{S_0}$$

Streckgrenzenverhältnis V_s

$$V_s = \frac{R_e}{R_m}$$

Vertiefung

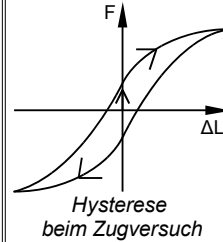
1) Ordnen Sie Kurven mit verschiedenen Streckgrenzenverhältnissen zu:

Bruchgetrenntes Pleuel, FO Tiefziehen

Seil einer Hängebrücke (plastische Verformung erwünscht, um Überlastung anzuzeigen).

Zum Thema → [Schwab 2013] „Kerschlagbiegeversuch“

Tatsächlich ist die elastische Verformung im oberen Bereich nicht genau linear. Doch die Abweichungen von der Geraden sind schwer zu ermitteln und meist vernachlässigbar, so dass man meist auf der Ermittlung der Proportionalitätsgrenze verzichtet.



Hysteresis beim Zugversuch

Auch beim elastischen Verformen von Material kommt es durch innere Reibung zu einer Hysteresis [Bargel/Schulze 2005] S.112. Deshalb wollen Radfahrer möglichst steife Fahrradbauteile.

AB Hysteresis

Man unterscheidet: (1) linear elastisches Verhalten, für das das Hooke'sche Gesetz gilt (gilt für alle Festkörper für kleine Verformungen bis $\epsilon=0,1\%$); (2) nicht-linear-elastisches Verhalten, z.B. Gummi und (3) anelastisches Verhalten (elastische Hysteresis): der Werkstoff gibt nicht mehr die ganze Verformungsenergie zurück [Hütte 29] D42. [Hering 1992] S.92.

Mit der Dehnung ϵ erfolgt eine Verringerung des Querschnittes. Ihr Maß ist die Querkürzung ϵ_q bzw. die Poisson- oder Querdehnzahl ν . Sie beträgt für Stahl $\nu = 0,3$ [Decker 2009] S.30.

Sechseckige Säule aus Nanodots, Elmo:

Bei Verdrehung ist die elastische und plastische Verformung gut zu sehen. Wenn man die mittleren Magnete entfernt, wird die plast. Verformung zufälliger



Nach der 2011 geltenden Theorie entsteht die Einschwingphase ([GrundwissenIng14] S.533: Lüders-Dehnung) durch Zwischengitteratome (ZGA: C, N), die etwas größer als die Zwischengitterplätze sind und das Wirtsgitter verzerren. Durch die energetische Situation bewegen sich die ZGA bei angelegter (Zug-)Spannung auf die Versetzungen zu, bilden dort s.g. Cottrell-Wolken und blockieren plast. Vfg. (erhöhen Streckgrenze). Wenn sie bei R_{m1} endlich doch beginnt, verlieren die C-Wolken ihre Wirkung und die relativ hohe Spannung dehnt den Werkstoff. Ohne Alterung zeigt der Werkstoff keine ausgeprägte Streckgrenze mehr. [de.Wikipedia.org/.../Cottrell-Wolke], [Bargel/Schulze 2005] S.105f., [Schwab 2013] S.156f.

Umklappen eines nichtorthogonalen Gitters ist ebenfalls möglich. Gleitebenen gehören zu den typischen metallischen Eigenschaften. Sie werden möglich durch Isotropie (richtungsunabhängige Bindung) der Metalle, die zu einfachen und dichten Gittern führt.

Die Verschiebung endet an den Korngrenzen oder an Gitterfehlern.

Ohne Gitterfehler wären Metalle praktisch nicht verformbar bzw. bearbeitbar. Für monokristallines Fe wird $R_m \approx 14000 N/mm^2$ errechnet, tatsächlich ist $R_m(Fe100) \approx 150 N/mm^2$. Die Verschiebung entlang der realen Gitterebene muss also abgeschwächt sein.

Bruchmechanismen siehe [SdW] 01/2000

Die auf den Ausgangsquerschnitt bezogene Spannung sinkt im Diagramm jenseits von R_m , die tatsächliche Spannung unter Berücksichtigung des verengenden Querschnitts steigt aber weiter an; es tritt sogar noch Kaltverfestigung auf. Die tatsächliche Spannung spielt für den Ingenieur aber keine Rolle, solange er den Querschnitt an belasteten Stellen nicht wachsen lassen kann – wie die Natur es bei Bäumen, Knochen usw. tut ([Mattheck 2003]).

→ [EuroTabM] „Zugversuch“

[Schwab 2013] S.149: R kommt von engl.: resistance für mechanischen Widerstand.

DIN EN 10002:2001 unterscheidet Obere (R_{m1}) und untere (R_{m2}) Streckgrenze [Klein 2008], [Bargel/Schulze 2005]. Ich verwende die obere Streckgrenze R_m wie in → [EuroTabM] „Zugversuch“. R_p auch technische Elastizitätsgrenze.

Dehngrenze: Bei Werkstoffen ohne ausgeprägte Streckgrenze ist der Übergang von elastischer zu plastischer Verformung, von der Geraden zur Kurve, messtechnisch nur schwer erfassbar, außerdem wird der Werkstoff dort nicht voll ausgenutzt. Deshalb verwendet man die Dehngrenze, bei der ein bestimmtes Maß an plast. Verformung auftritt, $R_{p0,2}$ ist die gängigste.

→ [EuroTabM] „Elastizitätsmodul“; Tabellenwerte → [Hütte 29] E66 und D44

Der (!) E-Modul ist der Proportionalitätsfaktor zwischen Normalspannung und Dehnung. Bildlich ist er eine Federkonstante oder die Steigung der Hooke'schen (!) Geraden und damit die gedachte Spannung für 100% Dehnung. Vergleiche auch Schubmodul G für Schubspannungen und Kompressionsmodul K für hydrostatischen Druck. [Bargel/Schulze 2005] S.97: Es gibt nichtlineare Elastizität (z.B. Grauguss), der E-Modul für Zug und Druck muss nicht symmetrisch sein (z.B. Sinterwerkstoffe, Nichtmetalle).

E-Modul aus SDD ermitteln (HP96/97-3)

R_m ist eine rechnerische Größe mit dem Anfangsquerschnitt S_0 , die für Konstruktionen zweckmäßig ist. Will man das Werkstoffverhalten untersuchen, legt man den tatsächlichen Querschnitt zugrunde und erhält eine wesentlich größere Spannung.

[Schwab 2013] S.150: A kommt von vermutlich von frz. allongement für Dehnung. A_5 oder $A_{5,65}$ oder ohne Index sind kurze; A_{10} und $A_{11,3}$ lange Prop.-Stäbe.

FO Zugprobe: Folgen des Längenverhältnisses

[Bargel/Schulze 2005] S.96: Die Rückfederung parallel zur Hooke'schen Geraden ist eine Vereinfachung, die bei höheren Temperaturen oder Kriechversuchen nicht zulässig ist.

Verhältnis kleinster Querschnitt nach Bruch zu Anfangsquerschnitt.

Verformungskennwerte (Bruchdehnung, Bruchseinschnürung, Dehnung bei Höchstkraft) dienen nicht der Konstruktion, aber der Beurteilung des Werkstoffverhaltens.

Wird benötigt bei:

- Festigkeitsklassen von Schrauben
- Umrechnung von Brinellhärten auf R_m
- Anhaltswert der Verformbarkeit für Umformverfahren

Gespeicherte Energie im elastischen Bereich, Verformungsenergie im plastischen Bereich (Zähigkeit) und freiwerdende elastische Energie beim Bruch berechnen. [Hering 1992] S.92

Werkstoff_TA_Zugversuch.odt



Video Zugversuch

Zeigt Durchführung des Zugversuches und Ermittlung der Kennwerte

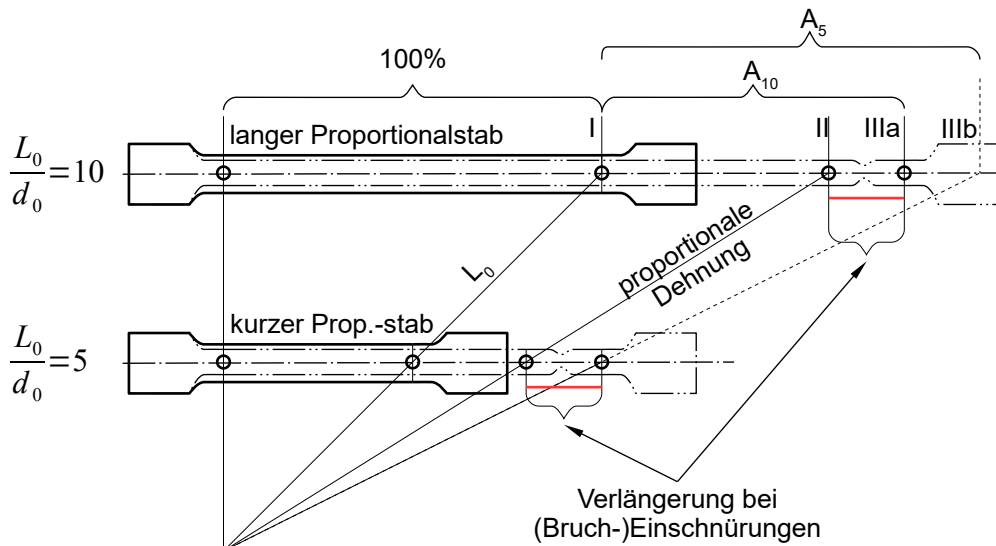
0050 Universalprüfmaschine
0075 genormter Prüfstab mit Gewindeköpfe
0100 genormte Geschwindigkeit, Dehnung, Schleppzeiger für F_m
0147 Einschnürung

0160 $R_m = F_m / S_0$
0170 Spannungs-Dehnungs-Diagramm
0185 R_{eH} , R_{eL} , R_m
0199 Diagrammschreiber, Kraftanzeige
0234 ohne ausgeprägte Streckgrenze, $R_{p0.2}$, F_m und ϵ -Anzeige; mehrmaliges Be- und Entlasten mit steigender Kraft zur Ermittlung von $R_{p0.2}$
0330 Zeichnerische Ermittlung
0340 Bruchdehnung messen
0376 Vergleich St-60 und St-37 im Spannungs-Dehnungs-Diagramm mit Kraftanzeige

Bruchdehnung $A_5 \leftrightarrow A_{10}$

A_5 , $A_{5,65}$ = Bruchdehnung am kurzen Prop.-Stab
 A_{10} , $A_{11,3}$ = Bruchdehnung am langen Prop.-Stab
 A_5 , A_{10} : zylindrische Probe
 $A_{5,65}$, $A_{11,3}$: Flachprobe

[Schwab 2013] S.146: „Der kurze Proportionalstab ist Standard... Früher hat man den [langen Proportionalstab] gerne angewendet, weil die Längenmesstechnik noch nicht so ausgefeilt war. Heute findet man ihn eher selten, weil er von der Herstellung her teurer ist.“
[Schwab 2013] S.155f: „Statt A_5 wird seit einiger Zeit gerne auch nur A oder $A_{5,65}$ verwendet, statt A_{10} auch $A_{11,3}$. Das hängt mit den Faktoren 5,65 und 11,3 zusammen, ..., die auch bei ... Proben und anderen Querschnittsformen sinnvoll sind.“



1) Unterschied langer / kurzer Proportionalstab?

Phase I: unbelastete Zugproben aus gleichem Werkstoff

2) Verhalten im elastischen Bereich?

Phase II: Proben werden dünner und länger, Dehnung ist bei gleicher Kraft bei den Proben proportional gleich

3) Verhalten bei Einschnürung?

Phase III: Dehnung findet fast (weglassen) Kraft steigt nicht mehr) nur noch im Bereich der Einschnürung statt, die Längenänderung ist bei beiden Proben gleich → die Dehnung ist bei gleicher Kraft in einer längeren Probe proportional geringer.

4) Bruchdehnung?

Nach dem Bruch werden die Bruchstücke gegeneinander gedrückt und die Bruchdehnung gemessen.

A_g = Gleichmaßdehnung

Zusammenhang zwischen A_5 , A_{10} und A_g

Die Bruchdehnung $A_{5,10}$ [%] setzt sich zusammen aus der Gleichmaßdehnung A_g [%], die bei beiden Proben gleich ist, und der Längenänderung x [mm] bei der Bruchdehnung, bezogen auf die ursprüngliche Länge L_5 bzw. L_{10} [mm]. Bei gleichem Querschnitt gilt: $L_{10} = 2 \cdot L_5$.

$$A_5 = A_g + \frac{x}{L_5} \Rightarrow \frac{x}{L_5} = A_5 - A_g$$

$$A_{10} = A_g + \frac{x}{L_{10}} = A_g + \frac{x}{2 \cdot L_5} \Rightarrow \frac{x}{L_5} = 2 \cdot (A_{10} - A_g)$$

$$A_5 - A_g = \frac{x}{L_5} = 2 \cdot A_{10} - 2 \cdot A_g \Rightarrow$$

$$A_g = 2 \cdot A_{10} - A_5$$

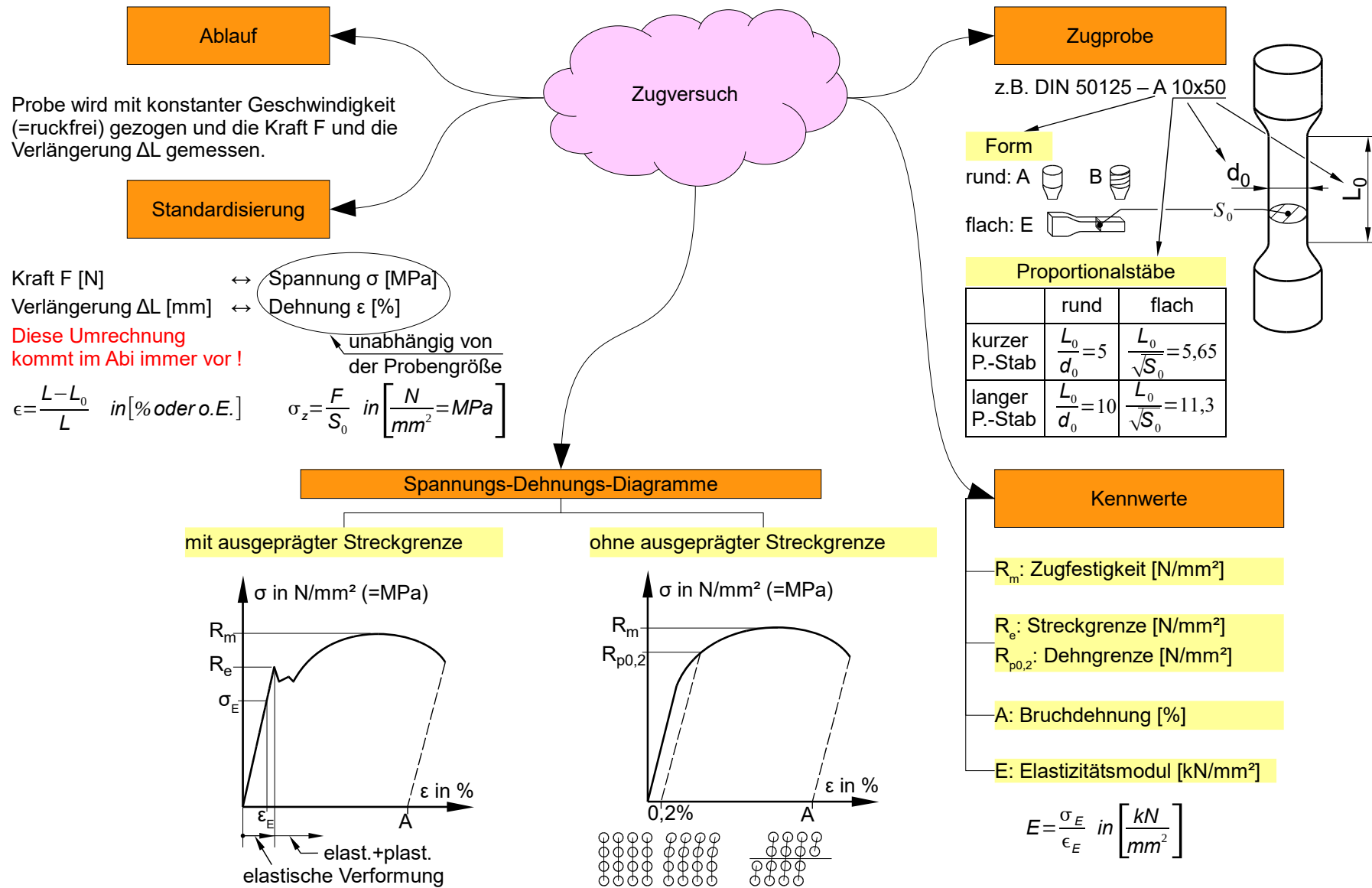
[Bargel/Schulze 2005] S.99: Nennt die Gleichung „hinreichend genau“.

[Schwab 2013] S.149, Sinngemäß: „Es wurde genau untersucht und festgestellt, dass das Volumen einer Probe immer konstant bleibt.“ [Bargel/Schulze 2005] S.99: „Die mit der Längenänderung verbundene Verminderung des Querschnitts ist ... überwiegend darauf zurückzuführen, dass das Volumen annähernd konstant bleiben muss.“
Meine Vermutung: Es handelt sich wohl um die Frage, wie genau man es nimmt.

[Schwab 2013] S.149, Sinngemäß: „Bis R_m wird die Probe zwar länger und dünner, aber sie bleibt zylindrisch. Ursache ist eine Art innere Regelung durch Kaltverfestigung: Dort, wo die Probe etwas stärker gedehnt wird, steigt die Festigkeit, deshalb findet die weitere Dehnung zunächst an anderen Stellen statt. Die innere Regelung funktioniert nur bis zur so genannten Gleichmaßdehnung A_g , die laut SDD (S.148) und Text bei R_m auftritt. Gemessen wird sie wie A_5 und A_{10} abzüglich des elastischen Anteil.“ [Schwab 2013] S.155: „Die Gleichmaßdehnung ... ist ein Kennwert, der in der Umformtechnik sehr wichtig ist, vor allem, wenn es um Ziehen, Biegen oder Strecken geht. Die Gleichmaßdehnung wird immer im Höchstlastpunkt des Zugversuches erreicht.“ [Bargel/Schulze 2005] S.99: „In der Regel sinkt bei Einschnürung der Probe die übertragene Prüfkraft.“

Meine Vermutung: Auch hier geht es wohl nur um die Genauigkeit. Für mich klingt es jedenfalls seltsam, dass die Bruchdehnung genau im Maximum des Diagramms ohne Knick beginnen soll.

Werkstoff_TA_Zugversuch.odt





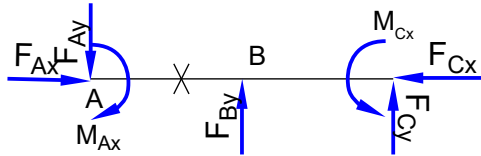
Seitenumbruch

Festigkeitsberechnungen

Auch per Referate möglich, aber zeitintensiv

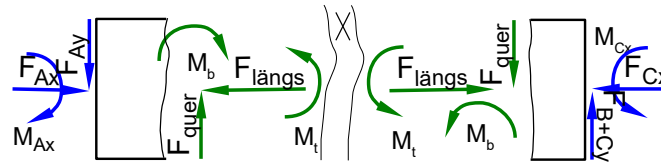
Kräfte ermitteln

Äußere Kräfte: Freimachen (→ Statik)

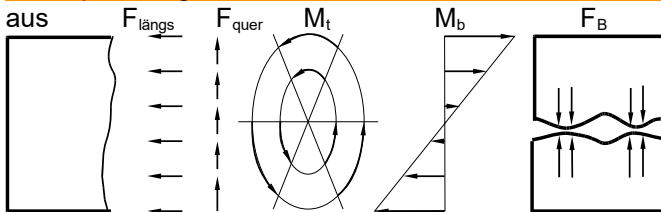


Innere Kräfte: Freischneiden

- An der Stelle x , die betrachtet werden soll
- Alle **externen** Kräfte auf einer Seite eintragen
- **interne** Kräfte an der Schnittstelle ergänzen, bis das linke Teilstück im Gleichgewicht ist.
- Schnittstelle X ins Gleichgewicht bringen, ebenso rechtes Teilstück.



Beanspruchungsarten



Von links nach rechts: Zug-, Druck-, Scher-, Torsions-, Biegespannungen, Flächenpressung

Belastungsfälle, Lastfälle

Lastfall I: Ruhende Belastung

→ [EuroTabM] „Belastungsfälle, Festigkeitswerte“

Lastfall II: Schwellende Belastung

→ [EuroTabM] „Belastungsfälle, Festigkeitswerte“

Lastfall III: Wechselnde Belastung

(Knickung)

Überlagerte Spannungen

Überlagern sich Normal- und Schubspannungen, wird eine Vergleichsspannung σ_v errechnet. Hypothesen:

- Normalspannungsh. NH, nach Rankine, 1861
- Schubspannungsh. SH, nach Tresca, 1868
- Gestaltänderungsh. GEH, nach v.Mises, 1913

Vertiefung

ODP für die einzelnen Aufgaben, z.B. [Böge Aufg.] Aufg. 741, Scherhülse Einarbeiten: [Decker 2009]; [Steinhilper 2007 I]; [Mattheck 2003]; [Hering 1992]; [Roloff/Matek 1995]; [Bargel/Schulze 2005]

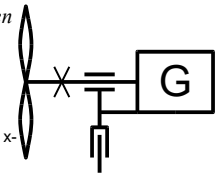
FO Referatsthemen zur Festigkeitslehre

Werkstoffkunde und Statik fließen hier zur Festigkeitslehre zusammen.

1) Welche Belastungen (Kräfte und Momente) wirken an der Stelle x auf die Welle eines Windgenerators?

G unterscheidet den Generator vom Propeller mit Motor M.

- F_{Ax} : Windkraft auf Propeller
- F_{Ay} : Eigengewicht Propeller
- M_{Ax} : Drehmoment durch Wind auf Propeller (Torsion um die x -Achse)
- F_{By} : Stützkraft des Lagers
- F_{Cx} : Axiallager im Generator um F_{Ay} aufzufangen
- F_{Cy} : Radiallager im Generator
- M_{Cx} : Drehwiderstand im Generator durch Lorentzkraft



2) Welche Kräfte und Momente werden an der Stelle x übertragen?

Externe Kräfte (vereinfacht in der Ebene) ohne Betrag mit Richtung eintragen lassen.

3) Kräfte an der Schnittstelle eintragen lassen.

An der Schnittstelle der Welle wirken:

- $F_{längs}$: Druckkräfte heben F_{Ax} auf
 - M_t : Torsionsmoment hebt M_{Ax} auf
 - F_{quer} : Scherkräfte heben F_{Ay} auf
 - M_b : Biegemoment entsteht durch F_{Ay} und den Hebelarm
- Zum Verständnis: Innere und äußere Kräfte des linken Teilstückes heben sich auf, genau wie die inneren Kräfte links und rechts der Schnittstelle (des Schnittufers) und die Kräfte am rechten Teilstück.

[Decker 2009]: Äußere Kräfte (Belastung) bewirken innere Kräfte (Schnittlasten).

Begriff Beanspruchungsarten siehe [Decker 2009] S.25

4) Wie verteilen sich die Kräfte im Werkstück? → Spannungen

$F_{längs}$ (Normalkraft zur Schnittfläche) bewirkt Druck-/Zugspannungen (Normalspannungen).

p (Flächenpressung) Druckbeanspruchung an Berührungsflächen.

F_{quer} (Querkraft zur Schnittfläche) bewirkt Scherspannungen (Schubspannungen).

M_t (Torsionsmoment) erzeugt Torsionsspannungen (Schubspannungen). Sie verlaufen etwa 45° zur Schnittfläche, zum Beweis **Torsionsbruch einer Kreide** zeigen.

M_b (Biegemoment) erzeugt Dehnung, die linear abhängig vom Abstand zur Drehachse ist (Strahlensatz). Dehnung erzeugt Druck-/Zug- (Normalspannungen), die ebenfalls linear zusammenhängen (Hookesches Gesetz), sodass der Spannungsverlauf im elastischen Bereich theoretisch linear ist. Im plastischen Bereich (Umformen) gilt dies nicht mehr.

Die Beanspruchungen bewirken eine Längenänderung (Hooke'sches Gesetz, für viele Stoffe annähernd linear) und Querschnittsänderungen.

5) anhand → [EuroTabM] „Belastungsfälle“

Ruhende Belastung halten Teile am besten aus. Vgl. Pyramiden: Ruhend belastet halten sie seit Jahrtausenden, wenn man genauso lange mit einem kleinen Hämmerchen daran geklopft hätte, wären sie längst Sand.

tgtn: NP201011 Aufgabe 1.1.4: „wird schwellend beansprucht“.

tgt: Bisher nur Lastfall 1

tgtn: Alle Belastungsfälle möglich

Knickung ist bei langen schlanken Körpern eine wesentlich größere Belastung als Druck, steht aber nicht im Lehrplan (TG, FTM). Bei Flächen tritt Beulung auf.

Details: [Decker 2009] S.28f

Beispiel für überlagerte Normalspannungen: Eine Spannbetonbrücke wird unten durch Stahleinlagen auf Druck gespannt. Biegt sich die Brücke unter Last, wird der Beton (geringe Zugfestigkeit) nicht auf Zug belastet, sondern vom Druck entlastet, während die Stahleinlagen noch mehr Zug aushalten müssen. Ähnlich: Verspannungsschraubbild Schrauben, übereinander geschrumpfte Geschützrohre.

Kein Abithema

[Böge Aufg.] Aufgabe 651-656 (nicht erforderlich)



Allzweckformel für Festigkeitslehre am Beispiel der Zugfestigkeit

$$\frac{\sigma_{\text{grenz}}}{v} = \sigma_{\text{zul}} > \sigma = \frac{F}{S} \quad \left[\frac{N}{mm^2} = MPa \right]$$

F äußere Kraft [N]
oder andere Belastung: Moment M_b oder M_t [Nm]
S Querschnittsfläche [mm²]
(gemeint ist immer die Fläche, die kaputt geht)
oder andere Flächenkennwerte
Widerstandsmomente W oder W_p
 σ tatsächliche Spannung [N/mm²] im Werkstoff, mithilfe Rechnung geschätzt
oder Schubspannung τ
 σ_{grenz} Grenzspannung [N/mm² = MPa] im Werkstoff
Werkstoffkennwert, z.B. R_m , R_e , $R_{p0,2}$, σ_{bF} , T_{tF}
v Sicherheitszahl []
ist eine typische Ingenieurslösung!
vom Konstrukteur festgelegt nach:

- Umfang der Unwägbarkeiten (Belastung, -sfall, überlagerte Spannungen..)
- Risiko, Wert
- gesetzliche Vorschriften
- Erfahrung
- Veränderung während der Lebensdauer (Korrosion, Alterung, Verschleiß, Ermüdung..)

σ_{zul} zulässige Spannung [N/mm²] im Werkstoff
vom Konstrukteur festgelegt

Diese Formel ist für alle Belastungsarten einsetzbar, nur die Formelzeichen wechseln

AB entwerfen

Zur Übersicht die betrachteten Spannungen, ihre übliche Abkürzungen und Grenzwerte. Normalspannungen σ , Schubspannungen τ . Tatsächliche Spannungen erhalten Kleinbuchstaben als Indices, Grenzspannungen Großbuchstaben. Die Indices z und d dienen zur Unterscheidung von Zug- und Druckspannungen. Flächenpressung ist zwar keine typische Spannung und erhält deshalb einen anderen Buchstaben. Da sie aber wie Spannungen gerechnet wird, wird sie hier aufgenommen. τ_t und σ_s meinen die maximale Spannung an der Außenfläche des Profils. Flächenpressung ist die Beanspruchung der Berührungsfächen zweier gegeneinander gedrückter fester Bauteile und heißt bei Nieten auch Lochleibungsdruck. Es ist eigentlich keine innere Spannung und hat deshalb eine andere Abkürzung, wird aber ähnlich berechnet.

1) Ein: Bungeespringen. Welche Größen sind bei der Auswahl des Seiles zu berücksichtigen? Von rechts nach links durchgehen.

Belastung (Kraft) wird mithilfe der Statik (bzw. Dynamik) näherungsweise ermittelt und ist in schulischen Aufgaben vorgegeben.

Querschnitt S und Werkstoff sind die Freiheiten des Konstrukteurs.

Aus Kraft und Querschnitt ergibt sich die vorhandene Spannung, die immer nur geschätzt ist, denn die folgenden Werte sind nicht exakt:

- Die Belastung F oder M F beruht im Wesentlichen auf Annahmen
 - Der Querschnitt stimmt bestenfalls zu Beginn des Lebenszyklusses
 - Die Formel selbst ist nur eine Annäherung. [Roloff/Matek 1995], S.35: "Aus der Vielzahl der Festigkeitshypothesen haben sich für die Festigkeitsberechnung bewährt"
- Hinweis zum Unterschied zw. Mathematik und Technik: In der Mathematik sind einmal gefundene Zusammenhänge „wahr“ im Sinne von überall und ewig gültig. In der Technik beruhen Formeln noch mehr als in den Naturwissenschaften auf Hypothesen, die nur so lange gültig sind, bis bessere gefunden wurden.

Die Werkstofffestigkeit wird mit σ_m eingebracht.

Für Grenzspannung ist der Belastungsfall zu beachten (im Abi nur Belastungsfall 1, statische Belastung). Die angegebenen Werte gelten nur für einachsige Spannungszustände, mehrachsige (überlagerte) Spannungen siehe oben.

→ [EuroTabM] „Festigkeitswerte“, „Werkstoffe“

$$MPa = 10^6 \frac{N}{m^2} = 10^6 \frac{N}{(1000 mm)^2} = 1 Mio \frac{N}{1 Mio mm^2} = \frac{N}{mm^2}$$

Die Sicherheitszahl v ist eine typische Ingenieurslösung: Probleme werden durch Erfahrungswerte gelöst, auch wenn sie noch nicht vollständig verstanden sind. Alle Unwägbarkeiten werden mit der Sicherheitszahl abgedeckt. Sie ist aber kein Freibrief, um eine Konstruktion zu überlasten.

→ [EuroTabM] „Sicherheitszahlen“

[Roloff/Matek 1995], S.52: „Die Höhe der erforderlichen Sicherheit kann für den Anwendungsbereich Maschinenbau allgemein nicht angegeben werden. Es liegt im Ermessensbereich des Konstrukteurs, für jeden Einzelfall nach den zu erwartenden Betriebsbedingungen (Häufigkeit der Höchstlast, Art des Lastkollektivs, Spannungsverhältnis κ u.a.) die Sicherheit eigenverantwortlich festzulegen ...“

- kleinere Sicherheit, wenn die äußeren Kräfte sicher erfasst werden können und ein etwaiger Bruch des betreffenden Bauteils keinen großen Schaden anrichtet und dieser schnell behoben werden kann;
- höhere Sicherheit, wenn äußere Kräfte nicht genau zu erfassen sind und bei einem etwaigen Bruch des betreffenden Bauteils großer Schaden (Lebensgefahr, Betriebsstörungen) entstehen kann.“

FO [Roloff/Matek 1995] S.52: „Eine genaue rechnerische Vorhersage der vorhandenen Bauteilsicherheit kann aufgrund der nur schwer erfassbaren Einflussgrößen, der z.T. recht erheblichen Streuung der Festigkeitswerte und der Vereinfachung im Rechenansatz nicht gemacht werden.“

Die Sicherheitszahl kann reduziert werden, z.B. aus Gewichtsgründen im Flugzeugbau: komplexere Rechenmodelle (FEM), mehr Versuche, erhöhter Q-Aufwand, häufigere Wartung, polierte Oberflächen.

Mit dieser Formel können Zug- und Druckspannungen, Flächenpressung und Scherung berechnet werden. Die Frage bleibt nur, welche Spannung, Kraft und Fläche man einsetzen muss.

Formel: und Kennwerte → [EuroTabM] „Festigkeitswerte“

Grenzwerte oder Festigkeitskennwerte:

Festigkeit ist die innere Widerstandskraft eines Werkstoffes. Festigkeit ist der Widerstand gegen Verformung oder Bruch.

Grenzspannungen erhalten Großbuchstaben als Indices. Sie gelten nur unter Prüfbedingungen, im wirklichen Leben müssen sie meist reduziert werden (zulässige Grenzspannungen). Überschreiten von (Fließ-)Grenzen führt zu plastischer Verformung. Überschreiten von Festigkeiten führt zum Bruch.

Überarbeiten

Übersicht über die Formelgrößen

Spannung	Abk.	Grenzwerte (statisch)	Ursächliche Kraft	Profilkennwert
Zugspannung	σ , σ_z	Streckgrenze R_e bzw. Dehngrenze $R_{p0,2}$ Zugfestigkeit R_m	Zugkraft F_z	Querschnittsfläche S_0
Druckspannung	σ , σ_d	Druckfließgrenze σ_{dF} Druckbruchgrenze σ_{dB}	Druckkraft F_d	Querschnittsfläche S_0
(Ab-)Scherspannung	τ_a	Scherfließgrenze τ_{aF} Scherfestigkeit τ_{aB}	Querkraft F_a	Querschnittsfläche S_0
Torsionsspannung	τ_t	Torsionsfließgrenze τ_{tF} Torsionsbruchgrenze τ_{tB}	Torsionsmoment M_t	polares Widerstandsmoment W_p
Biegespannung	σ_b	Biegefließgrenze σ_{bF}	Biegemoment M_b	axiales Widerstandsmoment W
Flächenpressung	p	zulässige Flächenpressung p_{zul}	Normalkraft F_N	projizierte Fläche A_{proj}
Knickung				

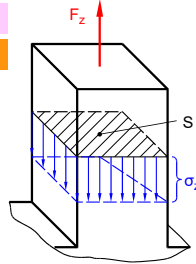


Zugfestigkeit

Allzweckformel für Zugfestigkeit

$$\frac{\sigma_{\text{zugrenz}}}{\nu} = \sigma_{\text{zul}} > \sigma_z = \frac{F_z}{S}$$

Normalspannung ist gleichmäßig auf dem Querschnitt verteilt.



Festigkeitswerte σ_{zugrenz}

Belastungsfall 1

= statische Belastung

– R_e bzw. $R_{p0,2}$: gg. plast. Verformung

– R_m : gegen Bruch:

→ [EuroTabM] „Baustähle, Stähle, ..“

Belastungsfall 2

= schwelende Belastung

– σ_{zSch} : gegen plast. Verformung

→ [EuroTabM] „Festigkeitswerte“

Belastungsfall 3

= wechselnde Belastung

– σ_{zW} : gegen plast. Verformung

→ [EuroTabM] „Festigkeitswerte“

Vertiefung

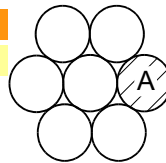
MVK: [EuroRBM]; TG: Festigkeit_Ub_Abi

Sonderfälle

Stahlseil mit Einzeldrähten

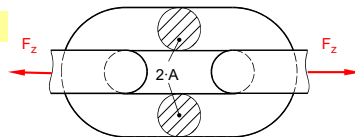
$$\sigma_z = \frac{F_z}{S} = \frac{F_z}{n \cdot A}$$

n: Anzahl der Einzeldrähte



(Rundglieder-)Kette

$$\sigma_z = \frac{F_z}{S} = \frac{F_z}{2 \cdot A}$$



Schrauben (Gewinde)

Festigkeitsklasse

→ [EuroTabM] „Festigkeitsklassen ...“

ist im Schraubenkopf eingepreßt. Beispiel: 6.8

$$6: \rightarrow R_m = 6 \cdot 100 \frac{N}{mm^2} = 600 \frac{N}{mm^2} = 600 MPa$$

$$.8: \rightarrow R_e = 0,8 \cdot R_m = 0,8 \cdot 600 \frac{N}{mm^2} = 480 \frac{N}{mm^2} = 480 MPa$$

Seitenbruch

Druckfestigkeit

Allzweckformel für Druckfestigkeit

$$\frac{\sigma_{\text{dgranz}}}{\nu} = \sigma_{\text{dzul}} > \sigma_d = \frac{F_d}{S}$$

Festigkeitswerte σ_{dgranz}

gegen bleibende Verformung:

– $\sigma_{dF} \approx R_e$ bzw. $R_{p0,2}$ (Stahl)

gegen Bruch

– $\sigma_{dB} \approx R_m$ (Stahl)

– $\sigma_{dB} \approx 4 \cdot R_m$ (GGL)

Vertiefung

FTM, MVK, TG:

1) Variante 1: Beanspruchungen als HA in Einzel- oder Partnerarbeit erarbeiten und anschließend im Unterricht vortragen lassen.

Dazu sollen die Vortragenden die Vorgehensweise anhand des TabB erklären und als Beispiel 2 passende Aufgaben aus Hauptprüfungen vorrechnen. Zugspannungen soll von 2 Schülern vorgetragen werden, da hier σ_z , σ_{zul} , σ_{im} erklärt werden muss.

Wdhg: Zugversuch, Spannungs-Dehnungs-Diagramm, R_m , R_e , $R_{p0,2}$, Kennwerte, Formeln

2) Variante 2: Wiederholung Zugversuch.

→ [EuroTabM] „Zugversuch“

FTM, MVK, TGME: nur Belastungsfall 1

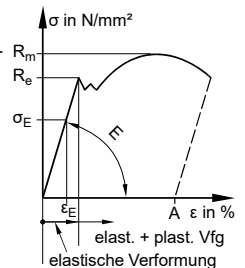
TGTM: Belastungsfälle 1 – 3

Belastungsfall 4 (?) (= allgemein schwingend) → war in [EuroTabM] Aufl. 38-41 aufgeführt.

Für Grenzspannung ist der Belastungsfall zu beachten:

→ [EuroTabM] „Festigkeitslehre“, „Druckspannung“

→ [EuroTabM] „Festigkeitswerte“, „Stähle...“, „Werkstoffe“, „Sicherheitszahlen“...



FTM: [Böge Aufg.] 661ff „Beanspruchung auf Zug“

661-662: Warmlauf; 663-664: Gewinde; 665 Drahtseil; 666 Drahtseil mit Eigengewicht entweder analytisch oder iterativ ausrechnen; 668, 673 Rundgliederkette, 670, 674, 677, 679

Im Laufe der Übungen folgende Besonderheiten zeigen:

Möglichst gar nicht erst den Gesamtquerschnitt S ausrechnen. Es gibt nämlich Schüler, die aus dem Gesamtquerschnitt einen Gesamtdurchmesser ausrechnen und den dann durch die Anzahl der Drähte teilen.

iterative Rechnung

[Böge Aufg.] 666 Drahtseil mit Eigengewicht entweder analytisch oder iterativ ausrechnen: 1. Gewicht schätzen; 2. Querschnitt und das daraus folgende Gewicht berechnen; 3. Schätzung und Rechnung sind idealerweise gleich, wenn nicht: 1. Neue Schätzung anhand der Rechnung; 2. ...

Video „Drahtseil spleißen“

Heißen auch Gliederkette bzw. Rundstahlkette

Die Erfahrung zeigt, dass Rundgliederketten halten, wenn man die beiden parallelen Querschnitte A dimensioniert.

Das gleiche gilt für Hülsen-, Rollen-, und ähnliche Ketten.

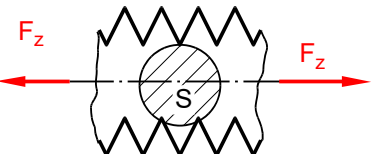
Video Herstellung „Kette Rundstahl“

Spannungsquerschnitt S

→ TabB „Gewinde“

Der Querschnitt des KernØ des Gewindes ist eine brauchbare Schätzung des Spannungsquerschnitts S. Tatsächlich ist der Spannungsquerschnitt etwas größer, da sich die Täler des Gewindes nicht gegenüberliegen. Da man sowohl für die Schätzung als auch für den korrekten Wert das Tabellenbuch aufschlagen muss, kann man gleich den korrekten Spannungsquerschnitt S nehmen.

[Schneider21] S.4.90: verwendet für Schrauben den Begriff 'Güte 10.9'



Festigkeit_TA_Zug.odt

FTM, MVK, TG:

Druckfestigkeit kommt im Abi selten vor, vermutlich weil Knickung i.d.R. die größere Belastung ist. Knickung steht nicht im Lehrplan.

Bilder ähnlich wie im Zugversuch

→ [EuroTabM] „Festigkeitslehre“, „Druckbeanspruchung“

→ [EuroTabM] „Festigkeitswerte“ einschließlich Fußnote

Gusseisen mit Lamellengrafit GJL hat eine sehr hohe Druckfestigkeit. (Eselsbrücke GJL – Guss Jron Lamelle). Im Englischen wird das I (großes India) öfters als J geschrieben, wenn Verwechslungsgefahr mit I (kleines Lima) besteht.

Bild / Spannungs-Dehnungsdiagramm von GJL

Mbm: [EuroRBM]; TG: —; FTM: [Böge Aufg.] 714ff, „Beanspruchung auf Druck“

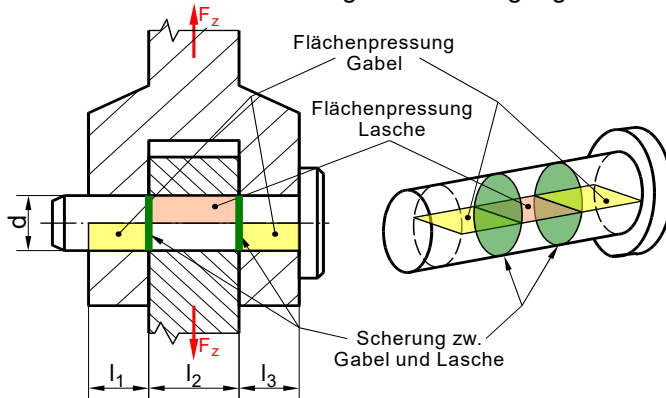
Festigkeit_TA_Druck.odt
Seitenbruch



Scherung und Flächenpressung

treten oft gemeinsam auf

→ beide berechnen und die größere Auslegung wählen



Flächenpressung, Lochleibung

Allzweckformel für Flächenpressung

$$p_{zul} > p = \frac{F}{A} \quad \left[\frac{N}{mm^2} = MPa \right]$$

– p_{zul} : zulässige Flächenpressung

– A : Fläche senkrecht zur Kraft = projizierte Fläche

Festigkeitswerte p_{zul}

$$p_{zul} = \frac{R_e}{1,2} \quad \text{ohne Sicherheitszahl zu rechnen}$$

→ [EuroTabM] „Flächenpressung“

Scherfestigkeit und Schneidkräfte

Allzweckformeln für Scherung

$$\frac{\tau_{agrenz}}{n} = \tau_{azul} > \tau_a = \frac{F}{n \cdot S} \quad \left[\frac{N}{mm^2} = MPa \right]$$

– τ_{aB} : Scherfestigkeit; τ_{aF} : Scherfließgrenze

– S : Fläche zwischen zwei gegenläufigen Kräften

– n : Anzahl der Scherflächen

Festigkeitswerte τ_{agrenz}

– $\tau_{aF} \approx 0,6 \cdot R_e$ für zähe Werkstoffe (Stahl)

→ [EuroTabM] „Festigkeitswerte“, auch für andere Werkstoffe

wenn es halten muss (z.B. Bolzen)

– $\tau_{aBmax} \approx 0,8 \cdot R_{mmax}$

→ [EuroTabM] S.371 „Schneidkraft“

wenn es brechen soll (Scheren, Stanzen)

Auswahl treffen

Konstruktion auf die größere Belastung auslegen.

Normzahlen

Vertiefung

Im Laufe der Übungen Besonderheiten zeigen:

Sonderfälle

Lochleibung

Leibungsdruck: Flächenpressung für Bolzen oder Schrauben in Bohrungen. Es muss sich nicht um Passschrauben oder -bolzen handeln. [Duden 2006] Laibung (bevorzugt!), Leibung = innere Mauerfläche bei Wandöffnungen, innere Wölfläche bei Wölbungen.

Passfedern

Geänderte Berechnung: Bisher wurde bei rundstirnigen Passfedern im Sinne der projizierten Fläche die volle Länge berücksichtigt. Ab [EuroTabM] 48. Auflage, S.253 „Passfedern, Flächenpressung“ gilt dies in Umsetzung der DIN 6892 *Passfedern-Berechnung und Gestaltung* von 1998 nicht mehr und die Rundung muss auf die erf. Länge aufgeschlagen werden:

$$l \geq l_{erf} + b$$

Stanzen

Rollen- bzw. Hülsenketten

Video Herstellung „Kette Rollen“

FTM, MVK, TG:

AB Tafelzirkel

Scherung und Flächenpressung treten oft meist gemeinsam auf, deshalb muss man eine Konstruktion auf beide Belastungen hin prüfen und auf die größere auslegen. In neueren Abi-Aufgaben wurde dies oft nicht mehr ausdrücklich, wohl aber stillschweigend gefordert. Ein Konstrukteur muss die Flächenpressungen für die innere und äußeren Laschen (innere und äußere Fläche einer Passfeder ...) getrennt untersuchen, aber in Prüfungen genügt es meist, seine diesbezügliche Fähigkeiten an einer Fläche zu demonstrieren. Welche das ist, erfuhr man im Abi bisher im Aufgabentext oder mit der Bemaßung – unbemaßte Elemente kann man nicht berechnen.

Leider ist es auch schon vorgekommen, dass man aus der Bemaßung schließen musste, ob auf Scherung oder Flächenpressung berechnet werden sollte – aber zu einfach soll ein Abi ja auch nicht sein :-)

Wenn man nicht weiß, welche Fläche gerechnet werden muss, stelle man die Frage:

Welche Fläche geht kaputt?

Einarbeiten: [Decker 2009] S.193, Bild 8.10

[Schneider21] Tabelle 8.50c: Grenzabscherkräfte je Scherfuge, abhängig von Schraubengröße, Festigkeitsklasse im Schaft, im Gewinde oder im Schaft von Passschrauben. → Im Bauingenieurwesen werden gewöhnliche Schrauben auf Scherung belastet.

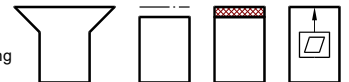
Fläche wird senkrecht zur Krafrichtung ermittelt: z.B. Gleitlager: $A = d \cdot L$; z.B. Berührungsfläche Gewinde $p = F / (\pi \cdot d_2 \cdot H_1) \cdot (P/m)$ mit m = Mutterhöhe und p/m = Anzahl tragender Gewindegänge. Weitere Darstellungen siehe → [EuroTabM] „Flächenpressung“

Im Beispiel: $p_{Lasche} = \frac{F}{b \cdot l_2}$ und $p_{Gabel} = \frac{F}{b \cdot (l_1 + l_3)}$

Im Abi muss bisher nur eine Variante (innen, außen) berechnet werden. Erkennlich ist dies daran, dass nur eine Variante bemaßt ist.

Maßnahmen zur Senkung der Flächenpressung oder Erhöhung der zul. Flächenpressung:

1) Verbreitern (Säulen, Stempel); 2) Härten; 3) Mörtel; 4) Planflächen 5) hydrostat. Lagerung



Flächenpressung p = „Druck“ zwischen festen Berührungsflächen. Da Oberflächen nicht genau plan sind, berühren sich 2 Teile nicht mit ihrer ganzen Fläche → zulässige Flächenpressungen sind deutlich kleiner als zul. Druckspannungen.

Vereinfachend wird angenommen, dass die Flächenpressung gleichmäßig über die projizierte Fläche verteilt ist. Gegenbeispiel Steckstift unter Biegebelast: [Decker 2009] S.308f. Die Kennwerte in [EuroTabM] „Flächenpressung“ sind zulässige Werte, Sicherheitszahlen sind nicht mehr nötig. Es scheint sich um eine Vereinfachung zu handeln, denn in [Roloff/Matek 1995] wird mit Sicherheitszahl gerechnet;

Verteilung der Flächenpressung in Zapfenlagern, zB. [Böge, Techn. Mechanik] S.227

Im Beispiel: $\tau_a = \frac{F}{2 \cdot \pi \cdot d^2}$

→ [EuroTabM] „Normzahlen“

– Mbm: [EuroRBM]; TG: Festigkeit_Ub_Abi

– FTM: [Böge Aufg.] 714ff. „Beanspruchung auf Druck und Flächenpressung“; 714, 716, (717.) 718, 720, 721, 722; [Böge Aufg.] 738ff. „Beanspruchung auf Abscheren“ 738, 739, 740, (742.) 743, 744, (748.) 749, 751

[Schneider21] S.8.52: „Die Tragsicherheit auf Lochleibung ist nachgewiesen, wenn die vorhandene Abscherkraft ... je Bauteil und je Schraube die Grenzlochleibungskraft ... nicht überschreitet.“ Tabelle 8.53 enthält Grenzlochleibungskräfte abhängig vom Lochabstand und für Lochdurchmesser etwa der Reihe mittel!!

Bei rundstirnigen Passfedern trägt die Rundung nicht zur Flächenpressung $L = l_{erf} + b$ bei, sie muss entsprechend länger gewählt werden. Der kleine Unterschied in Kraft und Flächenpressung zwischen Nabe und Welle wird in der überschlägigen Berechnung nach DIN 6892 vernachlässigt. (→ [Steinilper 2007] I) S.519; [Decker 2009] S.292, [Haberhauer 2008] S.146).

[Roloff/Matek 2011] S.378: „Die ebenfalls auftretende Scherspannung ist bei zum Wellendurchmesser gehörigen Passfederabmessungen unkritisch.“ Dem Schüler nützt das aber nichts, weil in Aufgaben trotzdem häufig verlangt wird, auf Scherung zu rechnen.

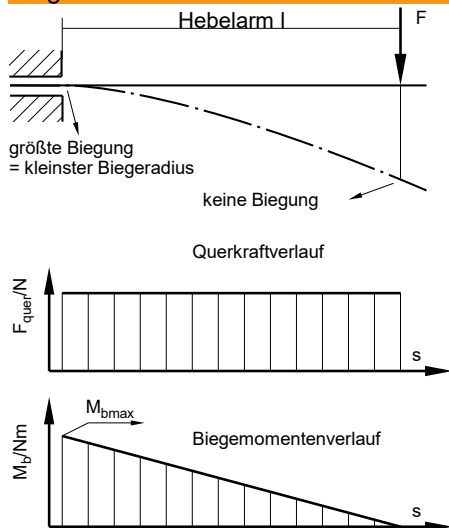
Flyerketten



Biegefestigkeit

wird bei äußerem Biegemoment $M_b = F \cdot l$ benötigt.

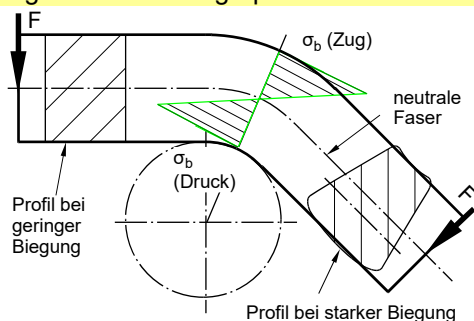
Biegemoment



Biegespannung

Biegemomente bewirken Verformungen und diese wiederum Spannungen:

Spannungsverlauf im Biegequerschnitt



- maßgebend die größte Biegespannung σ_b
- Material trägt außen mehr zur Biegefestigkeit bei

Allzweckformel für die Biegefestigkeit

$$\frac{\sigma_{bgrenz}}{v} = \sigma_{bzul} \geq \sigma_b = \frac{M_{bmax}}{W} \quad \left[\frac{N}{mm^2} = \frac{Nm}{cm^3} \right]$$

- Biegehauptgleichung: $\sigma_b = M_{bmax} / W$
- W: (axiales) Widerstandsmoment $[cm^3]$
- Kennzahl für die Biegetauglichkeit eines Profils
- [EuroTabM46] S.45 „Widerstandsmoment“ für geometrisch einfache Querschnitte
- [EuroTabM46] S.45 „T-Stahl, U-Stahl, IPB...“ für handelsübliche Profile

Festigkeitswerte σ_{bgrenz}

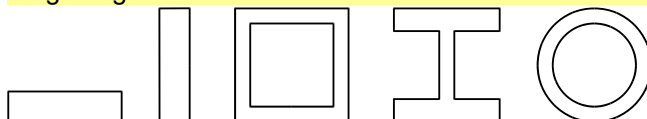
$\sigma_{bF} = 1,2 \times R_e$: Biegefließgrenze (gegen plast. Vfg.)
 $\sigma_{bB} = R_m$: Biegefestigkeit (gegen Bruch)
 statische Belastung, Stahl → [EuroTabM46] S.41
 σ_{bSch} , σ_{bW} : dynamische Belastung → [EuroTabM46] S.46

Vertiefung

Böge 835ff

Darstellung: [Haberhauer 2008] S.9ff

Biegetauglichkeit verschiedener Profile

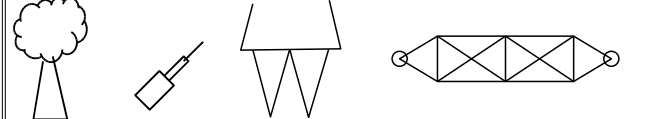


FTM, MVK, TG:

- 1) Tafellineal: Ein Ende mit einer Hand fest „einspannen“, das andere Ende mit einem Finger biegen?
- 2) Wo ist das Lineal am stärksten gebogen?
- 3) Wodurch wird Biegung bewirkt?

Kräfte auf ein Bauteil bewirken Biegemomente, diese biegen das Bauteil. Die Verformung führt zu internen Spannungen.

- 4) Begründen Sie die Form des



Die sogenannte Blutrinne in Schwertern dient ebenfalls der Senkung des Gewichtes ohne wesentliche Beeinträchtigung der (Biege-)Festigkeit.

Außen: Zugspannungen σ_z
 Innen: Druckspannungen σ_D
 Mitte: neutrale Faser ohne axiale Spannungen
 Die neutrale Faser oder Nulllinie wandert bei starker Biegung nach innen, dadurch steigen die Zugspannungen außen noch stärker, sodass der Bruch gewöhnlich außen beginnt.
 Anforderung eines Herstellers von Lackierrobotern: „Die Schlauchführung soll im Roboter durch die neutrale Phase erfolgen.“ heißt, die Schläuche sollen im Inneren der Roboterarme geführt werden, sind dadurch von der Umgebung geschützt und erfahren weniger Biegung.

[Haberhauer 2008]: Querschnittsformen, die an der Randfaser eine große Materialanhäufung aufweisen ... haben einen einen wesentlich größeren Widerstand gegen Biegung als mitterversteifte Querschnittsformen.
 Skythischer Reiterbogen → [SdW] 08/91

Bisher kannten die Schüler als Kennwert für ein Profil nur die (Querschnitts-)Fläche A, aber es gibt auch andere Kennwerte, die andere Eigenschaften eines Profils beschreiben:

- (axiales) Widerstandsmoment W, z.B. bei Belastung mit einem Biegemoment.
- polares Widerstandsmoment W_p , z.B. bei Belastung mit einem Torsionsmoment.
- Flächenmoment 0. Grades (Querschnittsfläche A), z.B. bei Zugbelastung.
- Flächenmoment 1. Grades, z.B. bei Drehbeschleunigung, Pirouetteneffekt
- Flächenmoment 2. Grades (Flächenträgheitsmoment I), z.B. bei Knickung, Durchbiegung

Die Spannung, bei der unter Biegebelastung die plastische Verformung beginnt, heißt Biegefließgrenze σ_{bf} . Sie ist etwas größer als die Streckgrenze R_e , da beim Biegen die äußeren Atome von den inneren auch dann noch auf Position gehalten werden, wenn R_e schon überschritten ist. [Decker 2009] S.30, Läßle: Einführung in Festigkeitsberechnung
 „Biegeversuche zur Ermittlung von Werkstoffkennwerten haben nur wenig Bedeutung, z.B. für spröde Werkstoffe... Das Biegeverhalten homogener, zäher Werkstoffe lässt sich bis zum Erreichen der Streckgrenze.. hinreichend genau aus den Kennwerten des Zugversuchs abschätzen.“ [Bargel/Schulze 2005] S.101.]

Visualisierung

FO skythischer Kompositbogen

Begründen Sie die Form einer Blattfeder, Balkenbrücke, eines Baumstammes, einer Angelrute? Warum wird eine (Vogel-)Feder außen dünner?
 FTM: [Böge Aufg.] Aufg. 835-863 Freitrag mit Einzellasten
 TG: Festigkeit_Ub_Abl „Biegefestigkeit“ Aufg. 3.1-3.3

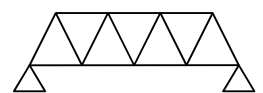
Überschrift

- 5) Bewerten Sie die gezeichneten Profile

Fachwerkbrücken und I-Träger bringen Material in Ober- und Untergurt. Die Streben dazwischen halten vornehmlich die Gurte zusammen.

- 6) Begründen Sie den Aufbau von Wellpappe.

Wellpappe ist ähnlich wie die Fachwerkbrücke aufgebaut. Ihre Biegefestigkeit ist richtungsabhängig (anisotrop) und vermutlich nicht der Hauptgrund für den Aufbau. Dies sind eher die Druckfestigkeit und die Knickfestigkeit (Widerstandsmoment!), alle bei geringer Dichte.



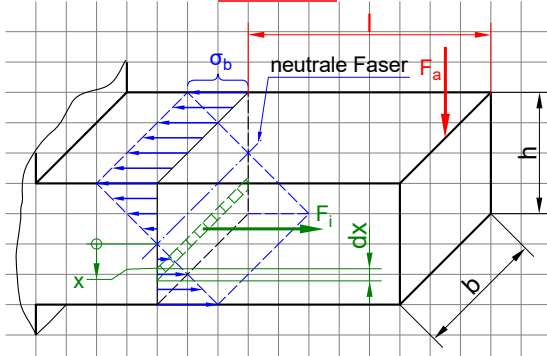


Biegehaupthauptgleichung

Herleitung für ein Rechteckprofil

(gerade Biegung)

Äußeres Moment $M_b = F_a \cdot l$



Inneres Moment $M_i = \sum F_i \cdot x$ bzw. $M_i = \int F_i \cdot dx$

Es muss gelten: äußeres = inneres Moment

$$M_b = \sum M_i \quad \text{oder} \quad M_b = \text{Summe aller } M_i$$

$$dA(x) = b \cdot dx$$

$$\sigma(x) = \sigma_b \cdot \frac{x}{h/2}$$

$$dF_i(x) = \sigma(x) \cdot dA(x) = \sigma_b \cdot \frac{2 \cdot b}{h} \cdot x \cdot dx$$

$$dM_i(x) = x \cdot dF_i(x) = \sigma_b \cdot \frac{2 \cdot b}{h} \cdot x^2 \cdot dx$$

$$M_b = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} dM_i(x) = \sigma_b \cdot \frac{2 \cdot b}{h} \cdot \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} x^2 \cdot dx = \sigma_b \cdot \frac{2 \cdot b}{h} \cdot \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} = \sigma_b \cdot \frac{2 \cdot b}{h} \cdot \left(\frac{(+h/2)^3}{3} - \frac{(-h/2)^3}{3} \right) = \sigma_b \cdot \frac{2 \cdot b}{h} \cdot \frac{h^3}{12} = \sigma_b \cdot \frac{b \cdot h^2}{6}$$

Biegehaupthauptgleichung

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W}$$

(axiales) Widerstandsmoment W

$$W = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

für ein Rechteckprofil

= Maß für den Widerstand eines Profils gegen Biegung

- hängt von Form, Maßen des gebogenen Profils ab und wird in der Praxis aus Tabellen entnommen
- Biegeachse beachten

Herleitung für ein Rundprofil

$$dA = 2\sqrt{r^2 - x^2} \cdot dx \quad \sigma(x) = \sigma_b \cdot \frac{x}{r}$$

$$dF(x) = \sigma(x) \cdot dA(x) = \sigma_b \cdot \frac{x}{r} \cdot 2\sqrt{r^2 - x^2} \cdot dx$$

$$dM(x) = dF(x) \cdot x = \sigma_b \cdot \frac{x^2}{r} \cdot 2\sqrt{r^2 - x^2} \cdot dx$$

$$M_b = \frac{2 \cdot \sigma_b}{r} \int_{-r}^{+r} \sqrt{r^2 - x^2} \cdot x^2 \cdot dx = \frac{2 \cdot \sigma_b}{r} \cdot \frac{\pi r^4}{8} = \sigma_b \cdot \frac{\pi r^4}{4}$$

$$M_b = \sigma_b \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

Herleitung im allgemeinen Fall

$$dA = b(x) \cdot dx \quad s(x) = x \cdot s_0$$

$$\int dF(x) = \int s(x) \cdot dA(x) = s_0 \cdot \int x \cdot dA = 0$$

→ neutrale Faser = Schwerlinie

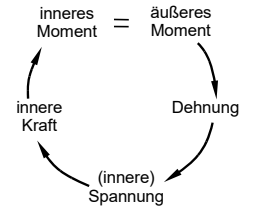
FTM, TG: Herleitung; MVK: überspringen
 σ für Normalspannungen

1) Ein:

Bei der Berechnung der maximalen Biegespannung geht man von kleinen Biege winkeln (großen Biegeradien) und den folgenden, vereinfachenden Voraussetzungen aus:

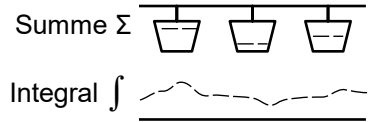
- Gerade Biegung heißt, dass sie um eine Hauptachse stattfindet (F_a greift mittig an).
- Das äußere Biegemoment M_b bewirkt einachsige Dehnung / Stauchung senkrecht zum Biegequerschnitt, der Querschnitt wird nicht verändert. Tatsächlich verändert sich der Querschnitt bei größeren Biegungen und die neutrale Faser verschiebt sich nach innen.
- Die Faserschicht, die ihre ursprüngliche Länge beibehält, heißt neutrale Faser (Nulllinie). Das Maß der Dehnung / Stauchung im restlichen Querschnitt hängt aus geometrischen Gründen linear vom Abstand von der neutralen Faser ab.
- Durch die Dehnung entstehen außen Zug- und innen Druckspannungen. Bei Werkstoffen und Belastungen, für die das Hooke'sche Gesetz annähernd gilt, hängen Dehnung und Spannung im elastischen Bereich linear zusammen. Es ergibt sich der skizzierte lineare Verlauf der Normalspannungen senkrecht zum Querschnitt.

Für Festigkeitsberechnungen rechnet man mit der maximalen Biegespannung σ_b (innen bzw. außen am Biegequerschnitt), weil dort die Bauteile zuerst kaputt gehen.



Summe ↔ Integral

Wird Kies mit einer Eimerkette transportiert, kann man die Netto-Gewichte der Eimer addieren = Summe. Bei einem Förderband muss man integrieren = kleinste Abschnitte addieren



2) Kann übersprungen werden.

- Wir betrachten ein schmales Flächenelement dA (grün), das parallel zur neutralen Faser (= Biegeachse) liegt. Die Flächenelemente $dA(x)$ werden so gewählt, weil innerhalb jedes Elementes der Hebelarm x zur Biegeachse und die Spannung $\sigma(x)$ konstant sind.
- Die Größe der Fläche dA hängt von der Breite b und von dx ab. Im Rechteckprofil ist b konstant, bei anderen Profilen abhängig von x . In diesem allgemeinen Fall schreibt man $dA(x)$ und $b(x)$ und erhält ein komplizierteres Integral.
- Die Spannung $\sigma(x)$ im betrachteten Element wird mit dem Strahlensatz aus der maximalen Biegespannung σ_b an einer Außenseite des Biegequerschnittes abgeleitet.
- Die Normalspannungen bewirken in jedem Flächenelement Kräfte $F_i(x) = \sigma(x) \cdot dA(x)$. F_i bewirken über den Hebelarm zur Biegeachse innere Biegemomente M_i .

Das innere Biegemoment dM_i in jedem Flächenelement ist Moment = Kraft \times Hebelarm. Alle Spannungen sind Normalspannungen senkrecht zum Biegequerschnitt.

- Die Summe aller inneren Biegemomente M_i muss dem äußeren Biegemoment M_b das Gleichgewicht halten.
- Auch das Integral ist übrigens eine weitere Vereinfachung, weil Werkstoffe nicht infinit homogen sind (Kristalle, Gitterfehler, Atome ...).
- Die maximale Biegespannung σ_b hängt vom Biegemoment M_b und einem Kennwert, dem axialen Widerstandsmoment W , ab.
- Das Widerstandsmoment W ist ein profilspezifischer Flächenkennwert, der die Eigenschaften der Fläche bei Biegung beschreibt. Der Querschnitt einer Fläche ist auch nur ein (sehr bekannter) Kennwert, der zum Beispiel für den Schneidstoffverbrauch beim Durchsägen gebraucht wird. Es gibt weitere Kennwerte für verschiedene Anforderungen.

3) Zwingend

Aus dem Biegemoment und einem Kennwert für das Profil ergibt sich der Betrag der maximalen Biegespannung.

Die Bezeichnung 'axial' ist nicht zwingend erforderlich, dient aber der Unterscheidung zum polaren Widerstandsmoment.

Kombinationen aus mehreren Profilen

Warum entspricht das Widerstandsmoment eines Kastenprofils nicht der Differenz zwischen den außen und innen begrenzenden Rechtecken? → W herleiten!

Nicht unterrichten, werden aus Tabellen entnommen

Biegespannung abhängig vom Abstand zur Mittelachse

– Mathelehrer: $\int_a^b f(x) dx = [F(x)]$ von a bis b

– [Schneider21] S2.23: $\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b$

Es ergeben sich die folgenden Änderungen:

Für beliebige Profile und Biegeachsen ist die Breite nicht konstant. Bei unsymmetrischen Profilen muss zunächst die Lage der neutralen Faser bestimmt werden. Dazu wird die Spannung auf die Vergleichsspannung σ_0 im Abstand 1 von der neutralen Faser bezogen.

Zur Bestimmung der Lage der neutralen Faser wird die Gleichgewichtsbedingung $\sum F = 0$ angesetzt. Beim Therm $\int dA(x)$ handelt es sich um das Flächenintegral 1. Grades bezüglich der neutralen Faser. Da es gleich null ist, muss die neutrale Faser in der Schwerlinie liegen.

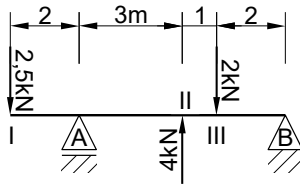
Festigkeit_TA_Biegehaupthauptgleichung.odt



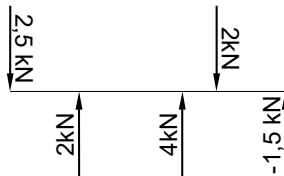
Max. Biegemoment Mbmax ermitteln

Grafische Lösung

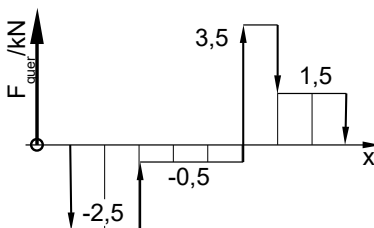
Beispiel 1



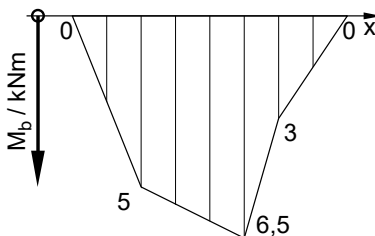
Freimachen (Lageskizze)



Querkraftverlauf



Biegemomentenverlauf



$M_b = 0$ gilt für alle äußeren Lager, wenn sie drehbar gelagert sind. Gegenbeispiel: Balkenplatte

Schlussfolgerungen für KA, Abi & Co

für Punktlasten gilt:

- M_{bmax} kann nur an einem inneren Kräfteinleitungspunkt liegen („innen“ = „liegt zwischen anderen Kräften“)
- Diese (im Abi bisher max. 3) Punkte kann man ohne grafische Lösung relativ schnell berechnen
- wo der Querkraftverlauf die Nulllinie schneidet
- Querkraftverlauf und Nulllinie können sich mehrfach schneiden.

FTM, MVK, TG: Die grafische Lösung des Biegemomentes ist im Lehrplan TGT zwar nicht explizit aufgeführt, aber gelegentlich doch in Prüfungen verlangt: tgt_NP2010/11-2 Motorradbühne, Aufgabe 3.1 (Querkraftlinie)

Achtung: Tafel wird knapp

- 1) Beispiel vorgeben
- 2) Lageskizze, Querkraftverlauf, Biegemomentenverlauf zur Anschaulichkeit genau darunter zeichnen..

Auflagerkräfte ermitteln

$$\sum M_A = 0 = 2,5 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} + 4 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} - 2 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} + F_B \cdot 6 \text{ m} \rightarrow$$

$$F_B = \frac{-5 - 12 + 8}{6} \text{ kN} = -1,5 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = -2,5 \text{ kN} + F_A + 4 \text{ kN} - 2 \text{ kN} + (-1,5 \text{ kN}) \rightarrow F_A = 2 \text{ kN}$$

oder grafisch per Schlusslinienverfahren

Biegemomente Mb aus Querkraftverlauf

3) Nach dem Querkraftverlauf, parallel zum Biegemomentenverlauf.

Das Moment M_{n+1} baut auf M_n auf, das vereinfacht die Rechnung, was ja der Sinn grafischer Lösungen ist. Hinweis: Vor Einführung des Taschenrechners etwa 1970 wurden alle, danach noch sehr viele Bauwerke mit grafischen Methoden berechnet.

$$M_I = 0 \text{ kNm}$$

$$M_A = M_I - 2,5 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} = -5 \text{ kNm}$$

$$M_{II} = M_A - 0,5 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} = -6,5 \text{ kNm}$$

$$M_{III} = M_{II} + 3,5 \text{ kN} \cdot 1 \text{ m} = -3,0 \text{ kNm}$$

$$M_B = M_{III} + 1,5 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} = 0$$

Die Berechnung der Biegemomente beginnt hier von links, deshalb ergeben sich mit den üblichen Vorzeichenregeln negative Werte. Von rechts wären sie positiv.

Biegemomentenverlauf = Flächenintegral der Querkraft

Der Biegemomentenverlauf entspricht der Querkraftfläche (= Flächenintegral der Querkraft).

4) Nachträgliche Erklärung, nachdem der Biegemomentenverlauf skizziert ist: Querkraftverlauf abdecken, dann die Abdeckung nach rechts (links) wegziehen. Der Biegemomentenverlauf entspricht der jeweils sichtbaren Fläche unter dem Querkraftverlauf.

$$M_b(x) = \int F(x) dx$$

Lösungsmöglichkeiten für Mbmax

- M_{bmax} mit Biegemomentenverlauf ermitteln
- .. oder ..
- Querkraftverlauf zeichnen und M_b dort berechnen, wo die Querkraftlinie die Nulllinie kreuzt
- .. oder .. (meist schneller)
- M_b an allen inneren Kräfteinleitungspunkten berechnen und M_{bmax} nach Betrag auswählen

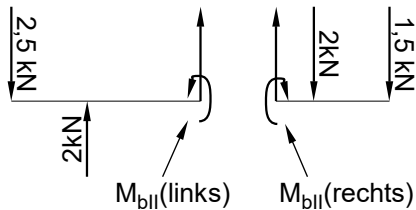


Rechnerische Lösung aus der Lageskizze

ohne Kenntnis des Biegemomentenverlaufs

Freischneiden (!)

an der Stelle II:



Biegemomente M_b nach links oder rechts

Stelle II von links $M_{bII}(li) = 2,5 \text{ kN} \cdot 5 \text{ m} - 2 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} = 6,5 \text{ kNm}$

Stelle II von rechts $M_{bII}(re) = -1,5 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} - 2 \text{ kN} \cdot 1 \text{ m} = -6,5 \text{ kNm}$

Stelle A von links $M_{bA} = 2,5 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} = 5,0 \text{ kNm}$

Stelle III von rechts $M_{bIII} = -1,5 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} = -3 \text{ kNm}$

$M_{b\max} = 6,5 \text{ kNm}$ (der größte der Beträge)

[Skolaut 2014] S.68 verwendet statt „von links / rechts“ die Begriffe „positives/ negatives Schnittpfeil“ → VZ klären, **Erwähnen zur Veranschaulichung**

Wenn man alle Momente an einem Bauteil berechnet, muss ihre Summe gemäß den Gleichgewichtsbedingungen der Statik Null ergeben. Das gilt für jedes Teil und auch für jedes Bruchstück davon. Deshalb schneidet man das Teil gedanklich an der untersuchten Stelle auf und betrachtet nur eine Seite (eines der beiden „Bruchstücke“). Bei beiden Teilen müssen die Momente einschließlich des Biegemomentes im Gleichgewicht stehen.

Links unten sind die Momente an der Stelle II einmal von links $M_{bII(li)}$ und einmal von rechts $M_{bII(re)}$ berechnet. In beiden Gleichungen entfällt $F_{II}=1 \text{ kN}$, weil sein Hebelarm 0 ist. Die beiden Momente $M_{bII(li)}$ und $M_{bII(re)}$ müssen sich gemäß der Gleichgewichtsbedingung aufheben, und haben deshalb den gleichen Betrag, aber unterschiedliche Vorzeichen. Innerhalb der Gleichungen verwenden wir das gewohnte Koordinatensystem mit der positivem VZ bei ccw. Bei der Auswahl von $M_{b\max}$ zählt nur der Betrag (ohne Vorzeichen).

In der Praxis kann man zur Kontrolle beide Seiten rechnen, aber nötig ist es nicht. Es genügt, eines der Momente von der „bequemen“ Seite her zu rechnen. Im Abi sollte man die Kontrollrechnung vermeiden, weil manchmal ungenaue Werte vorgegeben werden, die von links und rechts gerechnet unterschiedliche Biegemomente ergeben, und das kann verwirren. Bei Systemen, die statisch im Gleichgewicht sind, dürfte das nicht vorkommen.

Im Abi keine Kontrollrechnungen für M_b !!

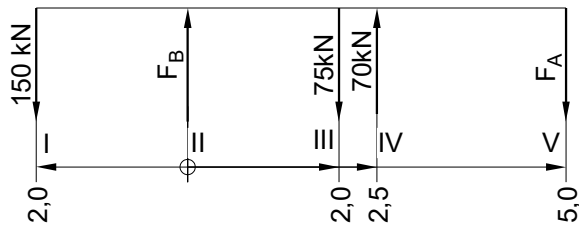
Links stehen die Rechnungen für jeden inneren Kräfteeinleitungspunkt, an der Stelle II sogar doppelt. Da man diese Rechnungen ohne die obigen Vorbereitungen (außer Lageskizze) durchführen kann, ist dies im Abi der schnellste Weg zu $M_{b\max}$. Deshalb

$M_{b\max}$ an inneren Kräfteeinleitungspunkten suchen.

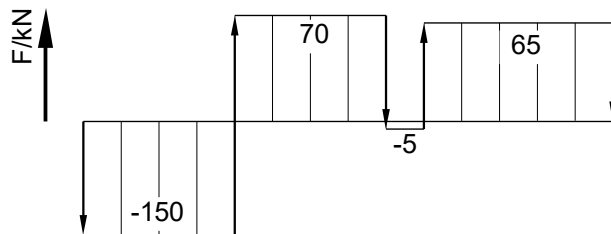


Beispiel 2

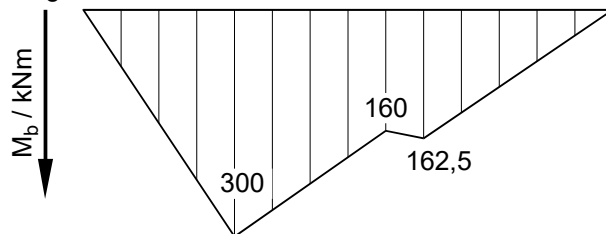
Lageskizze



Querkraftverlauf



Biegemomentenverlauf



Auflagerkräfte ermitteln

$$\Sigma M_{II} = 0 = +150 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} - 75 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} + 70 \text{ kN} \cdot 2,50 \text{ m} - F_B \cdot 5 \text{ m} \Rightarrow$$

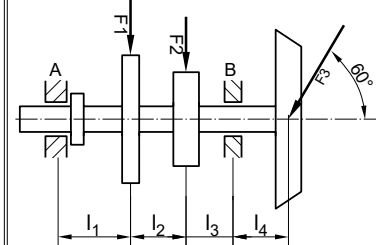
$$F_A = \frac{+150 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} - 75 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} + 70 \text{ kN} \cdot 2,50 \text{ m}}{5 \text{ m}} = 65 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = -150 \text{ kN} + F_B - 75 \text{ kN} + 70 \text{ kN} - 65 \text{ kN} \Rightarrow F_B = 220 \text{ kN}$$

oder grafisch per Schlusslinienv erfahren

Beispiel Getriebewelle

Umstellen auf Kraftangriffspunkt am Teilkreis



Ermittlung der Eckpunkte

Von links nach rechts:

$$M_I = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{II} = 0 \text{ kNm} + 150 \text{ kN} \cdot 2,0 \text{ m} = 300 \text{ kNm}$$

$$M_{III} = 300 \text{ kNm} - 70 \text{ kN} \cdot 2,0 \text{ m} = 160 \text{ kNm}$$

$$M_{IV} = 160 \text{ kNm} + 5 \text{ kN} \cdot 0,5 \text{ m} = 162,5 \text{ kNm}$$

$$M_V = 162,5 \text{ kNm} - 65 \text{ kN} \cdot 2,5 \text{ m} = 0$$

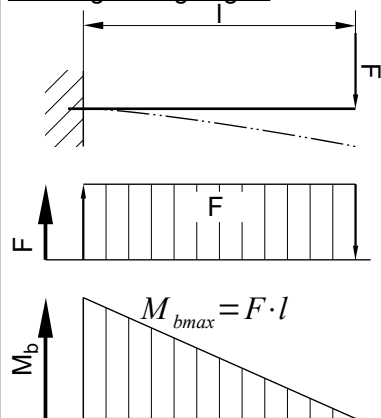
Vertiefung

FTM: [Böge Aufg.] Aufg. 864 ff; TG: Beispiel HP 1997/98-1 Verladeanlage

Formeln im Tabellenbuch: unbrauchbar

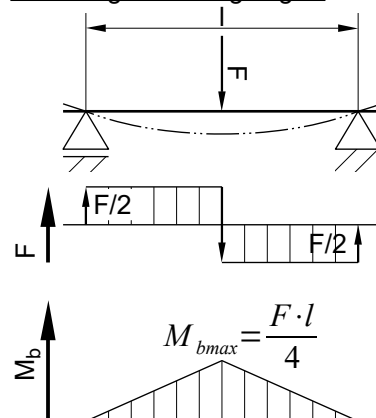
- behandeln nur Sonderfälle, z.B. zentrische Last
- führen mit der biege steifen Einspannung in die Irre

einseitig starr gelagert



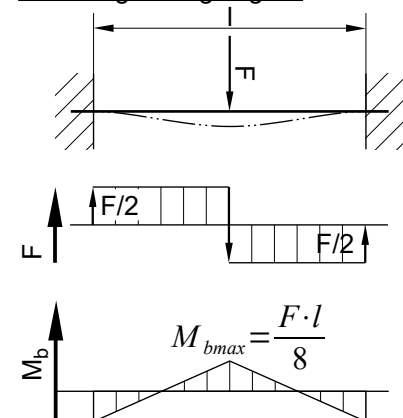
Das maximale Moment wird wg. des max. Hebelarmes im Lager erreicht, nach außen nimmt es linear ab. Elastische Verformung im Lager ändert nichts!

beidseitig drehbar gelagert



Halbe Kraft je Seite mal halbe Länge zum max. Moment = Viertel Moment

beidseitig starr gelagert



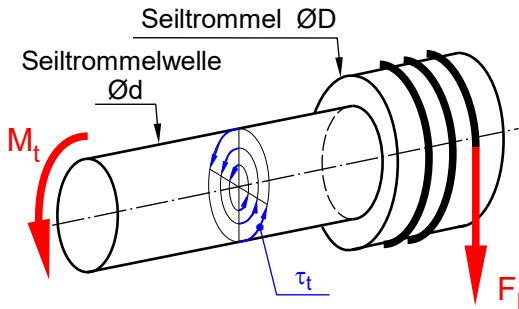
Bei vollkommen biege steifer Einspannung ist die Steigung des gebogenen Balkens in den Lagern und in der Mitte waagrecht. Aus Symmetriegründen müssen dort die Biegemomente gleich groß sein. Wenn die Einspannung nachgibt, nähert sich die Belastung der Situation „beidseitig drehbar“ → Deshalb sollte diese zur Sicherheit immer angenommen werden. Elastische Lagerung ist statisch überbestimmt und nur schwer zu berechnen (E-Modul, Temperaturendehnung, Spannungen, exakte Maße usw.)



Torsionsfestigkeit

= Spannung durch Verdrehung „in sich“

Typische Aufgabe: Seilwinde



Last F_L erzeugt an der Seiltrommel ($\varnothing D$) ein Torsionsmoment M_t

$$M_t = F_L \cdot \frac{D}{2}$$

Seiltrommelwelle ($\varnothing d$) muss M_t aushalten

Allzweckformeln für Torsionsfestigkeit

$$\frac{\tau_{\text{tgrenz}}}{\nu} = \tau_{\text{zul}} > \tau_t = \frac{M_t}{W_p}$$

- Torsionshauptgleichung: $\tau_t = M_t / W_p$
- W : Polares Widerstandsmoment [cm^3]
- Kennzahl für die Verdrehfestigkeit eines Profiles
- [EuroTabM46] S.45 „Widerstandsmoment“ für geometrisch einfache Querschnitte

Festigkeitswerte τ_{tgrenz}

$\tau_{tF} = 0,7 \times R_e$: Torsionsfließgrenze (Stahl gg. plast. Vfg.)

$\tau_{tB} = 0,8 \times R_m$: Torsionsfestigkeit (gegen Bruch) statische Belastung, Stahl → [EuroTabM46] S.41

τ_{tSch}, τ_{tW} : dynamische Belastung → [EuroTabM46] S.46

Vertiefung

TG: Festigkeit_Ub_Abi.odt

FTM: [Böge Aufg.] S.809ff

815ff: Aufgaben mit Verdrehwinkel auslassen

826 Lösung durch Ausprobieren

831: kombinierte Aufgaben

Torsionshauptgleichung

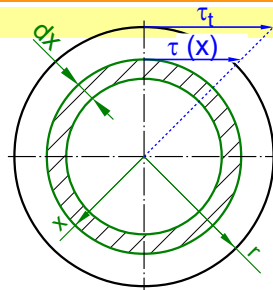
Herleitung für ein Rundprofil

Kreisringfläche

$$dA(x) = 2\pi \cdot x \cdot dx$$

Spannung im Kreisring

$$\tau(x) = \tau_t \cdot \frac{x}{r}$$



$$dF(x) = \tau(x) \cdot dA(x) = \tau_t \cdot 2\pi \cdot \frac{x^2}{r} \cdot dx$$

$$dM = x \cdot dF(x) = \tau_t \cdot 2\pi \cdot \frac{x^3}{r} \cdot dx$$

$$M_t = \tau_t \cdot \frac{2\pi}{r} \cdot \int_0^r x^3 \cdot dx = \tau_t \cdot \frac{2\pi}{r} \cdot \frac{r^4}{4} = \tau_t \cdot \frac{\pi \cdot r^3}{2} = \tau_t \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

polares Widerstandsmoment W_p

$$M_t = \tau_t \cdot \frac{2\pi}{r_a} \cdot \int_{r_i}^{r_a} x^3 \cdot dx = \tau_t \cdot \frac{2\pi}{r_a} \cdot \frac{r_a^4 - r_i^4}{4} = \tau_t \cdot \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{16 \cdot D}$$

FTM, MVK, TG: bis Formeln für Torsionsfestigkeit.

1) Torsionsspannung analog zur Biegespannung schnell erklären.

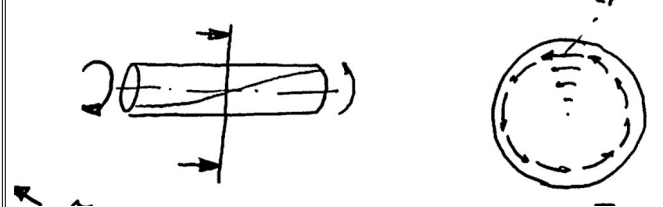
2) Herleitung der Torsionshauptgleichung nur bei viel Zeit.

- τ für Schubspannungen
- Als Torsionsspannung τ_t bezeichnet man die innerhalb der Spannungsverteilung maximale Torsionsspannung an der Oberfläche, die auch zum Bruch führt.
- Die Spannung verläuft im Innern theoretisch im Kreis. Tatsächlich gibt es Schubspannung, die zum typischen Torsionsbruch mit einer wendelförmigen Bruchfläche führt.

AM Kreide bis zum Bruch verdrehen

Erklärung Schubspannung bei Torsion

Torsion



Die maximale Torsionsspannung τ_t hängt vom Torsionsmoment M_t und einem profilspezifischen Kennwert, dem polaren Widerstandsmoment W_p , ab.

Aus dem Torsionsmoment und einem Kennwert für das Profil ergibt sich der Betrag der maximalen Torsionsspannung.

Das axiale Widerstandsmoment hängt von Form und Maßen des tordierten Profils ab.

„Tordieren“ steht nicht im [Duden 2006], ist aber in der Technik gebräuchlich (z.B. [Böge, Techn. Mechanik]). Im Duden, 15. Auflage, von 1961 stehen „Torsion“ (=Verdrehung, Verdrillung, Verwindung) und „torquieren“ (= techn. krümmen, drehen; veraltet für peinigern)

Verdrehwinkel

(Nur zur Info für Aufgaben im [Böge Aufg.]

$$\phi [^\circ] = \frac{\tau_t \cdot l}{G \cdot d} \cdot \frac{360^\circ}{\pi} = \frac{M_t \cdot l}{W_p \cdot G \cdot d} \cdot \frac{360^\circ}{\pi} \quad \text{mit}$$

- l , d : Länge und \varnothing der verdrehten Welle
- G : Gleitmodul des Werkstoffes (vgl. E-Modul), $G(\text{Stahl}) = 80 \text{ kN/mm}^2$

TG: Nur auf Nachfrage

Bei der Berechnung der maximalen Torsionsspannung geht man von kleinen Torsionswinkeln und den folgenden Voraussetzungen aus:

- Das äußere Torsionsmoment M_t bewirkt einachsige Dehnung, der Querschnitt wird nicht verändert. Tatsächlich? Das Torsionsmoment wirke genau um die Stabachse.
- Durch die Dehnung entstehen Schubspannungen. Bei Werkstoffen und Belastungen, für die das Hooke'sche Gesetz annähernd gilt, hängen Dehnung und Spannung im elastischen Bereich linear zusammen. Es ergibt sich der skizzierte lineare Verlauf der Schubspannungen parallel zum Querschnitt.

Wir betrachten einen schmales kreisförmiges zentrisches Flächenelement. Dieser Ansatz ist zweckmäßig, weil darin Hebelarm und Spannung konstant sind. Die Fläche wird nicht mit der Kreisringformel, sondern mit Umfang mal dx berechnet. Dies ist korrekt, weil dx sehr klein ist.

Die Spannung τ im betrachteten Element wird auf die maximale Torsionsspannung τ_t an der Oberfläche des Profils bezogen, weil nur diese für die Festigkeitsberechnung interessiert. Die Schubspannungen bewirken in jedem Flächenelement Kräfte. Die Kraft F im Flächenelement ergibt sich aus Spannung und Fläche.

Die Kräfte bewirken über den Hebelarm zum Mittelpunkt innere Torsionsmomente M . Das innere Torsionsmoment dM aus dem Flächenelement ergibt sich aus Moment = Kraft x Hebelarm. Alle Schubspannungen verlaufen tangential.

Die Summe aller inneren Torsionsmomente M muss dem äußeren Torsionsmoment M_t das Gleichgewicht halten.

Das Rohrprofil wird wie das Rundprofil (voll) berechnet, nur die Grenzen des Integral reichen vom inneren bis zum äußeren Radius (r_i, r_a) bzw. Durchmesser (d, D).

Festigkeit_TA_Torsion.odt



LPE 03 Energie, Leistung, Wirkungsgrad

Wärmekraftwerk

Aufbau, Ablauf

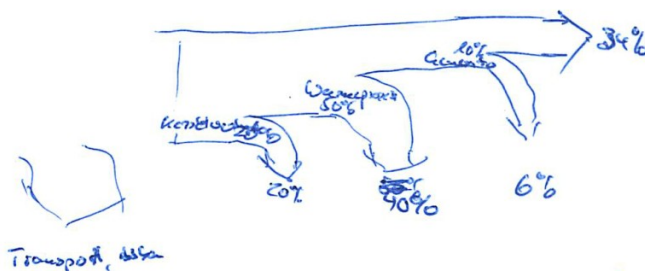
Kohleförderung → Kohletransport → Kohleaufbereitung → Verbrennung → Dampferzeugung → Überhitzung → Entspannung in Turbine → Generator erzeugt Strom → Dampf wird kondensiert und mit der Speisewasserpumpe wieder auf Betriebsdruck gebracht (180..250 bar)

Blockdiagramm

Energiewandlung

Energieflussdiagramm / Sankeydiagramm

Im Sankeydiagramm addiert man die Wirkungsgrade



Energieformen

Chemische Energie, Lageenergie, Bewegungsenergie, Masse, elektrische Energie

1) Wie funktioniert ein Wärmekraftwerk / Kohlekraftwerk ?

→ TA Dampfprozesse mit realen Fluiden

2) Wie funktioniert ein Wärmekraftwerk / Kohlekraftwerk ?

3) Im Blockdiagramm fehlt die wichtigste Kenngröße: Wirkungsgrad

1) Woher kommt die Energie?

2) Vorteile von Kohle ?

Völlig unproblematisch zu lagern.

3) Andere Energieformen ?

→ TA Dampfprozesse mit realen Fluiden

pVT-Diagramm von Wasser

pVT-Diagramm: [Wagner 1990] S.313; [Baehr 1973]

Wasserdampftafeln: [Dubbel 20] D40; [Bauke 1982] S.133ff; [Cerbe 2008] S.231ff; [GrundwissenIng8] S.664ff, S.675ff; Niedersträßer S.46

andere Dampftafeln: [GrundwissenIng8] S.667ff: Ammoniak, R12 Difluordichlormethan CF_2Cl_2 , R22 Difluormonochlormethan CHF_2Cl , Kohlendioxid CO_2 , Schwefeldioxid SO_2

1) Möglicher Vorlauf (kann entfallen)

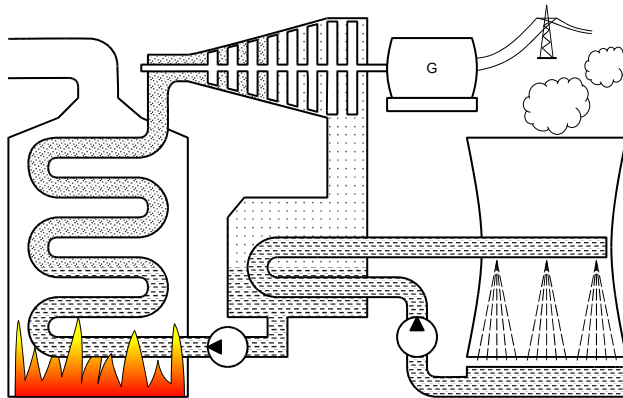
pVT-Diagramm_AB



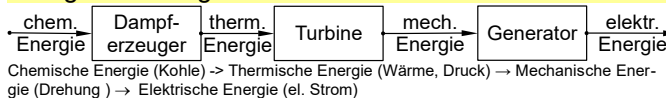
Dampfprozesse (mit realen Fluiden)

Wärmeleistung

Schematische Darstellung



Energiewandlung in Blockschildern



Rankine-Prozesse (OCR)

Wärmepumpen

Wärmepumpe

transportiert die Wärme aus der Umgebung auf höheres Niveau → Stirling-Kältemaschine

Kältemaschine

transportiert Wärme zur Umgebung und kühlt damit die Quelle → Stirling-Wärmepumpe

(Ad-)Sorptionenkältemaschine

Absorptionskältemaschinen

Ausbauen

Klimaanlage

Kältemittel

Fluorkohlenwasserstoff FCKW

→ ungiftig

→ zerstört Ozonschicht

War früher üblich für Kältschränke und Klimaanlage wegen seiner Ungiftigkeit (Mein Prof ließ in der Vorlesung seinen Assistenten einen Schluck nehmen). Erst später stellte sich heraus, dass FCKW die Ozonschicht zerstört.

R744 Kohlendioxid CO₂

- sehr billig, GWP = 1
- Kältschränke, Klimaanlage von Pkw und Bussen (statt R134a)
- benötigt höhere Drücke und mehr Energie als Anlagen mit R134a → teurer
- CO₂-Klimaanlagen können auch als Wärmepumpen laufen und den Innenraum von E-Mobilen stromsparsam heizen [Buchholz 2016] S.109

R227es Heptafluorpropan

Geschichte

1/2009 kostet Steinkohle etwa 91€/t

1) Ein HP 1999/00-3 Wärmekraftwerk

[Schuberth 2000] S.106: Schematische Darstellung eines Kohlekraftwerkes

Beschriftung ergänzen

Kohle wird gefördert, zum Kraftwerk transportiert und aufbereitet (getrocknet, gemahlen, gereinigt ..). Kohle verbrennt im Heizkessel und setzt Wärme frei. Wasser wird auf Druck gebracht und anschließend im Dampferzeuger verdampft → erhebliche Volumenvergrößerung des Dampfes. Dampf wird auf Umgebungsdruck entspannt, durch das Druckgefälle strömt er. Die Dampfströmung wird in einer Turbine in Drehbewegung umgewandelt. Im Generator wird ein Magnetfeld relativ zu einem elektrischen Leiter (Spule) bewegt, dadurch entsteht in der Spule ein elektrischer Strom. Dieser fließt durch Leitung zu den Verbrauchern und kann dort relativ verlustfrei in jede andere Energieform umgewandelt werden..

2) Ist die Energie, die man zum Erhitzen des Wassers aus Siedetemperatur benötigt, nicht verloren?

- nach Ts-Diagramm bringt gerade dieser steile Anstieg den höchsten Gewinn an Temperatur ohne große Zunahme der Entropie. Vergleicht man z.B. die Erwärmung bei einer Zwischenüberhitzung, die ja auf einer Isobaren in der Gasphase stattfindet, ist der Anstieg der Entropie deutlich größer, d.h. es muss vergleichsweise mehr Abwärme abgeführt werden.

3) Warum muss der Wasserdampf kondensiert werden?

- man kann den Wasserdampf zwar weiter ausnutzen (→ Zwischenüberhitzung), kommt dann aber in den Bereich immer kleinere Drücke, wo relativ viel Abwärme abgeführt werden muss
- auch Frischwasser ist möglich → Wasserverbrauch (Atomgetriebene U-Boote)
- $W = \int p \, dV$: Die Arbeit, um ein Fluid von Druck a nach b zu pumpen, hängt von der Volumenänderung ab. Flüssiges Wasser braucht dazu wenig Energie, aber bei Wasserdampf bräute man dieselbe Energie, die man eben in der Turbine gewonnen hat. Sonst wäre es auch nicht sinnvoll, hinter der Turbine einen Unterdruck zu erzeugen

4) Schematische Darstellung des Wärmekraftwerkes reicht aus.

[Dubbel 13 II] S.460ff

[Dubbel 20] S.D17ff und L18ff

Heizkessel, Verluste ergänzen

Beim Organic Rankine Cycle werden Dampfturbinen mit anderen Medien betrieben als Wasser. Anwendung z.B. bei niedrigem Temperaturgefälle, z.B. Geothermie

Kühlmittel 134a: [Dubbel 20] D40, TabBKfz

[Bosch 26]: Kühlmittel ab 2011

[Baehr 1973]: S.307ff: T,s-Diagramm

Expansionsventil → Wegwerffeuerzeug

mot 11/2009, 12/2008, 9/2001: CO₂ als Kältemittel

Sorptionenkältemaschinen nutzen wie Kompressionskältemaschinen den Phasenwechsel eines Kältemittels. Der Phasenwechsel wird unterstützt durch die Sorption des Kältemittels (z.B. Wasser) in einem feinporeigen Feststoff (Aktiv-Kohle, Zeolithe, Silikagel). Das kann bei niedrigen, aber konstantem Druck (kein mechanischer Antrieb, geschlossener Behälter) funktionieren, Adsorption und Desorption wird dann nur durch die Änderung der Temperatur des Sorptionsmittels gesteuert (diskontinuierlich).

Beispiel: Sonnenstrahlen desorbieren und Verdampfen das Kühlmittel, auf der Kondensatorseite wird Wärme entzogen und gekühlt.

Funktionieren scheinbar so ähnlich wie Sorptionskältemaschinen, allerdings nicht mit einem festen Lösemittel, sondern einem flüssigen, z.B. Wasser als Kältemittel und Schwefelsäure als Sorptionsmittel. Das flüssige Mittel kann gepumpt werden und ermöglicht einen kontinuierlichen Prozess.

GWP = Global Warming Potential

R134a Tetrafluormethan

- GWP 1430
- Treibgas in Asthmasprays
- Ätzgas für Wafer (geben Fluor ab)

R134a ersetzt FCKW, das die Ozonschicht zerstört, und wurde in allen Pkw-Klimaanlagen verwendet. Da es aber eine starke Treibhauswirkung hat, dürfen Pkw-Klimaanlagen mit GWP>150 (R134a) ab 2011 nicht mehr in Pkw-Neukonstruktionen und ab 2017 gar nicht mehr verkauft werden. Als Nachfolger wurden zunächst Propan oder CO₂ geplant, aber 2011 schwenkten die Automobilhersteller kurzfristig um auch R1234yf, für das die Klimaanlagen nicht so stark verändert werden müssen. CO₂-Anlagen arbeiten bei höheren Drücken.

R1234yf Tetrafluormethan, FKW

- GWP: 4
- bildet ab 405°C hochgiftige Fluorwasserstoffe
- Nachdem als Nachfolger für R134 zunächst R744 (CO₂) geplant war, schwenkten die Automobilhersteller 2011 kurzfristig auf R1234yf um, weil dafür die Modifikationen an den Klimaanlagen und damit die Kosten geringer sind. Nachteilig ist, dass bei Fahrzeugbränden giftige Gase entstehen können. Ca. 2012 hat Mercedes die Reißleine gezogen, nicht auf R1234yf umgestellt und damit gegen zwingende EU-Vorschriften verstoßen. Nach anfänglichen Problemen mit Exporten nach Frankreich wird diese Haltung momentan geduldet, der weitere Verlauf ist offen (2014).

Problem der Fälschung: Bereits für R134a waren gefährliche Fälschungen auf dem Markt. Beim 5x teureren R1234yf ist das noch stärker zu erwarten.

Butan

Gegenüberstellung der Wärmekraftmaschinen von Papin, Newcomen und Watt → Thermodynamik I - TU München – Sandner.pdf



Energieformen

Chemische Energie (Verbrennung)

Verbrennung ist eine exotherme Reaktionen, d.h. sie setzt Energie E frei.

Kohle: $C + O_2 \rightarrow CO_2 + \Delta E$

Öl, Gas: $C_xH_y + (x+y/2) O_2 \rightarrow x CO_2 + y/2 H_2O + \Delta E$

Formeln

Für Feststoffe:

$$Q = H_i \cdot m$$

Für Gase

$$Q = H_i \cdot V$$

Q: Wärmemenge [J = Nm = Ws; kWh]

Hi: Heizwert [J/kg bzw. J/m³]

m: Masse [kg]

V: Volumen [m³]

Brennwert ↔ Heizwert

- Heizwert = freigesetzte Wärmemenge die bei vollständiger Verbrennung freigesetzt wird
- Brennwert = Wärmemenge (einschl. Verdampfungenergie des Wasserdampfes)

Wirkungsgrad von Brennwertkesseln > 100%

Man hat den Wirkungsgrad von Heizkessel ua. ursprünglich auf den Heizwert angegeben, da man nur diese Energie bekam. Als man die Verdampfungenergie des Wassers nutzen konnte, stiegen die (technischen) Wirkungsgrade über 100%

1) Woher kommt chemische Energie? Wie kann Kohle Energie enthalten?

[Christen] Je kleiner die Bindungsenergie einer Bindung ist, umso leichter lässt sich die Bindung in Einzelatome trennen. Chemische Verbindungen haben unterschiedliche Bindungsenergien. Verbindungen mit großer Bindungsenergie benötigen viel Energie, um sie aufzuknacken, z.B. Gewinnung von Al aus Al_2O_3 . Umgekehrt setzen sie viel Energie frei, zB Thermit (geschützter Handelsname): $Eisen(III)\text{-Oxid } Fe_2O_3 + 2 Al \rightarrow 2 Fe + Al_2O_3$ + sehr viel Wärme freigesetzt → Schweißen von Schienenstößen, Abriss von Stahlkonstruktionen, militärische Anwendungen.

[EuroTabM47] → „Periodensystem“

1) Wie viel CO₂ entsteht bei der Verbrennung von Kohle, Erdgas, Öl

2) Warum nennt man Erdgas umweltfreundlich?

Erdgas besteht aus kurzen Kohlenwasserstoffketten und haben deshalb einen hohen Anteil an Wasserstoff → bei gleicher freigesetzter Wärme entsteht weniger CO₂, stattdessen H₂O

[EuroTabM47] → „Heizwerte“, enthält eine Definition von Heiz- und Brennwert und eine Tabelle von Heizwerten

→ Bosch26 S.320

1) Wie gibt man den Gehalt chemischer Energie eines Stoffes technisch an?

2) Warum kann ein Brennwertkessel mehr als 100% Wirkungsgrad erreichen.

Die Wärme aus Abgasen nutzen (OV 09.06.2018)

Brennwerttechnik ist eine effiziente Heizmethode: Sie schont nicht nur die fossilen Ressourcen, sondern sie holt aus dem Brennstoff das Letzte heraus.

Brennwertheizungen gelten als effizient, weil sie zusätzlich zur Energie des Brennstoffs die in den Abgasen enthaltene Wärme nutzen. Viele Hausbesitzer, die bei derselben Energiequelle bleiben wollen, ersetzen deshalb ihre älteren Öl- oder Gasheizungen durch Brennwerttechnik. Der Vorteil: Die notwendige Infrastruktur ist bereits vorhanden.

Wie funktioniert die Brennwerttechnologie?

Anders als beim herkömmlichen Heizkessel, aus dem der heiße Wasserdampf ungenutzt durch den Schornstein entweicht, werden bei der Brennwerttechnik die Abgase so weit abgekühlt, dass der darin enthaltene Wasserdampf teilweise zu flüssigem Wasser kondensiert. So kann die Energie, die im Dampf enthalten ist, zur Raumheizung genutzt werden. „Es kommt darauf an, dass die Rücklauftemperatur des Heizwassers möglichst gering ist“, erklärt Matthias Wagnitz vom Zentralverband Sanitär Heizung Klima. „Je kühler das Heizwasser, desto höher der Brennwerteffekt.“

Wie lässt sich die Rücklauftemperatur gering halten?

Die gewünschte Rücklauftemperatur kann nicht einfach an der Anlage eingestellt werden. Sie hängt mit der Vorlauftemperatur der Heizung zusammen, die möglichst gering gewählt werden muss. „Üblich sind 70 Grad Vorlauftemperatur für 50 Grad Rücklauftemperatur am kältesten Tag des Jahres“, so Wagnitz. Zu berücksichtigen sind zusätzlich noch Gegebenheiten im Haus wie der Dämmstandard und die Größe der Heizkörper.

Allerdings: In den Werkseinstellungen der Anlagen sind meist 75 Grad vorgegeben. „Damit wollen die Hersteller sicherstellen, dass niemand friert. Aber in neuen oder sanierten Gebäuden mit guter Dämmung kommt man gut mit zum Teil deutlich niedrigeren Vorlauftemperaturen aus“, so Wagnitz. „Und kann damit bis zu zehn Prozent Heizenergie sparen.“ Wichtig ist es also, dass die neue Heizung bei der Inbetriebnahme auf den eigenen Bedarf angepasst wird.

Braucht es bauliche Veränderungen beim Umstieg?

Wegen der niedrigen Abgastemperaturen, die bei der Brennwerttechnik entstehen, muss der Schornstein umgerüstet werden. „Die Abgase sind zu kühl, um aus eigener Kraft im Schornstein nach oben zu steigen“, erklärt Alexis Gula vom Bundesverband des Schornsteinfegerhandwerks. Die Durchmesser der alten Schornsteine sind zu groß, da sie einst für Heizungen mit Abgasen von 140 Grad und mehr ausgelegt wurden. Das heiße Gas wurde durch den Kamineffekt nach oben gezogen.

Heute hat das Abgas moderner Brennwertheizungen nur maximal 80 Grad. „Da reicht der Auftrieb nicht mehr aus, um bis ganz nach oben zu kommen“, so Wagnitz. Also muss es mit Hilfe eines Gebläses nach oben gepustet werden. „Und in den Schornstein wird eine neue Abgasleitung eingezogen, die einen wesentlich geringeren Querschnitt hat.“ Während ältere Schornsteine einen Innendurchmesser von 14 bis 20 Zentimetern hatten, genügt für moderne Heizungen in einem Einfamilienhaus laut Gula die Hälfte. Wie groß der Querschnitt der neuen Rohre sein muss, hängt aber auch vom verwendeten Brennstoff ab. Flüssige und gasförmige Brennstoffe brauchen sechs bis zehn Zentimeter.

Bild einer Kohlenwasserstoffkette

Bild des Fraktionierungsturm einer Erdölraffinerie

→ HJTabKfz

Brennstoffe

fluid:

KW-Ketten: kurz ↔ lang

gasförmig (Methan) .. dünnflüssig (Benzin) .. dickflüssig (Öl) .. zähflüssig (Schweröl, Teer, Masut)

fest:

Kohle verschiedener Qualitäten, Torf

nachwachsend: Holz

Lageenergie

$$E = m \cdot g \cdot h$$

Bewegungsenergie

$$E = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Masse

3) Wasserkraftwerke: Speicher, Laufwasser, Pumpspeicher



$$E = m \cdot c^2$$

c: Lichtgeschwindigkeit 300'000 km/s

Elektrische Energie

$$E = U \cdot I \cdot t$$

Lageenergie

$$Q = m \cdot g \cdot h$$

Lageenergie

$$Q = m \cdot g \cdot h$$

Allgemeines

Natur strebt zum niedrigsten Energieniveau

→ exotherme Reaktion laufen „tendenziell freiwillig“
(Startenergie erforderlich, z.B. durch Anzünden)

Begriff, mechanische Analogie ?



Wärmeübertragung (Heizkessel → Dampferzeuger)

Wärmeleitung

kinetische Gastheorie

- Wärmeenergie ist die Bewegungsenergie der Teilchen
- Teilchen übertragen Energie durch Stöße oder Schwingungen ohne selbst transportiert zu werden
- Im Durchschnitt wird das Energiereiche gebremst und das Energiearme beschleunigt →
- Wärmeenergie fließt immer vom warmen ins kalte

Einzelne schnelle Teilchen können durchaus noch schneller werden. Das ist der Mechanismus, mit dem sich einzelne schnelle Wassermoleküle auch bei RT aus der Flüssigkeit zu Gas verdunsten können. Da sie überdurchschnittlich viel Wärmeenergie mitnehmen, wird der Rest der Flüssigkeit kühler. Aber bei der großen Menge von Molekülen setzt sich immer der Durchschnitt durch → 2.HS der Thermodynamik.

Berechnung von Wärmeströmen

wie elektrischer Strom..

[EuroTabM47] S.53 → „Strom ..“

6) Berechnung Ohmscher Widerstand, Strom I aus U und R, Reihenschaltung R1 und R2, Parallelschaltung R1 und R2?

Leiterwiderstand R [Ω] aus spez. elektr. Widerstand ρ [Ω·mm²/m]; elektr. Leitfähigkeit γ m/[Ω·mm²]; Leiterquerschnitt A [mm²]; Leiterlänge l [m];

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A} = \frac{l}{\gamma \cdot A} \quad \text{mit} \quad \rho = \frac{1}{\gamma}$$

Stromstärke I [A] aus elektr. Spannung U [V]; elektr. Widerstand R [Ω]; dann aus Spannung U [V]; elektr. Leitfähigkeit γ m/[Ω·mm²]; Leiterquerschnitt A [mm²]; Leiterlänge l [m]

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U \cdot A}{\rho \cdot l} = \frac{U \cdot \gamma \cdot A}{l}$$

- 1) Wohin geht die chemische Energie der Verbrennung?
- 2) Wie kommt die Wärme vom Feuer ins Speisewasser?
- 3) Wie wird Wärme übertragen?

Statistische Gastheorie

- Wärmeenergie ist Bewegungsenergie der Teilchen
- Je größer die durchschnittliche kinetische Energie der Teilchen ihre, desto höher ist die Temperatur.
- Durch Stöße wird übertragen: Temperatur, Wärmeenergie und Druck einschließlich Schallwellen
- In Festkörpern schwingen Atome auf den Gitterplätzen und übertragen die Schwingungen durch Kräfte zwischen den Atomen
- In Metallen leiten Elektronen einen großen Teil der Wärme

Vertiefung

4)) Wie schnell ist ein H₂-Molekül bei RT?

[EuroTabM47] S.52 → „Wärmestrom, Heizwerte“

5) Eine Wohnung hat eine Außenfläche von 30 m², Innentemperatur 20°C, Außentemperatur 0°C, Wand aus 25 cm Beton. Wie viel Wärme wird übertragen?

[EuroTabM47] S.52 → „Wärmestrom, Heizwerte“

7) Berechnung Wärmeübergangswiderstand (Begriff?), Wärmestrom Q Punkt aus Delta T und R, Reihenschaltung R1 und R2 (Wand und zusätzlich aufgetragene Dämmschicht), Parallelschaltung R1 und R2 (Fenster in der Wand)?

Wärmestrom Φ ([Tipler 1995] verwendet I, [W]) aus Wärmeleitfähigkeit λ [W / (m K)]; Fläche des Bauteils A [m²]; Temperaturdifferenz ΔT, (Δθ, TaB: Δt) [K]; Wärmedurchgangskoeffizient k [W / (m² cdot °C)]

$$\Phi = \frac{\lambda \cdot A \cdot \Delta \theta}{s} = k \cdot A \cdot \Delta t$$

Wärmestrom Φ [W] ↔ Stromstärke I [A] : es fließen Wärmeenergie bzw Elektronen

Temperaturdifferenz ΔT [K] ↔ elektr. Spannung U [V] : es drücken ..

Wärmeleitfähigkeit λ [W / (m K)] ↔ elektr. Leitfähigkeit γ m/[Ω·mm²]

Fläche des Bauteils A [m²] ↔ Leiterquerschnitt A [mm²]

Wärmedurchgangskoeffizient k [W / (m² cdot °C)] = λ / s wird verwendet, wenn die Dicke bei der Berechnung keine Rolle spielt. Z.B. Dämmplatten mit gegebener Dicke werden mit k-Wert angegeben. Für Dämmstoffe ist lambda sinnvoller.



Wärmekonvektion

Wärme wird mit einem Stoff transportiert

Konvektion

= Transport in einem Materialstrom
z.B. Wärme in strömender Luft

thermische / freie / natürlich Konvektion

= Materialstrom wird durch Temperaturdifferenz erzeugt
z.B. Luft steigt an der Heizung auf und fällt an der ggü-liegenden Wand ab

Wärmestrahlung

auch: Temperaturstrahlung (→ [Cerbe 2008])

Jeder Körper genügender Größe strahlt elektromagnetische Wellen ab, deren Intensität (=Menge je m^2) und Verteilung nur abhängt von seiner

- Temperatur. Heiße Körper strahlen
 - mehr Leistung (=Energie pro Zeit) (ein nackter Mensch gibt über 100 W ab)
 - kürzere Wellenlängen (ab ca. 600°C im sichtbaren Bereich → Glühfarben → Farbtemperatur beim Fotografieren)
- Oberflächenstruktur
schwarze Körper strahlen die max. Menge (Emissionsgrad $\epsilon = 1$), andere weniger ($0 < \epsilon < 1$)
Beton: $\epsilon = 0,94$; Gold poliert: $\epsilon = 0,0018$;

Alle Körper können genausoviel Strahlung aufnehmen wie abgeben (Emissionsgrad ϵ = Absorptionsgrad α)

Sonst würden sie in einem isolierten Raum unterschiedliche Temperaturen annehmen.

FO B8.6 aus [Cerbe 2008] S.380

FO B8.7 aus [Cerbe 2008] S.382

FO T8.6 aus [Cerbe 2008] S.383

Golfstrom: Abgekühltes und durch Verdunstung salzreiches und schweres Wasser sinkt im Nordatlantik ab und strömt in der Tiefe Richtung Südatlantik. An der Oberfläche zieht das Wasser aus anderen Gegenden an, hier warmes Wasser aus dem Golf von Mexiko an. Der Golfstrom ist Teil eines globalen Strömungssystems und auch von Winden, Corioliskraft usw. beeinflusst.

Zigarettenrauch, Teebeutelrakete (wenn man einen leeren Teebeutel oder ein anderes Stück Papier anzündet, wird es mit dem Wärmeluftstrom mitgezogen, sobald es leicht genug ist.)

1) Wie kommt die Wärme von der Sonne zur Erde?

[Cerbe 2008] S.380: Es gibt verschiedene Arten, Strahlung zu erzeugen, zB. Röntgenstrahlung durch schnelle Elektronen. „Bei .. Temperaturstrahlung wandelt sich die innere Energie des strahlenden Körpers in viele kleine ausgesandte Energiebeträge um. Zwar können die Bewegung und die Lage eines einzelnen dieser Photonen nicht angegeben werden, das Verhalten einer großen Anzahl aber als elektromagnetische Welle beschrieben werden.“

Verteilungskurve, die den sichtbaren Bereich verdeutlicht ([Cerbe 2008] S.382) und im fotografischen Bereich → ([Tipler 1995] S.551). → Wikipedia-Wärmestrahlung Tabellen für Emissionsgrade / Emissionskoeffizienten [Cerbe 2008] S.383, → [Hering 1992] S.214, [Tipler 1995] S.551)

Ursache der Strahlung

Beispiele: Temperaturmessung an der Oberfläche, Ohrthermometer

Augenscheinlich schwarze Oberflächen absorbieren jede sichtbare Strahlung (und geben sie wieder ab); vgl. raue Oberfläche bei schallschluckenden Elementen. Mit schwarzer Strahler ist hier das ganze elektromagnetische Spektrum gemeint. In der Messtechnik werden sie durch Hohlräume mit einer kleinen Öffnung realisiert. Der Emissionsgrad kann abhängig von der Wellenlänge sein. Menschliche Haut ist bei langen Wellenlängen ein guter schwarzer Strahler.

2) Ein unbekleideter Mensch strahlt ca 110 W ab. Wie viel kcal müsste er täglich aufnehmen, um dies auszugleichen?

– $W = 110W \times 24h = 2,6 \text{ kWh}$

Zusammenfassung [Cerbe 2008] S.380ff: Wärmestrahlung entsteht durch innere Energie, die sich in Strahlung umwandelt. Menge und Verteilung der Strahlung ist von der Temperatur abhängig (→ Grafik). Die Strahlungsleistung steigt mit der 4ten Potenz der Temperatur, das Strahlungsmaximum wandert mit steigender Temperatur in Richtung kürzerer Wellenlängen. Bei etwa 600°C erreicht die Strahlung den sichtbaren Bereich (Wellenlänge $\lambda = 350 \dots 750 \text{ nm}$) und wird dann immer heller. Die Sonne hat eine Oberflächentemperatur von ca 5700K, daher die Farbtemperatur für Tageslicht. Wärmestrahlung deckt nicht das ganze Spektrum elektromagnetischer Strahlung ab, sondern liegt zum größten Teil im Bereich. $\lambda = 0,35 \dots 10 \mu\text{m}$. Z.B. fallen nicht darunter Röntgen- und UV-Strahlen und keine elektrische Wellen. < [Cerbe 2008]>

Für die Strahlungsleistung Φ [W] gilt: $\Phi = \epsilon \cdot A \cdot \sigma \cdot T^4$

ϵ : Emissionsgrad [$0 \leq \epsilon \leq 1$], abh. von der Oberfläche. $\epsilon = 1$ heißt schwarzer Strahler

A: Fläche der Oberfläche [m^2]

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K}^4)$ Stefan – Boltzmann – Konstante

T: Temperatur [K]

Den Zusammenhang zwischen Strahlungsmaximum (Farbe) und Temperatur berechnet man mit dem Wien'schen Verschiebungsgesetz, die Verteilung der Strahlung mit dem Planck'strahlungsgesetz.

[EuroTabM47] S.120 → „Wärmeleitwerte“

1) Welche Stoffe haben die geringste Wärmeleitfähigkeit? → Gase

- Gase, z.B. Luft
- Vakuum, z.B. Thermoskannen

2) Wie hindert man sie an der Strömung über große Entfernungen?

- Man gibt ihnen keinen Weg, zB. durch Einpacken zwischen Haare oder Federn, in Polystyrol, Steinwolle,

3) Was tut man gegen Strahlung?

- Oberflächen mit kleinem Emissionsgrad: Thermoskanne ist innen verspiegelt; Wärmeschutzfolie im Erste-Hilfe-Kasten mit Silber oder Gold bedampft.

Energie_TA_Wärmeübertragung.odt

Seitenumbruch

Wärmeisolierung

Gegen Wärmeleitung: Gase

Gegen Konvektion: Gase in kleinsten Räumen, zB.

Schaum, Mehrfachverglasung

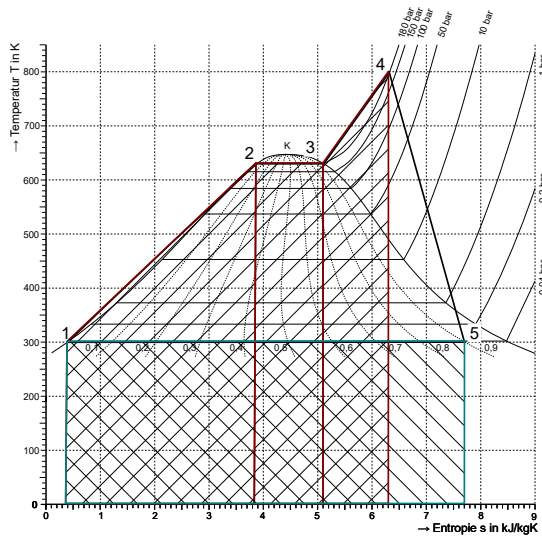
Gegen Strahlung: Oberfläche mit kleinem Emissionsgrad, zB Gold mit $\epsilon = 0,07$;



Dampfprozess (theoretisch)

T,s-Diagramm

links flüssig, rechts gasförmig, dazwischen Übergang mit Perzentilen des Gasanteiles
Über dem kritischen Punkt ändert sich die Dichte kontinuierlich mit der Temperatur (kein Dichtesprung), deshalb kann man Gas von Flüssigkeit nicht abgrenzen.
Festes Wasser spielt keine Rolle und wird nicht betrachtet (links neben flüssig)



- 1: Speisewasserpumpe → 180 bar
- 1 – 2: Wasser wird erhitzt, bleibt wg. Druck flüssig
- 2 – 3: Wasser verdampft bei konstanter Temperatur
- 3 – 4: Wasserdampf wird weiter erhitzt
(überhitzt bei konstantem Druck)

Höhere Temperatur steigert den Carnot'schen Wirkungsgrad, ist aber nach oben durch die Werkstoffe begrenzt. Üblich sind ca. 550 – 600°C.

- 4 – 5: Wasserdampf gibt in Turbine mech. Energie ab
ca. 10% des Wasserdampfes kondensiert
- 5 – 1: Wärmeabfuhr → Wasser kondensiert

Zwischenüberhitzung

Zweck:

- Wassergehalt in der Turbine verringern
- Therm. Wirkungsgrad erhöhen (nur bei Z. mit hohen Temperaturen)

Vorgang

- Expansion wird vor der Taulinie unterbrochen und Dampf nochmals erhitzt

Wärme im T,s-Diagramm

Wärmeänderungen berechnet mit

$$q = T \cdot \Delta s$$

$$q: \text{spezifisch Wärmeänderung} \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

spezifisch = auf die Masse bezogen

T: Temperatur in [K]

$$s: \text{Entropie} \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right]$$

Gilt nur für reversible Prozesse !

= Entropie wird durch Temperaturänderung geändert.

Gilt nicht in der Turbine (4 – 5), weil dort

- keine Wärme zu- bzw. abgeführt wird
- Temperatur sinkt wegen Abgabe von Arbeit
- die Entropie steigt durch mechanische Verwirbelung

Vertiefung

Dampferzeugung

1) Hier ist das pV-Diagramm nicht geeignet, da bei Dampfprozessen das Medium den Aggregatzustand wechselt.

2) Wasserdampfprozess wird im T,s-Diagramm dargestellt.

Ähnelt einer Projektion des pV-Diagrammen
t,s-Diagramm: [GrundwissenIng8] S.663:

HP 1999/03 Wärmekraftwerk

FO, AB T,s-Diagramm von Wasserdampf

Moderne Kraftwerke fahren überkritisch bei 700°C → [VDI] 23/2010

1) Der ganze Wasserkreislauf ist abgeschlossen und steht zwischen Pumpe und Turbine unter einem konstanten Druck von typisch ca. 180 bar. (abgesehen von Drosselverlusten). Bei kontinuierlichen Prozessen ist dies nicht anders möglich. Nur bei diskontinuierlichen Prozessen (Dampfkochtopf), kann der Druck durch Temperatursteigerung erhöht werden. 1-2) Tatsächlich verläuft die Kurve etwas über der Siedelinie, weil der Druck steigt, bevor die Temperatur bis an die Siedelinie gefahren wird. (siehe pV-Diagramm bei höherem Druck)

2-3) Je mehr Wärme zugeführt wird, desto mehr Wasser verdampft (Erinnerung an Haltepunkte von Abkühlungskurven)

3-4) Die Überhitzung trocknet den Nassdampf.

Warum leistet heißer Dampf mehr Arbeit als kalter Dampf mit demselben Druck? Druck heißt höhere Dichte, d.h. mehr Moleküle treffen auf den Kolben / die Schaufel. Temperatur heißt schnellere Moleküle, d.h., sie übertragen mehr Impuls.

Hochwärmefeste Werkstoffe ermöglichen zwar höhere Temperaturen mit höheren Wirkungsgraden, sind aber sehr teuer und werden gerne eingespart (mit mehr Kohle und CO₂ ..).

4-5) In der Turbine findet kein Wärmeaustausch statt, die zusätzliche Entropie entsteht durch Reibung bzw. mechanische Verwirbelung (nicht reversibler Prozess). Deshalb darf die Fläche 4-5-e-d nicht bei der Berechnung der Energiebilanz berücksichtigt werden. Dagegen muss die ganze Fläche 1-5-e-a unter 300K berücksichtigt werden, da auch die mechanisch erzeugte Entropie durch Kühlung abgeführt werden muss.

[Baehr 1973] S.389: Maßnahmen zur Verbesserung des Wirkungsgrades siehe: Der Wassergehalt im Dampf sollte größer werden, um die Energie des Wasserdampfes besser auszunutzen (weniger Anergie unter der 300K-Linie), aber hoher Wassergehalt schädigt die Turbinenschaufeln.

Aus der Turbine tritt das Wasser mit ca. 30°C aus. Damit es bei dieser Temperatur gasförmig bleibt, wird hinter der Turbine ein Unterdruck von ca. 0,04 bar (absolut) erzeugt. Man würde die Temperatur gerne senken, aber dann kann der Abdampf nicht mehr gegen die Umwelt abgekühlt werden.

5-1) Die nicht nutzbare Anergie muss durch Kühlung abgeführt werden. Dabei wird die Entropie nicht weniger, wird aber aus dem Wasserdampf an die Umwelt abgegeben.

Moderne Kraftwerke können überkritisch fahren, d.h. über 221 bar (LFB EnBw 01/2010).

Verlauf einer überkritischen Erhitzung → [Baehr 1973] S.186, S.380ff

Kritischer Punkt bei T = 374,2°C = 647,4 K und p = 22 120 Pa = 221 bar. Überkritisches Wasser ist chem. aggressiv, man versucht, schwer abbaubare Chemikalien (Dioxine usw.) damit zu spalten. Da es überkritisch keinen Dichteunterschied in Kesseln gibt, benötigen sie einen Zwangsumlauf. [Wiki Wasserdampf]

Energie_TA_Dampfprozesse.odt

[Cerbe 2008] S. 253f: „Bei einer Expansion auf sehr niedrige Drücke wird häufig im Nassdampfgebiet ein Zustandsbereich mit zu hohem Wassergehalt im Dampf erreicht. Dieser Zustandsbereich kann vermieden werden, wenn die Expansion oberhalb der Taulinie unterbrochen und der Dampf .. in einen Überhitzer geführt wird. .. Bei weniger hohen Zwischenüberhitzungstemperaturen fällt der thermische Wirkungsgrad, er steigt dagegen bei hohen Temperaturen.“

Darstellung im Ts-Diagramm

Warum kann Wasserdampf nach einer Teilerhitzung von 180bar / 800K nur auf 50 bar / 800 K zwischenüberhitzt werden und nicht wieder auf 180 bar? Wie hängt dies mit der Entropie zusammen? Erklärung (?): Die Fläche unter der Zwischenüberhitzung markiert nicht den Energieinhalt, sondern den Energiebedarf, um von T1 auf T2 zu erwärmen.

3) Im pV-Diagramm wurde die Wärme über die Zustände mit unterschiedlichen Formeln abhängig von der Art der Zustandsänderung ermittelt. Dies ist im Ts-Diagramm einfacher, da es nur eine Formel gibt.

HP 1999/2000-3 Wärmekraftwerk

Eintragen im T,s-Diagramm

Aufg. 3.1: q_{zu} , q_{ab}

Aufg. 3.2: w_{nutz} , η_{therm}

Energie_TA_Dampfprozesse_theoretisch.odt



Naphthalin-Versuch, Abkühlungskurven, Kristallisationsenergie und Phasenumwandlung,

1) Naphthalin-Versuch

AB Zweistofflegierung

FO Abkühlungskurve von Eisen

FO Dilatometerkurve von Eisen

[EuroTabM47] S.52 → „SchmelzwärmeWärmestrom, Heizwerte“

2) Energiebedarf beim Erhitzen, Schmelzen und Verdampfen berechnen

$c_v \leftrightarrow c_p$

3) TabB Wärmekapazität: Unterschied $c_v \leftrightarrow c_p$ bei Gasen

c_v im Dampfkochtopf, c_p im Kraftwerk

4) Welche Temperatur muss Wasser haben, dass es Eis schmelzen kann?

Beim Verdampfen und Überhitzen vergrößert Wasser sein Volumen

pVT-Diagramm von Wasser, Wasserdampf tabel Gasgesetz $pV = nRT$, Ableitungen

Ts-Diagramm von Wasser, Dampfprozess im Kraftwerk zeigen und Klimaanlage, Berechnungen zeigen,

5) Abkühlungskurven finden bei konstantem Druck statt, das Volumen wird nicht berücksichtigt. Real: pVT-Diagramm

Entropie mit Film von Martin Buchholz:

Beim Erwärmen, Verdampfen und Überhitzen wird Entropie zwangsläufig zugeführt, ebenso durch Verwirbelung in der Turbine (realer Prozess). Diese Entropie muss über die Wärme abgeführt werden.

Ideale Prozesse: Entropie bleibt konstant

Reale Prozesse (Reibung, Verwirbelung...): Entropie steigt

statistische Gastheorie: Überströmversuch

Würde man Gas ins unendliche Vakuum strömen lassen (z.B. Weltall mit 0K), könnte man die innere Energie vollständig in mechanische Energie umwandeln (Carnot-Wirkungsgrad mit Temperatursenke bei 0K)

Fragen

Welcher Unterschied besteht zwischen der Wärme im Heizkessel ggü. der Wärme im Dampf? Warum kann die eine Arbeit verrichten?

Energie_TA_Dampferzeugung.odt

Turbine

[EuroTabM47] S.52 → „“

1)

2)

Energie_TA_Turbine.odt

Generator

[EuroTabM47] S.52 → „SchmelzwärmeWärmestrom, Heizwerte“

1)

2)

Energie_TA_Generator.odt
Seitenumbruch



Verluste

Vorbereitung der Kohle (reinigen, mahlen, trocknen ..)
 Wärme → Abgase (Wärme), Wasserdampf (Verdampfungswärme), Asche, durch die Wand nach außen
 Wärmeübertragung

[EuroTabM47] S.52 → „SchmelzwärmeWärmestrom, Heizwerte“

- 1) Welche Verluste treten bei der Stromerzeugung in Kohlekraftwerken auf?
- 2) Wohin geht die chemische Energie der Verbrennung? 3)

Typische Wirkungsgrade von Heizkesseln

Wirkungsgrad

beschreibt den nutzbaren Anteil der eingesetzten Energie (Leistung, Kraft ..) und ist die wichtigste Kenngröße der Energietechnik

$$\eta = \frac{P_{\text{Nutz}}}{P_{\text{zu}}}$$

Carnotwirkungsgrad

Wärme kann nicht vollständig in mechanische Arbeit umgewandelt werden.

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_{\text{min}}}{T_{\text{max}}}$$

- ungerichtete in gerichtete Bewegung
- ungerichtete Bewegung: Wärme mit Temperatur, Exergie, höhere Energie
- gerichtete Bewegung: mechanische Energie ohne Temperatur (Bernoulli, im Vergaser wird es kalt), Anergie, niedere Energie
- Wenn Druckluft entweicht, kühlt sie ab, weil sie gegen Atmosphäre Arbeit verrichten muss, verliert also Energie. Im Überstromversuch nicht..
- Im Ts-Diagramm muss Entropie mit Wärme abgeführt werden
- Die potentielle Energie von Wasser kann auch nicht vollständig ausgenutzt werden, sondern nur vom Oberwasser zum Unterwasser
- Carnot berechnete seinen Wirkungsgrad mit einem Kreisprozess aus zwei adiabten und zwei isothermen Zustandsänderungen. Was sagt das über Anergie aus?

Energie, Exergie

höhere und niedere Energieformen

Darstellung

Sankey-Diagramm

Energieflussdiagramm

Energie_TA_Wirkungsgrad.odt
 Seitenumbruch

Energie ↔ Leistung

Energie ↔ Leistung

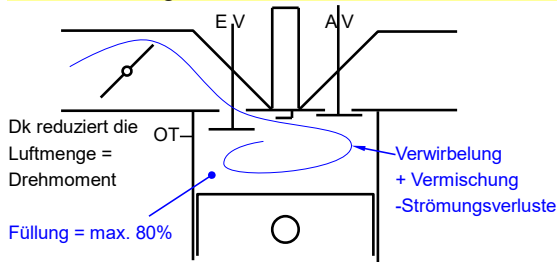
Energie	Leistung
Kohlehalde	Förderband mit Kohle
Druckkessel für Gas	Gasleitung
Warmwasserkessel	Warmwasserleitung
mechanisch: hoch gelegt (Lageenergie), gespannte Feder, Schwungmasse (längs, rotierende)	drehende Welle (überträgt Moment) Riemen, Ketten..
Akku, Kapazität	Leitung

Energie_TA_Energie-Leistung.odt
 Seitenumbruch

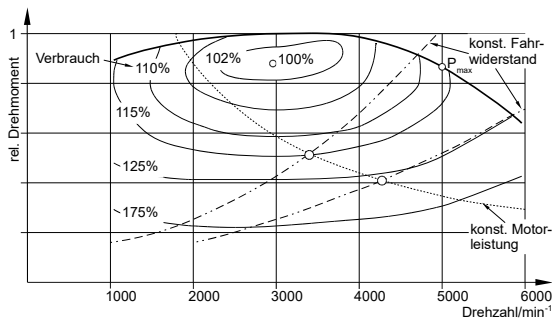


Drehmoment- und Leistungsverhalten eines 4-Takt- Ottomotors

Laststeuerung eines Ottomotors



Verbrauchskennfeld oder Muscheldiagramm



Fahrverhalten ohne Schalten

Fahrverhalten mit Schalten

Schlussfolgerungen

Notwendigkeit von Kupplung und Getriebe

Ottomotoren haben nur einen engen nutzbaren Drehzahlbereich. In Kfz benötigt man deshalb

- eine schaltbare Kupplung zum Anfahren und Anhalten
- und ein Wechsel-Getriebe (Drehmomentwandler), um den Geschwindigkeitsbereich zu erweitern.

elastischer Bereich

Zwischen M_{max} und P_{max} ist das Drehzahlverhalten eines Ottomotors stabil (elastischer Bereich).

- Nfz- und Pkw: maximales Drehmoment bei niedrigen Drehzahlen (komfortabler zu fahren)
- Sportwagen: maximales Drehmoment bei niedrigen Drehzahlen (höhere Leistung)

Vertiefung

FO QEII: Warum benötigt die QEII weder Anfahrkupplung noch Getriebe? Weil das Schiff einen Hybridantrieb hat, d.h. die Verbrennungsmotoren treiben nur Generatoren an, d.h. sie müssen nicht unter Last anfahren und arbeiten nur bei einer Drehzahl. Warum benötigen Mofa keine Getriebe? Weil sie mit geringem Geschwindigkeitsbereich arbeiten.

Aufgaben mechanischer Getriebe

- Drehmomentänderung
- Drehzahländerung
- Drehsinnänderung

Dazu können auch Antriebe gerechnet werden, die geradlinige in drehende Bewegung u.u. umwandeln: Kurbelschwingengetriebe, Ventilsteuern durch Nockenwelle, Pleuellager.

Zeitbedarf: ca. 90'

1) Vorgehensweise anhand

Verbrauchskennfeld_AB.

AM OH-Modell mit Ventilen

1) Wer arbeitet in einem Viertakt-Ottomotor?

KLG wird gezündet, verbrennt, wird heiß und will sich ausdehnen. Da die Ausdehnung behindert ist, entsteht Druck. Die Kraft, die auf den Kolben wirkt, wird vom Pleuellager in Motor-moment umgewandelt.

2) Von welcher Größe wird das abgegebene Moment bestimmt?

Bei gegebenem Motor kann das Drehmoment durch die Menge des KLG (Füllungsgrad) beeinflusst werden.

3) Wie kann man sie beeinflussen?

Der ungedrosselte und ungebremste Motor läuft mit maximaler Drehzahl ohne Abgabe von Drehmoment. Wenn er Drehmoment abgeben könnte, würde er seine Drehzahl steigern.

4) Welche Aufgabe hat die Dk?

Die Dk dient der Senkung / Steuerung der Füllmenge.

Quelle: [Bosch 21]

Der Mitteldruck ist der durchschnittliche Druck, der während des Arbeitstaktes auf den Pleuellager wirkt. Der effektive Mitteldruck ist um die Verluste bereinigt, enthält somit den mechanischen (?) Wirkungsgrad des Motors und ist ein Maß für das abgegebene Motormoment. Der relative Mitteldruck verzichtet auf absolute Werte (etwa 15bar?).

Die Drehzahl wird traditionell in U/min angegeben. Bei 3000/min (= 50Hz) dauert eine 1 KW-Umdrehung 0,02s, der Einlassstakt umfasst mehr als 180°KW und dauert knapp über 1/100s (für typisch 0,5l Frischgas). Deshalb erreichen Saugmotoren maximal 80% Liefergrad.

Die Füllung als Maß für das erreichbare Motormoment hängt von der Dk-Stellung (Isolinien) und der Drehzahl ab. Unter der LL-Drehzahl erzeugt der Motor nicht genügend Moment, um seine eigene Reibung zu überwinden, er stellt ab. Um die LL-Drehzahl herum läuft der Motor, gibt aber kein Moment ab. Bei steigender Drehzahl steigt das Moment, weil die Verhältnisse (Resonanz, Strömungsverhalten, Zündverzögerung, Steuerzeiten usw.) für die Energie-wandlung günstiger werden. Die Lage des maximalen Motormomentes wird konstruktiv beeinflusst, darüber sinkt das Drehmoment, vor allem wegen steigender Strömungsverluste.

Aufgabe in Partnerarbeit: Tragen Sie in das Diagramm ungefähr ein:

- eine Isolinie für die konstante Dk-Stellung bei etwa 50% Öffnung (Lsg: die Linie für maximales Drehmoment entspricht 100% Öffnung, 50% verläuft parallel darunter.
- eine Isolinie für konstante Motorleistung bei verschiedenen Drehzahlen. Lsg: $P = 2\pi Mn$.

- zwei Linien für Fahrwiderstand abhängig von der Drehzahl bei 2 verschiedenen Übersetzungen (Stufensprung 0,8). Lsg: der Fahrwiderstand steigt überproportional mit der Drehzahl an, weil der Luftwiderstand im Quadrat eingeht.

Aufgabe: Gegeben sei ein Kfz mit Tempomat, das auf ebener Strecke auf einen Berg zu-fährt. Der Tempomat regelt die Geschwindigkeit auf einen konstanten Wert. Der Fahrer geht nicht ein. Beschreiben Sie das Fahrverhalten anhand des Muscheldiagrammes, wenn der Tempomat nur auf die Dk wirkt und ein Schaltgetriebe vorliegt.

1. Kräftegleichgewicht auf dem Kfz ist gestört, es beschleunigt negativ
2. Drehzahl sinkt geringfügig, Tempomat öffnet Dk, bis das Fz beschleunigt oder VL erreicht ist.
3. Wenn VL erreicht ist, steigt bei sinkender Drehzahl das Drehmoment, bis die Kräfte auf dem Pkw im Gleichgewicht sind oder bis das maximale Drehmoment erreicht wird.
4. Wenn das maximale Drehmoment unterschritten ist, sinken Drehzahl und Drehmoment immer schneller, bis der Motor abwürgt (außer die Fahrwiderstandslinie schneidet sich mit der Momentenkurve).

5) Wie kann man das Abwürgen verhindern?

Herunterschalten: bei konstanter Leistungsabgabe steigt die Drehzahl und sinkt das notwendige Drehmoment. Dadurch erhält man eine Drehmomentreserve. Wenn nach dem Herunterschalten kein Moment mehr verfügbar ist, nützt Schalten nichts mehr.

Erinnerung: beim Erreichen der Steigung müssen wir zur Erhöhung des Drehmomentes zurückschalten, nicht zur Erhöhung der Fahrgeschwindigkeit!

Mofas kommen ohne Getriebe aus, da sie nur einen kleinen Drehzahlbereich benötigen. Fahrzeuge mit hydrodynamischem Drehmomentwandler benötigen weniger Gänge, weil durch die Drehmomentverstärkung des Wandlers der erste Gang eingespart werden kann. Dieselmotoren haben etwa einen waagerechten Drehmomentverlauf. Sie sind deshalb instabil und benötigen einen Drehzahlregler, wenn sie nicht nur äußere Umstände stabilisiert werden (z.B. Fahrwiderstandsverlauf beim Kfz).

Unter dem elastischen Bereich ist das Drehzahlverhalten eines Ottomotors instabil, weil bei jeder Erhöhung des Fahrwiderstandes und daraus bedingter Drehzahlverringern das Motormoment abfällt und die Drehzahl weiter verringert.

Über dem elastischen Bereich ist zwar das Drehzahlverhalten immer noch stabil, aber ausgereizt, weil auch Zurückschalten Drehmoment / Leistungsabgabe nicht mehr steigert.

FO Chanderli (Dampflokomotive): Warum benötigt das Chanderli weder Anfahrkupplung noch Getriebe? Weil eine Dampfmaschine schon bei Drehzahl 0 ihr höchstes Moment abgibt und weil sie einen sehr hohen Drehzahlbereich hat.

FO Träml (Straßenbahn): Warum benötigen Träml weder Anfahrkupplung noch Getriebe? Weil einige Typen von E-Motoren (Gleichstrom-?) Asynchronmotoren (Käfigläufer) bereits bei niedrigen Drehzahlen hohe Momente erreichen und einen weiten Drehzahlbereich haben. Warum benötigen Kinder keine Schaltung am Fahrrad, aber Rad-Profis? Um den engen Geschwindigkeitsbereich des Muskels durch Drehmomentwandlung zu erhöhen.

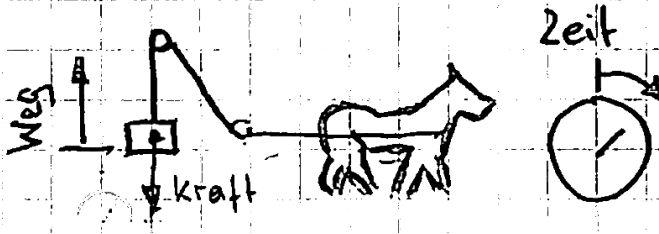
Aufgaben von Kupplungen

Verbindung von Wellen; Unterbrechung des Drehmomentes, z.B. im Kfz zum Schalten; Drehzahlgleichung z.B. zum Anfahren mit dem Kfz, auch zum Bremsen!; Überlastschutz, z.B. bei Seilwinden oder NC-Maschinen für den Kollisionsfall; Dämpfung von Schwingungen und Stößen, z.B. Förderanlagen; Ausgleich von Wellenversetzungen, z.B. Gelenkwelle, Kardanwelle, Topfgelenk, Kreuzgelenkwelle usw.



PS und kW

Leistungsmessung nach James Watt



1) Was ist PS? Wie wird es gemessen? Warum wurde es eingeführt?
Praxistaugliche (athmosphärische) Dampfmaschinen (nach Newcomen) wurden ab 1712 eingesetzt, um Bergwerke zu entwässern. Wegen ihres niedrigen Wirkungsgrads von ca. 1% waren weiterhin und überwiegend andere Antriebe in Gebrauch, z.B. Pferde u.a..
Um 1765 hat James Watt begonnen, Newcomens Dampfmaschine entscheidend zu verbessern. Um seine Maschinen zu vermarkten, benötigte er eine Vergleichsgröße für ihre Leistungsfähigkeit. Dazu verwendete er einen Maßstab, den seine Kunden kannten: Pferde.

Versuchsanordnung für eine Pferdestärke

2) Welche Größen muss man messen, um einen Vergleich zu haben

Gewicht, Weg (= Höhenänderung des Gewichtes), Zeit

1 PS = 75 kg in 1 s um 1 m anheben →

$$1 \text{ PS} = \frac{m \cdot g \cdot h}{s} = \frac{75 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 736 \text{ W}$$

3) Wie ermittelt man daraus die Leistung? Wird die Leistung größer bei mehr Kraft, mehr Weg, mehr Zeit?

$$\text{Leistung} = \frac{\text{Kraft} \cdot \text{Weg}}{\text{Zeit}}$$

1) Was kann man tun, wenn die Last für ein Pferd zu schwer ist und mehr Pferde oder ein Getriebe zu teuer sein? → Göpel

Zeichnung FO Agricola S.138, Zeichnung FO Agricola S.168

Ein Göpel ist eine Maschine zur Nutzung von Muskelkraft. Vgl. südbadisch: Göppel (=altes Fahrrad) wird ebenfalls mit Muskelkraft betrieben.

2) Wie kann man die Zugkraft verändern? Auf welche Kosten?

Größerer Hebelarm erhöht die Kraft am Seil, senkt aber die Geschwindigkeit u.u.

3) Welche Größen bringt das Pferd auf?

Kraft F, Geschwindigkeit v, Leistung P in Längsbewegung.

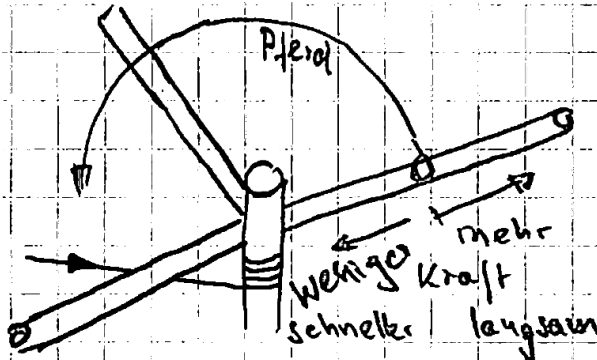
$$\text{Leistung} = \text{Kraft} \cdot \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}} = \text{Kraft} \cdot \text{Geschwindigkeit}$$

4) Ein Verbrennungsmotor macht keine Längsbewegung, sondern die Kurbelwelle dreht sich wie die Göpelwelle im Kreis. Welche Größen wirken an der Göpelwelle

(Dreh-)Moment M, Drehzahl n, Leistung P in Drehbewegung.

$$\text{Leistung} = 2 \pi \cdot \text{Moment} \cdot \text{Drehzahl}$$

Göpelantrieb

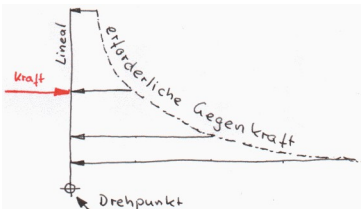


Drehmoment und Leistung bei Verbrennungsmotoren

Man gibt an,

bei Geradeausbewegung

z.B. Zugmaschine, Seilwinde, Bremskolben



Kraft ist am Rad nicht einheitlich, deshalb:

bei Drehbewegung

z.B. Motor, Antriebswelle

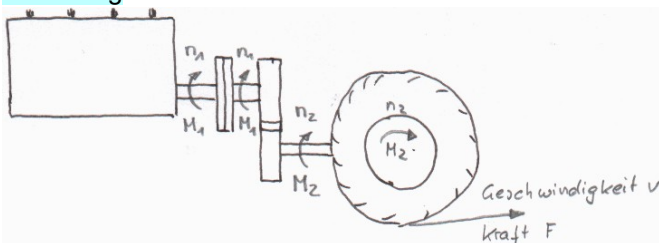
Getriebe

In einem Getriebe können Drehmoment und Drehzahl gegeneinander eingetauscht werden, z.B. bergauf braucht man Drehmoment, muss zurück schalten und verliert Drehzahl

bergab braucht man weniger Drehmoment, kann hoch schalten und gewinnt Drehzahl

Schalten muss man wegen des Drehmomentes Doppeltes Drehmoment ⇒ halbe Drehzahl u.u. Antriebsstrang

Vertiefung



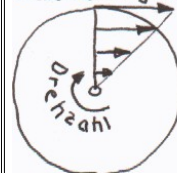
Überleitung zum Motor

wie stark etwas ist,

Kraft F

Einheit: N (Newton)

Geschwindigkeit



Geschwindigkeit ist am Rad nicht einheitlich, deshalb.

Drehmoment M

Einheit: Nm (Newtonmeter)

1) Dieselmotoren haben hohes Drehmoment und niedrige Drehzahl, Otto umgekehrt, trotzdem sind Beschleunigung und Höchstgeschwindigkeit fast gleich? Wie ist das möglich?

2) Radfahrer können mit Kraft oder schnellen Pedalumdrungen fahren und sind (fast) gleich schnell.

Verbrennungsmotoren können bei niedriger Drehzahl kein Drehmoment abgeben, deshalb brauchen Fahrzeuge eine Anfahrhilfe (Kupplung). Außerdem haben sie einen relativ kleinen nutzbaren Drehzahlbereich, deshalb brauchen sie ein Getriebe, wenn ein größerer Geschwindigkeitsbereich genutzt werden soll (Gegenbeispiel Mofa: kein Getriebe).

Motoren, die bei niedriger Drehzahl ein hohes Drehmoment abgeben, benötigen keine Kupplung, z.B. E-Motoren, Dampfmaschinen

3) Eintragen: Moment M, Drehzahl n, Geschwindigkeit v, Antriebskraft F

Drehmoment und Leistungsverläufe von Motoren → VW Studienprogramme

Vertiefung FTM

Böge Aufgabe 526ff



Physikalische Zusammenhänge

Kraft

= Ursache von Beschleunigung oder Verformung

Kraft = Masse · Beschleunigung

$$F = m \cdot a$$

$$[N] = [kg] \cdot \left[\frac{m}{s^2} \right] = \left[\frac{kgm}{s^2} \right]$$

F: Kraft in [N]

m: Masse in [kg]

a: Beschleunigung in [m/s²]

N (Newton): nach dem engl. Wissenschaftler Isaac Newton 1643- 1726
g (Gramm): von lat. gramma = kleines Gewicht

Energie E

Einheiten

$$[J] = [Nm] = [Ws] = [VA \cdot s] = \frac{kWh}{1000 \cdot 3600}$$

J (Joule): nach dem engl. Physiker James Prescott Joule 1818 – 1889.
W (Watt): nach dem schott. Ingenieur James Watt 1736 - 1819.
kWh ist eine in der Energiewirtschaft übliche Einheit für Energiemenge.
alt: 1 kcal (=4,18 kJ) → siehe unten

Arbeit W

= mechanische Energie E

$$\text{Arbeit} = \text{Kraft} \cdot \text{Weg} \quad W = F \cdot s$$

$$[J] = [N] \cdot [m] = [Nm]$$

Hinweis: Weg verläuft parallel zur Kraft

Rechnerisch sind die verschiedenen Energieformen gleich, aber praktisch unterliegt ihre gegenseitige Umwandlung Grenzen. Mechanische oder elektrische Energie können vollständig in Wärme umgewandelt werden. Wärme kann nicht vollständig in Arbeit umgewandelt werden, die Grenze ist der Carnot-Wirkungsgrad. Deswegen unterscheidet man höhere und niedrigere Energie.

Wärmeenergie Q

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1) \quad \text{in } [J]$$

Q: Wärmeenergie in [J]

m: Masse in [kg]

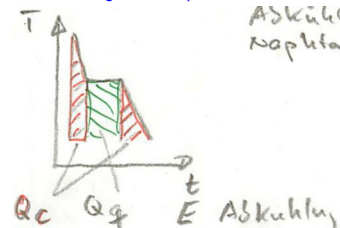
ΔT: Temperaturunterschied in [K]

c: spezifische Wärmekapazität in [J/kgK]

c_v: bei konstantem Volumen

c_p: bei konstantem Druck

FO Abkühlungskurve Naphtalin



Eisen-Kohlenstoff-Diagramm

Kristallisationsenergie wird beim Abkühlen von Eisen frei bei: Erstarren zu Austenit, Umwandlung zu unmagnetischem Ferrit, Umwandlung in magnetisches Ferrit

Kristallisationsenergie Q

= wird beim Schmelzen, Verdampfen, Umkristallisieren .. frei oder benötigt

$$Q = m \cdot q \quad \text{in } [J]$$

q:

Heizwert

= Wärme, die beim Verbrennen frei wird

$$\text{Heizwert} = \frac{\text{Wärmeenergie}}{\text{Masse}} \quad H_u = \frac{E}{m} \quad \text{in } \left[\frac{J}{kg} \right]$$

In der Energiewirtschaft sind auch üblich:

t SKE: Heizwert einer Tonne Steinkohle

$$\text{Heizenergie } E = H_u \cdot m$$

Äquivalent Energie E – Masse m

$$E = m \cdot c^2 \quad \text{mit Lichtgeschwindigkeit } c = 300'000 \text{ km/h}$$

Leistung P

= Energiestrom

$$\text{Leistung} = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeit}}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot \frac{s}{t} = F \cdot v$$

$$[W] = \left[\frac{J}{s} \right] = \left[\frac{Nm}{s} \right] = \left[\frac{kgm^2}{s^2} \right] \Rightarrow [J] = [Ws] = \frac{kWh}{1000 \cdot 3600}$$

Brennwert

Die beim Verbrennen freiwerdende Energie nennt man Brennwert. Beim Verbrennen von Kohlenwasserstoffen entsteht Wasser in Form von Wasserdampf, und bei einfachen Heizungen geht die Verdampfungsenthalpie des Wasser verloren. Was an Wärmeenergie übrig bleibt, nennt man Heizwert.

Nährwert

= Energie, die ein Mensch aus der Nahrung ziehen kann

Einheit ist traditionell die alte Wärmeeinheit Kilokalorie [kcal ≈ 4,18 J] (umgangssprachlich: Kalorie). Sie war definiert als die Wärmemenge, die 1 kg um 1°C erwärmt.

W (Watt): nach dem schottischen Handwerker und Erfinder James Watt 1736 – 1819. Watt hat Dampfmaschine wesentlich weiter entwickelt neben vielem anderen auch die Pferdestärke als Vergleichsgröße bzw. Verkaufsargument für seine Dampfmaschine erfunden.

Leistung = Energiestrom

[Böge Aufg.]

Aufg. 332ff P, n → M

! Aufg. 351ff P, %eta → M, E/t, FR, μ, MR

Aufg. 365f Umschlingungswinkel

Einstieg !: 529ff F, t → W, R

529 – 542 W, P, %eta bei Längsbewegung, 543 – 560 bei Drehbewegung

561 – 576 Energie und Energieerhaltung

1025 Energie und Energieerhaltung bei strömenden Flüssigkeiten

604 Rotationsenergie

812ff M ↔ n ↔ P

953, 1053

Physikalisch gesehen kann ein Wirkungsgrad nicht größer werden als 1, weil sonst mehr Energie aus einem System herauskäme als hineingesteckt würde. Bei Ingenieuren ist das nicht so selbstverständlich: Z.B. verwendet man bei Heizbrennern den Heizwert des Brennstoffes als Bezugsgröße, obwohl moderne Brennkessel mehr als den Heizwert aus der Verbrennung herausholen.

Wirkungsgrad

= wichtigste Kenngröße des Ingenieurs

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

$$= \frac{W_{ab}}{W_{zu}} \quad (\text{bei gleicher Zeit})$$

$$= \frac{F_{ab}}{F_{zu}} \quad (\text{bei gleichem Weg und gleicher Zeit})$$



**Spezifische Größen**

sind auf die Stoffmenge bezogen
(Volumen, Masse, Mol ..)

Dichte ρ

= Verhältnis zwischen Volumen und Masse

$$\text{Dichte} = \frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}} \quad \rho = \frac{m}{V}$$

$$\left[\frac{t}{m^3} \right] = \left[\frac{kg}{dm^3} \right] = \left[\frac{g}{cm^3} \right]$$

1 Mol = $6,022 \cdot 10^{23}$ Teilchen

Definition: 12g Kohlenstoff C12 enthält 1 Mol

Atommasse

z.B. Atommasse (Fe) = 55 g/Mol

Heizwert

Ähnlich: Brennwert, Nährwert ..

Wärmekapazität**Schmelzwärme (Schmelzenthalpie)**

Ähnlich: Verdampfungsenthalpie ..

Ströme

= Größen pro Zeit, Ableitung einer Größe nach der Zeit
Werden mit Punkt über dem Formelzeichen markiert

Volumenstrom \dot{V}

$$\text{Volumenstrom} = \frac{\text{Volumen}}{\text{Zeit}} \quad \dot{V} = \frac{V}{\text{Zeit}} \quad \left[\frac{m^3}{t} \right]$$

z.B. See \leftrightarrow Fluss

Große Flüsse nennt man sogar Ströme

Geschwindigkeit v = „Wegstrom \dot{s} “

Nur zur Verdeutlichung

$$\text{'Wegstrom'} = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}} \quad \dot{s} = \frac{s}{t} = v \text{ (Geschwindigkeit)} \quad \left[\frac{m}{t} \right]$$

Massenstrom \dot{m}

Z.B. Lavaströme, Golfstrom, Warentransport, bei der Verarbeitung von ..;

Flüchtlingsstrom

= soundsoviel Flüchtende pro Zeit

Geldfluss

= Summen, die pro Zeit fließen

Warum spricht man bei Geld von fließen statt strömen?

el. Stromstärke A: nach dem frz. Physiker André-Marie Ampère 1775- 1836

el. Ladung C: nach dem frz. Physiker Charles Augustin de Coulomb 1736- 1806

elektrischer Strom $I = \dot{Q}$ „Ladungsstrom“

$$\text{El. Strom} = \frac{\text{Ladung}}{\text{Zeit}} \quad I = \frac{Q}{t} \quad [A] = \left[\frac{C}{s} \right] \Rightarrow [C] = [A s]$$

1 Coulomb $\approx 6,242 \cdot 10^{18}$ Elementarladungen

1 Ampere $\approx 6,242 \cdot 10^{18}$ Elektronen pro Sekunde

Beachte: Ladung von Akkus in Ah:

z.B. 500 Ah kann 10 h 50 A liefern

Leistung $P = \dot{W}$ oder \dot{E} „Energiestrom“

$$\text{Leistung} = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeit}} \quad \dot{W} = \frac{W}{\text{Zeit}} = P \text{ (Leistung)}$$

$$[W] = \left[\frac{J}{s} \right] \Leftrightarrow [J] = [W s]$$

**Reibung**

Ein Körper, der andere berührt, setzt einer Bewegung einen Widerstand entgegen.

→ Reibungskraft bzw. Reibungswiderstand F_R

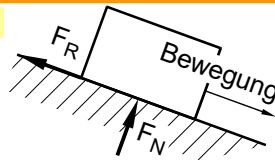
Einflüsse auf die Reibung haben**Normalkraft****Werkstoffpaarung****Oberflächengüte****Schmierzustand****Reibungsart**

Haft-, Gleit-, Roll-, Wälzreibung

} zusammengefasst in Reibungszahl μ oder f

Berechnung**Haft- und Gleitreibung**

$$F_R = \mu \cdot F_N$$



– F_N = Kraft senkrecht zur Trennfläche

μ = Reibungskoeffizient für die Werkstoffpaarung

μ_H : Haftreibung (= Höchstwert !)

μ_G : Gleitreibung

$\mu_H > \mu_G$

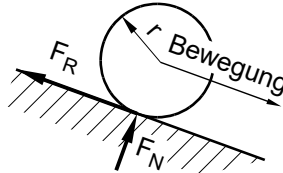
Reibwerte sind keine tatsächlichen Werte, sondern mögliche Höchstwerte

Rollreibung

$$F_R = \frac{f \cdot F_N}{r}$$

f = Rollreibungskoeffizient

r = Radius

**Gleit- oder Wälzlager**

Reibmoment wird wie bei Gleitreibung berechnet

$$M_R = \mu \cdot F_N \cdot r$$

$$M_R = \mu \cdot F_N \cdot \frac{d}{2}$$

μ (Gleitlager) hängt ab von Werkstoffpaarung

μ (Wälzlager) $\mu = 0,001 \dots 0,003$

Übung**Zusatzfragen**

1) [EuroRBM] 27 S.110 Aufg. 3) Welchen Zweck haben die zusätzlichen Scheiben bei Mehrscheibenkupplungen ? (zusätzliche Fläche erhöht die Reibkraft nicht ?!)

Mehrscheibenkupplungen erhöhen das Reibmoment, weil jede Berührfläche Belag - Scheibe die volle Normalkraft überträgt, während die Vergrößerung der Fläche eines Belages bei konstanter Normalkraft die Flächenpressung senkt.

Mehrere Bremsbeläge in Reihe bewirken, dass die Normalkraft höher angehoben wird. Veranschaulichung: Welches Gewicht zeigen zwei Personenwaagen an, wenn man

- sie nebeneinander stellt und mit je einem Bein draufsteht?
- sie aufeinander legt und dann drauf steht?

MVK, TG: entfällt; FTM: prüfen

FO Asterix, Pyramidenbau, Steine ziehen

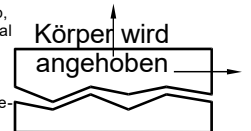
- 1) Ein: Was macht den Arbeitern, außer der Peitsche, die Arbeit schwer ?
- 2) Tatsächlich betrachten wir nur die Festkörperreibung.

3) Welche Größen haben Einfluss auf die (Festkörper-)Reibung, bzw. wie könnte man den Arbeitern das Leben erleichtern ?

Normalkraft ist die Kraft senkrecht zur Trennfläche der beiden Körper. Es ist nicht immer das Gewicht, z.B. Bremsbacke, Kupplung, Verschraubung, schiefe Ebene usw.

Versuche: Reibungskraft mit verschiedenen Flächen, Werkstoffen, Gewichten

Die Reibungskraft hängt nicht von der Größe der Fläche ab, weil die Flächenpressung mit steigender Fläche proportional sinkt.



Tatsächlich, besonders bei nicht starren Körpern, gibt es noch andere Einflussfaktoren, z.B. Fläche, Schlupf, Schmierung usw.. So haben Autoreifen die beste Haftung bei 10-20% Schlupf (ABS; 0% Schlupf heißt, dass keine Bremskraft abgerufen wird), niedriger Geschwindigkeit und niedrigem Luftdruck (Fläche).

FO Bremskraft [Bosch 21]

Kraft muss nicht nach unten wirken, z.B. Bremsbacke, Kupplung, schiefe Ebene

[EuroTabM] „Reibung“

Bei Haftreibung hat noch keine Bewegung stattgefunden. Die errechnete Haftreibungskraft ist nicht die tatsächliche Kraft, sondern die Obergrenze der übertragbaren Kraft.

Dass die Haftreibung größer als die Gleitreibung ist, erfährt man beim Anschieben eines Kfz.

Überleitung an Hand TabB: Verhältnisse bei Rollreibung

Versuch: verschiedene Rollen auf Zahnstange

TabB: Der Rollreibungskoeffizient sinkt mit steigender Härte der Werkstoffe, vermutlich weil die plastische Verformung abnimmt. Der Einfluss der elastischen Verformung (hängt nicht von der Härte ab, unterliegt aber einer Hysterese durch innere Reibung) spielt keine große Rolle.

Je größer der Radius ist, desto geringer wird die Reibung, vergleiche mit den Rädern von Fahrrädern, Lokomotivrädern, Wälzkörpern (Nadellager) usw. Lager sollen aber einen möglichst kleinen Durchmesser haben, da er in das Reibmoment eingeht.

Überleitung an Hand TabB: Verhältnisse bei Rollreibung

Typische ingenieurwissenschaftliche Vereinfachung.

→ [EuroTabM] „Reibung“

→ [EuroTabM] „Reibung“

EuroMRb27 S.110

HP 83/84 Hebestation

2) [EuroRBM] S.110 Aufg. 4) Müssen die beiden Schrauben mit der vollen Kraft oder mit der halben angezogen werden ?

2 Kräfte addieren sich zur erforderlichen Normalkraft, deshalb genügt es, jede Schraube mit der halben Kraft zu belasten.

3) EuroMRb27 S.110 Aufg. 5) Warum wird mit 3,5 kN belastet, aber mit 5kN gerechnet ?

4) EuroMRb27 S.110 Aufg. 6) Ültig zur schiefen Ebene



LPE 07 Energiebilanzen

Energiebilanzen

Lehrplan

Systeme

Pendel, Feder-Masse-System

Gasturbine, Verbrennungsmotor, Kraftwerk

Wärmegedämmtes Haus

Vertiefung

Li: Die Energieerhaltung in abgeschlossenen Systemen beschreiben, Energiebilanzen für verschiedene physikalische Systeme aufstellen und berechnen

Mi: Mechanischer Schwinger; Strömendes Medium ; Thermisches System

Re: Freie und erzwungene Schwingung, Grafische Bestimmung der mech. Arbeit

5) *Geben Sie die Energieformen an in verschiedenen Stadien*

6) *Berechnen Sie ...*

Ohm'sche und Kirchhoff'sche Gesetze?

Elektr. Schaltung als Analogie?

3-Satz-Aufgabe

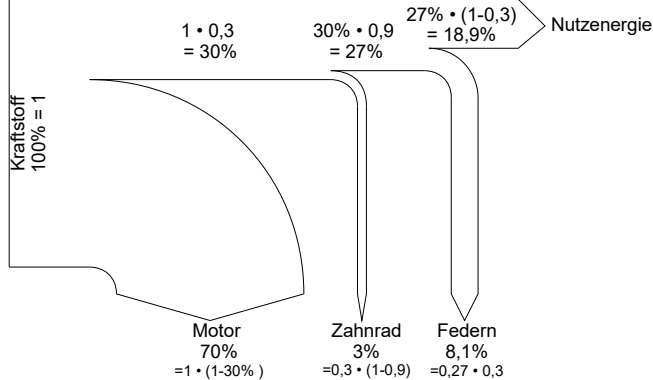
Energie_TA_Energiebilanzen.odt



Diagramme

Energieflussdiagramm

= Sankey-Diagramm

HP 2008/09/-1 Vibrationsstampfer: η Motor 30%, η Zahnrad 90%, Verluste der Federn 30%

Beachte: Ausgänge eines Energieflussdiagrammes werden addiert und nicht wie Wirkungsgrade multipliziert.

- 70% (Motorverluste) + 3% (Zahnradverluste) + 8,1% Federverluste + 18,9% (Nutzenergie) = 100% (Kraftstoff)
- 3% (Zahnradverluste) + 27% (kommt am Zahnrad durch) = 30% (Eingang Zahnrad)

Zweck

- graphische Darstellung von Mengenflüssen
- Hilfsmittel zur Visualisierung von Einsparpotenzialen

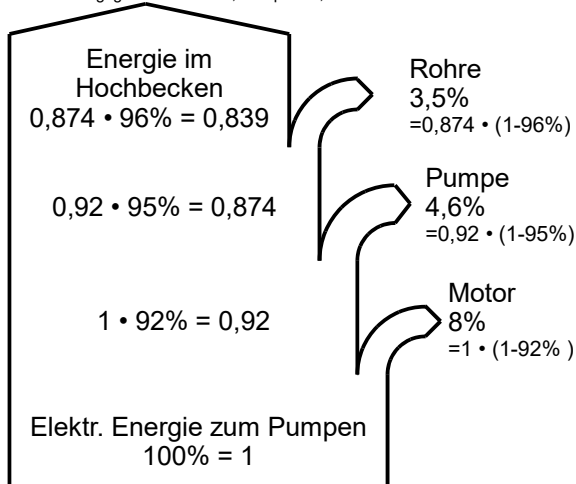
Darstellung

Es gibt viele Formen und keine Normen. Üblich sind

- Pfeilbreite proportional zur Menge
- Dargestellte Mengen können addiert werden \rightarrow Reihenfolge ist nicht beliebig
- Energie-, Mengen-, Konzentrations-, Kostenflüsse ..., absolut oder relativ,
- meist zeitbezogen und ohne Lager

Vertiefung

- 1) HP 2009/10-5 Pumpspeicherkraftwerk Aufgabe 1
Wirkungsgrade: Motor 8%, Pumpe 5%, Rohre 4%



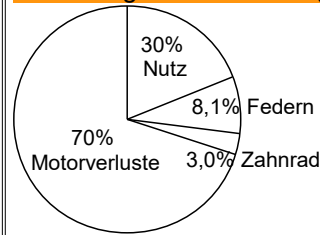
Beispiele

<http://www.umweltschutz-bw.de/index.php?lvi=6114>
<http://de.wikipedia.org/wiki/Schiffsk%C3%BChsystem>

Blockdiagramm

Ergänzen

Tortendiagramm/ Kreisdiagramm



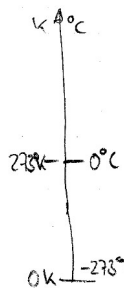
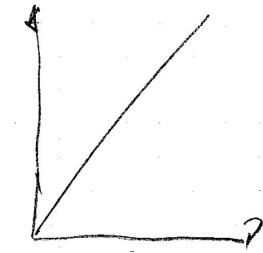
QR-Wikipedia

- 2) NP 2009/10-1 Dampfkraftwerk Aufgabe 1.1
Verluste: Wärme 40%, Hydraulisch: 10%, Mechanisch 15%

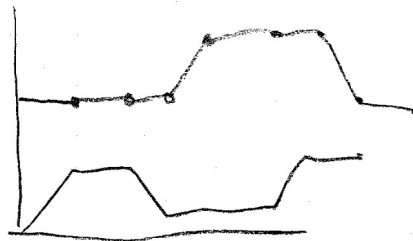


verschiedene Beispiele

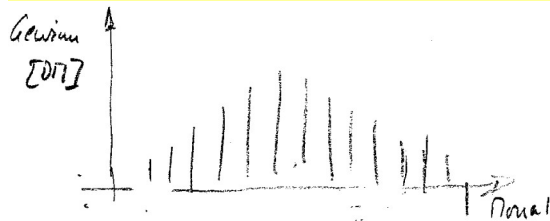
Liniendiagramm (quantitativ)



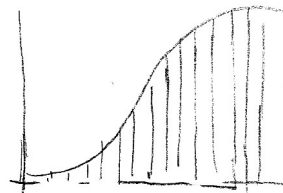
Weg-Schritt-Diagramm



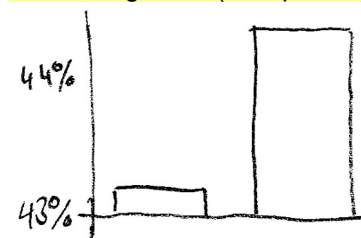
Balkendiagramm



Histogramm (kumuliert)



Balkendiagramm (manipulativ)

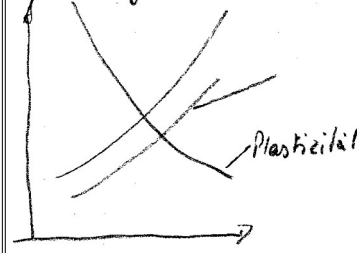


1) TA Dreiecke + 2 Punkte: Ein Bild sind 1000 Worte; unser Gehirn ist visuell organisiert.

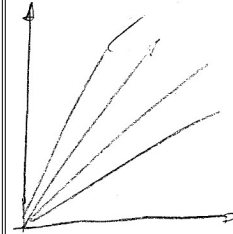
Beispiele für besser und schlechter geeignete Darstellungen technischer Sachverhalte

2) Mit einer geeigneten (anschaulichen) Darstellung sind Probleme leichter lösbar.

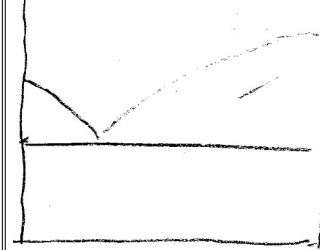
Liniendiagramm (qualitativ)



Nomogramm



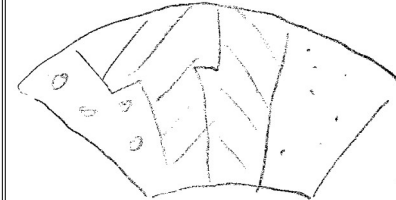
Phasendiagramm, Zustandsschaubild



Stabdiagramm



Sitzverteilung





Sonstiges: Statik

Verkürzte Einführung in die Statik
(Kräfte zusammensetzen)

MVK: ca. 90' Zeitbedarf

FTM, TG: entfällt

Graphostatik wurde um 1860 von Karl Culmann an der ETH Zürich entwickelt (Buch 1866).
(Ferguson 1992) S.147). Culmann war Pfälzer, hat die Graphostatik entwickelt oder aus den USA mitgebracht und weiterentwickelt.Wdhg: Trägheitsprinzip : ohne F kein a Aktionsprinzip : $F = m \cdot a$

Reaktionsprinzip

Darstellung mehrerer Kräfte

- 3) Wie wirken Kräfte, die nicht genau mit- oder gegeneinander wirken ?
Versuch: 2 Schüler ziehen einen 3. Schüler mit je „20 kg“ in verschiedenen Richtungen
(180° gegeneinander, 0° miteinander, 90°).
- 4) Welche Kräfte muss der 3. Schüler aufbringen ?
- 5) Wdh.: Kräfte hängen von Größe und Richtung ab. Wie könnte man Kräfte zeichnen ? → als Pfeile
- 6) Wie kann man Größe und Richtung einer Kraft aus einem Pfeil ablesen ?
→ aus Länge und Richtung

Möglichkeiten zur Einführung

- 1) Wdh.: Kreidekästchen auf dem Tisch fällt trotz Erdbeschleunigung nicht. Auto bei konstant 100km/h beschleunigt trotz Antriebskraft nicht. → Kräfte treten immer paarweise auf, Kraft und Gegenkraft heben sich auf
- 2) Zwei Kräfte können sich aufheben, wenn sie entgegengesetzt wirken. Wie wirken Kräfte in derselben Richtung, z.B. hintereinander fahrende Lokomotiven → Kräfte addieren sich

7) Erarbeiten anhand AB oder [EuroRBM] "Kräfte"

AB Kräfte ermitteln

- 1 Gleichgerichtete Kräfte zeichnerisch und rechnerisch addieren
- 2 Gegengerichtete Kräfte zeichnerisch und rechnerisch addieren
- 3 Nicht parallele Kräfte zeichnerisch addieren (rechnerisch später!)
- 4 Kräfte zeichnerisch und rechnerisch zerlegen
- 3b Aufgabe 3 rechnerisch zerlegen und addieren

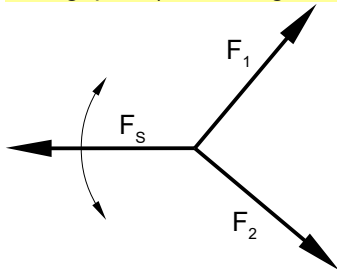
Allgemeines

Mehrere Kräfte $F_1, F_2 \dots$ lassen sich zu einer „resultierenden“ Kraft F_R zusammensetzen. F_R hängt von Größe und Richtung der Kräfte ab.

Kräfte können nicht einfach addiert werden, weil auch ihre Richtung eine Rolle spielt.

Vorgehensweise beim Zusammensetzen

1. Lageplan (Freileitungsmast)



LP = Welche Kräfte wirken überhaupt ?

Dort eintragen, wo sie wirken.

In der wirklichen Richtung

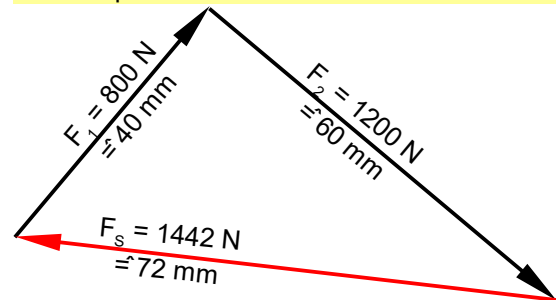
Zeichnerische Darstellung von Kräften

Kräfte werden als Pfeile gezeichnet

– Richtung auf dem Blatt = wirkliche Richtung

– Größe der Kraft [N] $\hat{=}$ Länge [mm]z.B. 200 N Kraft $\hat{=}$ 10mm Länge

Freileitungsmast [EuroRBM] "Kräfte"

2. Kräfteplan M_K : 1200 N $\hat{=}$ 60 mm

KP = Kräfte berechnen

Hintereinander als Pfeilkette zeichnen.

Vertiefung

AB Übungen zum zentralen Kräftesystem

[EuroRBM] „Kräfte“ Aufgabe 1 bis 4: Zusammensetzen

[EuroRBM] „Kräfte“ Aufgabe 5 bis 6: Zerlegen

[EuroRBM] Aufgaben 7 ff

Keilspanner → Keilwirkung, Wahl des Bauteiles vereinfacht die Aufgabe

Schwenkkrane → LP auf einen Punkt konzentrieren (Fehl im RB, ergänzen)

[Böge Aufg.] "zentrales Kräftesystem"

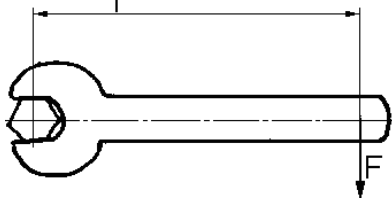
Statik_TA_Einfuehrung-kurz.odt

Seitenumbruch



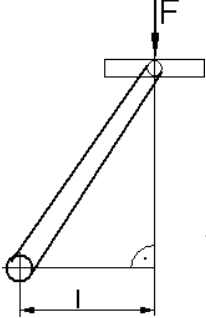
Drehmoment, Hebel

z.B. Schraubenschlüssel



(Dreh-)Moment $M = F \times l$ [in Nm]
Kraft x Hebelarm

z.B. Fahrradpedal

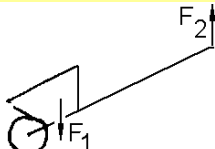


Hebelarm senkrecht zur Kraftlinie
oder
Der Hebelarm ist der kürzeste Abstand
zwischen Drehpunkt und Kraftlinie

Gleichgewichtsbedingungen

bei mehreren Momenten

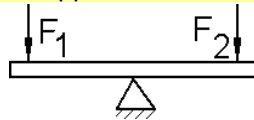
z.B. Schubkarre



einseitiger Hebel

$\Sigma M = 0$ (Summe aller Momente)
 $\Sigma F = 0$ (Summe aller Kräfte)

z.B. Wippe



zweiseitiger Hebel

oder $\Sigma M_{li} = \Sigma M_{re}$
Summe der links drehenden Momente = Summe der rechts drehenden Momente

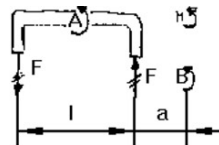
Kräftepaare

bestehen aus zwei gleich großen, parallelen, entgegengesetzt wirkenden Kräften. Sie drehen einen freibeweglichen Körper ohne ihn zu verschieben.

z.B. Fahrradlenker

$$A: M = F \cdot \frac{l}{2} + F \cdot \frac{l}{2} = F \cdot l$$

$$B: M = F \cdot (l + a) - F \cdot a = F \cdot l$$



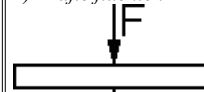
Vertiefung

FTM, MVK: ca. 90' Zeitbedarf (ca. 45' ohne Übungen)

TG: entfällt

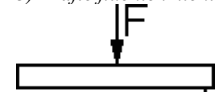
1) Ein: Bleistift o.ä. auf dem OH-Projektor anschieben

2) Kräfte fluchten



$\Sigma F = 0 \rightarrow$ keine Bewegung

3) Kräfte fluchten nicht



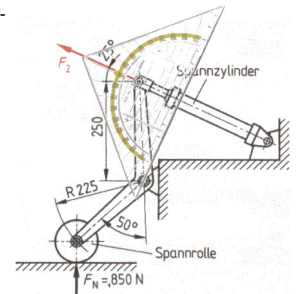
$\Sigma F = 0 \rightarrow$ keine Längsbewegung
aber Drehbewegung

4) Wie erfasst man „Drehkräfte“ ?

Merke: Einheit Nm = J gilt auch für die Arbeit und darf dennoch nicht verwechselt werden

$W = F \times s$ $F \parallel s$ parallel
 $M = F \times l$ $F \perp l$ rechtwinklig

Der Hebelarm kann mit dem Geodreieck ermittelt werden: Kraft auf die 90°-Linie, Hypotenuse durch den Drehpunkt, Hebelarm an der Skala ablesen:
Quelle des Bilduntergrundes: [EuroRBM]



1) Wie Verhältnisse, wenn mehrere Momente auftreten

Erinnere: Gleichgewichtsbedingung bei Kräften

\rightarrow Gleichgewichtsbedingung bei Drehmomenten

Zwar mit $\Sigma F = 0$ beginnen, aber zunächst eine Zeile frei lassen und dann $\Sigma M = 0$ darüber schreiben, weil man bei der Berechnung damit anfangen sollte.

gebogene Pfeile ergänzen

Ültg: Schüler sollen einen Gegenstand mit einer Kraft drehen.
Geht nicht, immer ist Reibung, Gravitation, Trägheit o.ä. im Spiel.

1. Einzelkräfte gibt es nicht und 2. sie würden sie keine Drehung bewirken. Ohne Reibung, Lager, Trägheit o.ä. gäbe es nur eine Verschiebung.

Wird durch je zwei kurze Striche gekennzeichnet (wie parallele Linien)

Für das Moment am Lenker spielt es keine Rolle, ob man es im Punkt a oder im Punkt B berechnet: Die Differenz der Hebelarme ist an jedem Punkt gleich, deshalb ist das Drehmoment an jedem Punkt gleich. Da die Kräfte sich ansonsten aufheben, kann dieses Kräftepaar durch jedes andere mit gleichem Drehmoment ersetzt werden.

Am Faden aufgehängtes Lineal einführen

FTM: [Böge Aufg.] Aufgabe 1..8

MVK: [EuroRBM]

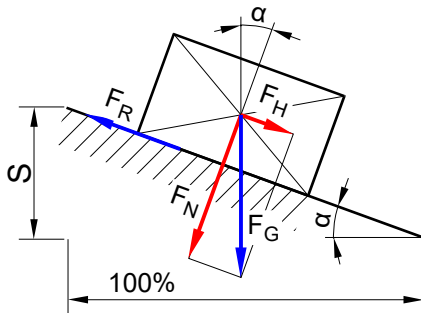


Schiefe Ebene

Kräfte

Steigung in %

$$\text{Steigung } S = \frac{h}{l} = \tan \alpha$$



Die Gewichtskraft F_G zerlegt sich in Hangabtriebskraft F_H

$$F_H = F_G \cdot \sin \alpha$$

F_H will den Körper beschleunigen

Normalkraft F_N

$$F_N = F_G \cdot \cos \alpha$$

F_N bremst den Körper indirekt durch

$$F_R = \mu \cdot F_N = \mu \cdot F_G \cdot \cos \alpha$$

Bewegung

tritt ein, wenn $F_H > F_R$ ist.

Reibwinkel

$$F_H = F_R$$

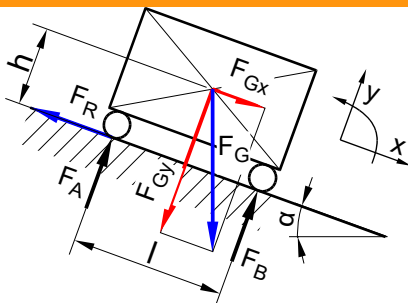
$$F_G \cdot \sin \alpha = \mu \cdot F_G \cdot \cos \alpha \rightarrow$$

$$\mu = \frac{F_G \cdot \sin \alpha}{F_G \cdot \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$

Vertiefung

- 1) Berechnen Sie die Bremskraft und den Reibungskoeffizienten eines Fahrzeuges aus seiner Masse und seinem Bremsweg (z.B. Volvo S80 mit 40,5m Bremsweg aus 100km/h bei 1695kg - mot 25/98 S.29) (Formel aus TabB "Beschleunigung")
- 2) Berechnen Sie Bremskraft und Bremsweg des selben Fahrzeuges bei 10% Gefälle / Steigung

Auflager



Die Lage des Schwerpunktes geht in die Drehmomente ein:

$$\Sigma M_A = F_B \cdot l - F_x \cdot h - F_y \cdot \frac{l}{2}$$

$$F_B = \frac{F_G \cdot \sin \alpha \cdot h + F_G \cdot \cos \alpha \cdot \frac{l}{2}}{l}$$

Vertiefung

MVK: ca. 90' Zeitbedarf

FTM, TG: entfällt

Steigung 100% bedeutet 45°.

Grafik

Obwohl Physiklehrer gerne den Eindruck erwecken, ist die Hangabtriebskraft definitiv keine eigenständige Kraft. Eigenständig sind die Gewichtskraft, die durch die Erdmasse per Raum-Zeit-Krümmung erzeugt wird, und die Reibungskraft, die aus dem Bewegungstrend des Körpers und der Normalkraft entsteht. Die Hangabtriebskraft ist ein bloßer Teil der Erdanziehungskraft; an die Hangabtriebskraft passt sich die Reibung an, oder der Körper beschleunigt..

-> [EuroTabM] „Schiefe Ebene“

Empirisch kann der Reibwinkel ermittelt werden, indem man die Unterlage kippt: Ein aufliegendes Teil beginnt beim Reibwinkel zu rutschen.

EurMRB ist wenig ergiebig

Koordinatensystem wird wegen der Bemaßung zweckmäßig parallel zur schiefen Ebene gelegt.

Es gibt zwei prinzipielle Vorgehensweisen:

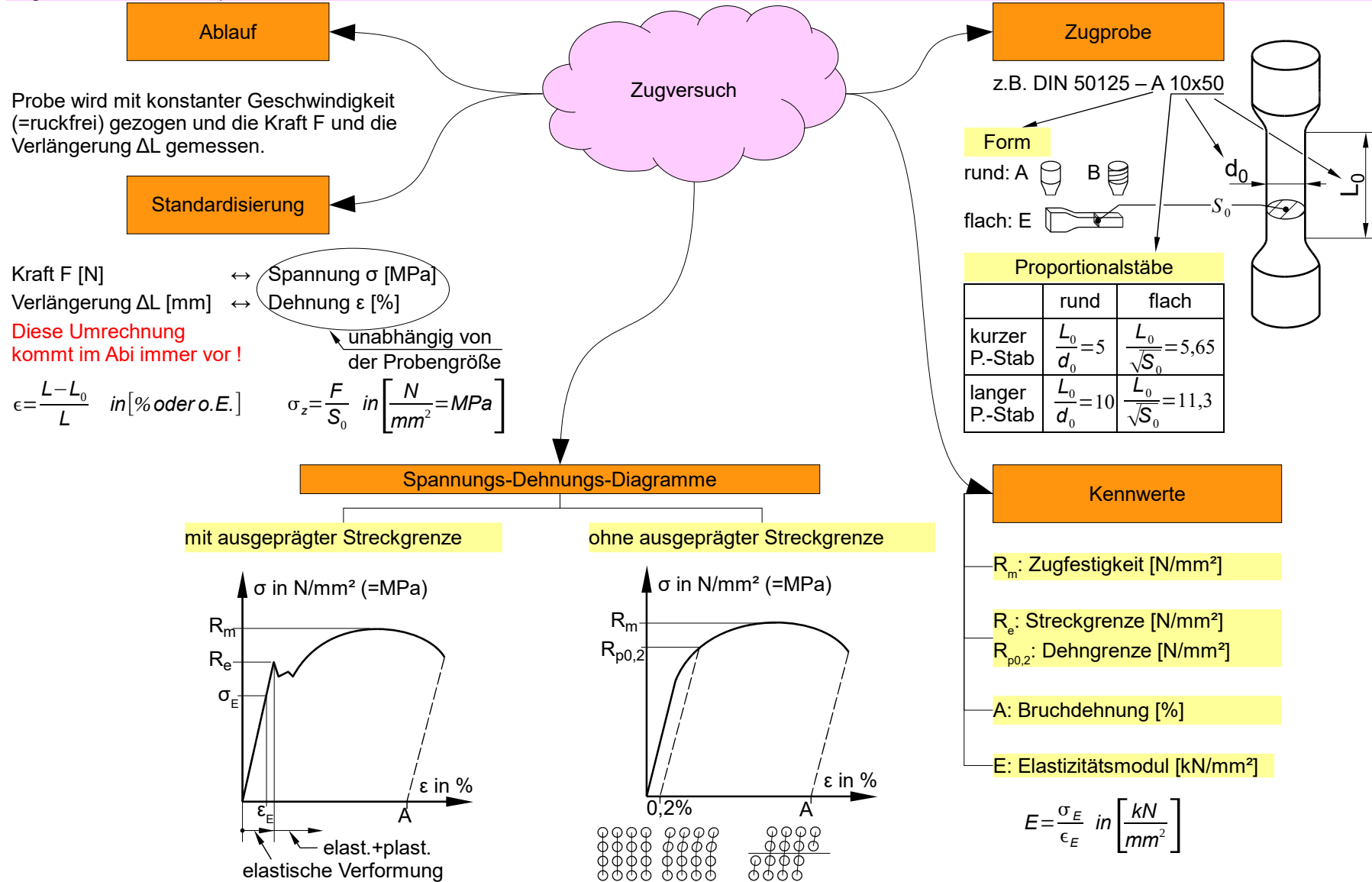
- 1) Hebelarme zu F_G berechnen. Dieser Weg ist möglich, aber bei jeder Aufgabe anders zu lösen.
- 2) F_G wird in F_{Gx} und F_{Gy} zerlegt, anschließend rechnet man mit beiden Kräften. Bei diesem Weg ist die Vorgehensweise einfacher und immer gleich und deshalb weniger fehlerträchtig.

$$\Sigma M_B \text{ analog}$$

Abi-Aufgaben

Statik_TA_Schiefe-Ebene.odt

Sonstiges





Seitenumbruch

Kennwerte vom Zugversuch übertragen komplett überarbeiten

Belastungsarten

Zugbeanspruchung

Druckbeanspruchung

für viele Metalle ist die Zug- und Druckkurve annähernd symmetrisch.

(Flächenpressung)

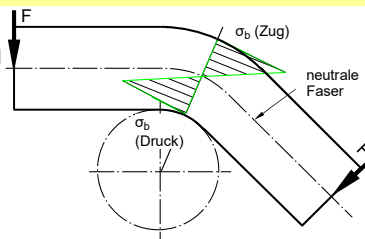
entspricht Druck zwischen festen Grenzflächen und hat eigene Kennwerte.

Abscherung

für viele Werkstoffe wird die Zugfestigkeit mit dem Faktor 0,8 umgerechnet.

Biegespannung

- kann direkt in Zug- und Druckspannung erklärt werden.



Torsionsbeanspruchung

- wird theoretisch durch Zugspannung erklärt und gerechnet.
- Der Bruchverlauf zeigt aber, dass es sich um mehrachsige Spannungszustände handelt. Deshalb werden i.d.R. eigene Grenzwerte verwendet.

Belastungsfall

dynamische, mehrachsige oder andere unüberschaubare Belastungen werden mit der Sicherheitszahl abgedeckt.

zulässige Belastung = Werkstoffkennwert / Sicherheit

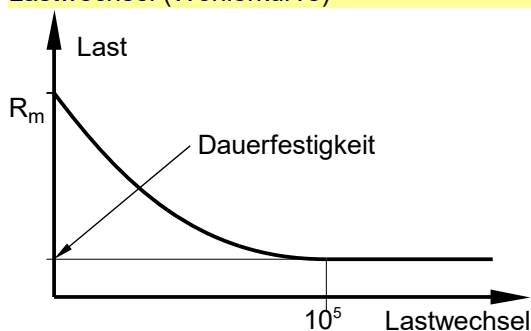
Abhängig von

- Belastungsfall
- Komplexität der Beanspruchung
- möglicher Schaden
- Wartung
- gesetzlichen Vorschriften
-

Andere Beispiele für Faktoren

- Kerbwirkungszahl
- Oberflächenbeiwert
- Größenbeiwert

Lastwechsel (Wöhlerkurve)



Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith

FTM, MVK, TG: Hintergrundinfo, nicht unterrichten

Einarbeiten: [Decker 2009]

1) Welches sind die 6 wichtigsten Belastungsarten ? oder

Mit welchen Methoden kann eine Kreide zerstört werden ?

Durchsprechen anhand

→ [EuroTabM45] „Festigkeitslehre“

Zähe Werkstoffe: Quetschgrenze σ_{q} ist so groß wie Re.

Spröde Werkstoffe: Druckfestigkeit σ_{db}

Gegenbeispiele: Gusseisen, Beton, Keramik (druck-, aber nicht zugfest), Seile

Die maximale zulässige Flächenpressung ist kleiner als die maximale Druckspannung, weil sich die Oberfläche nicht vollständig anschmiegt. Dies ist auch der Unterschied zum Druck. Ist keine klassische Spannung, wird aber ähnlich gerechnet.

AM gebogener Vierkant

Integral der Spannung mal Hebelarm und Flächenelement gleicht das Biegemoment aus.

AM gebogener Vierkant

Integral der Spannung mal Hebelarm und Flächenelement gleicht das Biegemoment aus.

Entwickeln anhand

→ [EuroTabM45] „Belastungsfälle“

anschließend Philosophie des Ingenieurs darstellen:

Probleme, die theoretisch noch nicht geklärt sind, werden durch Erfahrungswerte pragmatisch gelöst. Dies ergibt nicht unbedingt die optimale Konstruktion, aber es ergibt immerhin eine funktionierende Konstruktion – und der Spatz in der Hand ist bekanntlich ..

→ [EuroTabM45] „Festigkeitslehre“

Dauerschwingversuch nach DIN 50100

[EuroTabM46] S.46 Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith einarbeiten.



Festigkeitsberechnung in Kurzform

Zugversuch

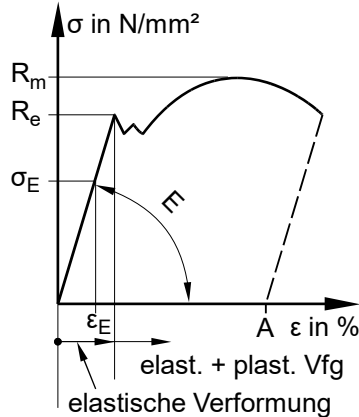
- 1) Probe ziehen
- 2) Kraft und Verlängerung messen
- 3) Wegen der Übertragbarkeit umrechnen

$$\text{Spannung } \sigma = \frac{F}{S} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Querschnitt}} \text{ in } \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ oder MPa} \right]$$

$$\text{Dehnung } \epsilon = \frac{F}{S} = \frac{\text{Längenänderung}}{\text{Anfangslänge}} \quad [\text{ohne Einheit}]$$

- 4) Im Diagramm darstellen

Spannungs-Dehnungsdiagramm

Werkstoffkennwerte σ_{lim}

= Grenzwerte

R_m Zugfestigkeit [N/mm²] („Bruchspannung“)
 $R_{p0,2}$ / R_e Dehngrenze / Streckgrenze [N/mm²]

Auslegung von Bauteilen

Die Reihenfolge hängt von der Aufgabe ab

1. Bauteil-Kräfte F oder -Momente M ermitteln s.o. (Statik)
2. F / M mit dem Querschnitt S / W in die Bauteil-Spannung σ / τ umrechnen

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

3. Werkstoffkennwert σ_{lim} / τ_{lim} ermitteln i.d.R. aus TabB

4. Aus σ_{grenz} / τ_{grenz} und der Sicherheitszahl v die zulässige Spannung σ_{zul} / τ_{zul} berechnen

$$\frac{\sigma_{grenz}}{v} = \sigma_{zul}$$

v ist abhängig von Belastungsfall (\rightarrow TabB), Wert, Folgen, Zuverlässigkeit der Bauteilspannung, Form des Bauteiles usw.

5. Prüfen, ob die zulässige Spannung σ_{zul} / τ_{zul} größer als die Bauteil-Spannung σ / τ ist.

$$\frac{\sigma_{grenz}}{v} = \sigma_{zul} > \sigma = \frac{F}{S}$$

Ansonsten neuer Querschnitt oder Werkstoff

Zur Wdh. oder Einführung, wenn es noch nicht unterrichtet wurde: Zugversuch, Spannungs-Dehnungs-Diagramm, Kennwerte, Formeln

1) Wozu dient die Ermittlung der Kräfte?

Zur Berechnung der Festigkeit, d.h. Vergleich tatsächlicher Kräfte mit Erlaubten.

2) Wie werden die einen Werkstoff maximal möglichen Kräfte ermittelt?
z.B. im Zugversuch

3) Wie wird der Zugversuch durchgeführt und ausgewertet?

Kraft und Verlängerung wird gemessen und in Spannung und Dehnung umgerechnet, damit die Werte übertragbar werden. Im Zugversuch wird der Anfangsquerschnitt S_0 verwendet, weil dies messtechnisch leicht erfassbar ist und der praktischen Realität entspricht.

$$\text{MPa} = 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 10^6 \frac{\text{N}}{(1000 \text{ mm})^2} = 1 \text{ Mio} \frac{\text{N}}{1 \text{ Mio mm}^2} = \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

► [EuroTabM46] „Zugversuch“

4) Welche Kennwerte sind für die Festigkeitsberechnung wichtig?

Kennwerte aus dem Zugversuch können z.T. auf andere Belastungsarten angepasst werden

Grobe Zusammenfassung, nicht im TG unterrichten

5) Wie stark muss die Welle ausgelegt werden?

Zur Begründung der Sicherheitszahl

Merke: „Eine genaue rechnerische Vorhersage der vorhandenen Bauteilsicherheit kann aufgrund der nur schwer erfassbaren Einflussgrößen, der z.T. recht erheblichen Streuung der Festigkeitswerte und der Vereinfachung im Rechnungsansatz nicht gemacht werden.“ [Roloff/Matek 1995] S.52

Für Grenzspannung ist der Belastungsfall zu beachten. Die angegebenen Werte gelten nur für einachsige Spannungszustände.

► [EuroTabM46] „Festigkeitswerte“

► [EuroTabM46] „Werkstoffe“

**Temperatur****Was ist Temperatur?**

- ist die mittlere kinetische Energie der ungerichtete Bewegung der Teilchen eines Körpers (→ kinetische Gastheorie)
- zwei Körper haben dieselbe Temperatur, wenn keine Wärme zwischen ihnen fließt (→ thermodynamisches Gleichgewicht)

Temperaturskalen**Celsius und Kelvin**

Bild der Skalen

Temperaturmessung**Thermometer, Temperatursensoren**

- erfordert Kontakt mit dem Messziel
- beruht klassisch auf der Wärmeausdehnung
 - Gas- oder Flüssigkeit (He, Hg, Alkohol)
 - Bimetall

Pyrometer, Thermografie

- beruht auf der Wärmestrahlung eines Körpers
 - Pyrometer: Körpertemperaturmessung im Ohr
 - Thermografie: Wärmebild, Nachtsichtgeräte
 - Glühfarben

Sonstige Effekte**Formelzeichen**

- Kelvin: T und Θ (%THETA) (Großbuchstaben)
- Celsius: t und θ (%theta) bzw. ϑ (%vartheta) (Kleinbuchstaben)

Temperatur ↔ Wärme**6) Anschauung für Schüler**

Man nehme ein kleines Stück Aluminiumfolie, lege es in kochendes Wasser und dann mit der angenommenen Temperatur auf die Hand. → Al-Folie mit 100°C schmerzt kurz, ist aber relativ schnell abgekühlt, weil die Wärmemenge gering ist. Anschließend nehme man einen Amboss und lege ihn in einen großen Kessel kochenden Wassers. Wenn er 100°C hat, lasse man das Wasser ab und lege die Hand auf den Amboss → Trotz der gleichen Temperatur würde jetzt die Hand gekocht, weil die Wärmemenge wesentlich größer ist.

- Gerichtete Bewegung der Teilchen bedeutet, dass sich der ganze Körper bewegt. Dies ist dann Bewegungsenergie und trägt nicht zur Temperatur bei (→ Überströmversuch). Umgekehrt: Wenn Gas in einem Vergaser oder über einer Tragfläche eines Flugzeuges beschleunigt wird, sinkt seine Temperatur (→ Bernoulli)
- Der absolute Nullpunkt der Temperatur T₀ ist dann gegeben, wenn sich die Teilchen nicht mehr (ungerichtet) bewegen. Ein Ansatz, nahe an T₀ zu kommen, ist Gas durch eine Düse strömen zu lassen (=gerichtete Bewegung), wobei es abkühlt.
- Es gibt theoretisch

Die klassische Methode beruht auf der Wärmeausdehnung eines Stoffes mit einer gleichmäßigen Einteilung in Grad zwischen zwei reproduzierbaren Temperaturen.

- Anders Celsius, S 1742, 0°C beim Schmelz- und 100°C beim Siedepunkt von Wasser, Quecksilber. Heute über die Kelvin-Skala definiert.
- William Thomson (Lord Kelvin), GB 1848, 0K beim absoluten Nullpunkt, 273,15K bei 0°C bzw. 273,16K beim Tripelpunkt von Wasser (in einem definierten Mischungsverhältnis aus den Weltmeeren I), Skalenteilung wie Celsius
- Daniel Fahrenheit, D 1714, 0°F beim Gefrierpunkt einer Kältemischung (wollte negative Temperaturen vermeiden), 100°F bei Körpertemperatur (heute exakter definiert), verwendete Alkohol, dessen Volumenänderung etwas anders verläuft als Hg.
- uvm. zB.: Rankine (wie Kelvin mit der Skalenteilung von Fahrenheit), Delisle (umgekehrte Skala: 0°C = 150°De; 100°C = 0°De); Reamur (wie Celsius mit Einteilung in 80°F), Newton (wie Celsius in 33°N, verwendete ein Öl); Rudolf Plank (schlug einen Fixpunkt vor und ein Grad als 1/273,15 Volumenänderung von Gas. Plank 1886-1973 wuchs in Kiew auf, studierte in St.Petersburg und war an der Revolution 1905 beteiligt. Danach beendete er sein Studium in Deutschland und war als Professor (außer während der Weltkriege) und Ingenieur in Kälte- und Lebensmitteltechnik tätig.)

- Begriffe: Bolometer, Mikrobolometer, Halbleiterdetektoren (gekühlt auch für Nachtsichtgeräte?)
- Glühfarben beruhen auch auf Wärmestrahlung
- Fehlerquellen: unbekannter Emissionsgrad des Messziels, Reflexion von Fremdstrahlen an der Oberfläche, Eigenstrahlung der Luft

Andere Effekte, die zur Temperaturmessung angewendet werden (nicht vollständig):

- temperaturabhängige Widerstände: PTC, NTC
- thermoelektrische Spannungen: Thermoelemente
- temperaturabhängige Frequenz von Schwingquarzen
- Raman-Effekt: Licht in Glasfasern reagiert auf mikroskopisch kleine Dichteschwankungen. Aufgrund der nachfolgenden Streuung kann man auch den Ort im Glasfaser bestimmen.
- Seger- oder Ortonkegel werden weich und kippen bei einer bestimmten Temperatur um, Anwendung zB. beim Brennen von Keramik
- temperaturabhängige Farben: Temperaturmessfarben, Anlassfarben, Glühfarben
- DIN 1304:1994 enthält für Temperaturangaben in K (Kelvin) die Großbuchstaben T und Θ (%THETA) und für Temperaturangaben in °C die Kleinbuchstaben t und θ (%theta) [Klein 2008] S.947. In Abi-Aufgaben wurde bisher T [K] und ϑ [°C] (%vartheta) verwendet und damit Verwechslungen mit der Zeit t und zwischen den anderen Schreibweisen von Theta vermieden.

Wärme ist nur als transportierte Wärmemenge beim Temperaturausgleich zwischen zwei Körpern sinnvoll? Wenn Wärme aus oder in einen Körper fließt, ändert sich dessen innere Energie und ggf. verrichtet er Arbeit (Q+W=U)



Literaturverzeichnis

- [Agricola 1548]: Georg Agricola, De Re Metallica libri XII - 12 Bücher vom Berg- und Hüttenwesen, Wiesbaden 2003?
- BadZtg: , Badische Zeitung, Freiburg
- [Baehr 1973]: Hans Dieter Baehr, Thermodynamik, 1973
- [Baehr 1973]: Hans Dieter Baehr, Thermodynamik, 1973
- [Baehr 1973]: Hans Dieter Baehr, Thermodynamik, 1973
- [Bargel/Schulze 2005]: H.-J. Bargel, G. Schulze, Werkstoffkunde, Berlin 2005
- [Bargel/Schulze 2005]: H.-J. Bargel, G. Schulze, Werkstoffkunde, Berlin 2005
- [Bargel/Schulze 2005]: H.-J. Bargel, G. Schulze, Werkstoffkunde, Berlin 2005
- [Baucke 1982]: Otto Baucke, Waldemar Herwig, Willy Kreyman, Kraftmaschinen - Pumpen - Verdichter, Hamburg 1982
- [Böge Aufg.]: Alfred Böge ua., Aufgabensammlung Technische Mechanik, 1999
- [Böge Aufg.]: Alfred Böge ua., Aufgabensammlung Technische Mechanik, 1999
- [Böge Aufg.]: Alfred Böge ua., Aufgabensammlung Technische Mechanik, 1999
- [Böge Aufg.]: Alfred Böge ua., Aufgabensammlung Technische Mechanik, 1999
- [Böge Aufg.]: Alfred Böge ua., Aufgabensammlung Technische Mechanik, 1999
- [Böge Aufg.]: Alfred Böge ua., Aufgabensammlung Technische Mechanik, 1999
- [Böge Aufg.]: Alfred Böge ua., Aufgabensammlung Technische Mechanik, 1999
- [Böge Aufg.]: Alfred Böge ua., Aufgabensammlung Technische Mechanik, 1999
- [Böge Aufg.]: Alfred Böge ua., Aufgabensammlung Technische Mechanik, 1999
- [Böge Aufg.]: Alfred Böge ua., Aufgabensammlung Technische Mechanik, 1999
- [Böge Aufg.]: Alfred Böge ua., Aufgabensammlung Technische Mechanik, 1999
- [Böge Aufg.]: Alfred Böge ua., Aufgabensammlung Technische Mechanik, 1999
- [Böge Aufg.]: Alfred Böge ua., Aufgabensammlung Technische Mechanik, 1999
- [Böge Aufg.]: Alfred Böge ua., Aufgabensammlung Technische Mechanik, 1999
- [Böge Aufg.]: Alfred Böge ua., Aufgabensammlung Technische Mechanik, 1999
- [Böge Aufg.]: Alfred Böge ua., Aufgabensammlung Technische Mechanik, 1999
- [Böge Aufg.]: Alfred Böge ua., Aufgabensammlung Technische Mechanik, 1999
- [Böge Aufg.]: Alfred Böge ua., Aufgabensammlung Technische Mechanik, 1999
- [Böge, Techn. Mechanik]: Alfred Böge, Technische Mechanik Statik - Dynamik - Fluidmechanik - Festigkeitslehre, 2009
- [Böge, Techn. Mechanik]: Alfred Böge, Technische Mechanik Statik - Dynamik - Fluidmechanik - Festigkeitslehre, 2009
- [Böge, Techn. Mechanik]: Alfred Böge, Technische Mechanik Statik - Dynamik - Fluidmechanik - Festigkeitslehre, 2009
- [Böge, Techn. Mechanik]: Alfred Böge, Technische Mechanik Statik - Dynamik - Fluidmechanik - Festigkeitslehre, 2009
- [Böge, Techn. Mechanik]: Alfred Böge, Technische Mechanik Statik - Dynamik - Fluidmechanik - Festigkeitslehre, 2009
- [Bosch 21]: Ulrich Adler ua., Kraftfahrtechnisches Taschenbuch, Stuttgart 1991
- [Bosch 21]: Ulrich Adler ua., Kraftfahrtechnisches Taschenbuch, Stuttgart 1991
- [Bosch 26]: Karl-Heinz Dietsche ua., Kraftfahrtechnisches Taschenbuch, Wiesbaden 2007
- [Buchholz 2016]: Martin Buchholz, Energie - Wie verschwendet man etwas, das nicht weniger werden kann, Berlin Heidelberg 2016
- [Cerbe 2008]: Günter Cerbe, Gernot Wilhelms, Technische Thermodynamik, München 2008
- [Cerbe 2008]: Günter Cerbe, Gernot Wilhelms, Technische Thermodynamik, München 2008
- [Cerbe 2008]: Günter Cerbe, Gernot Wilhelms, Technische Thermodynamik, München 2008
- [Decker 2009]: Decker et al., Maschinenelemente, München 2009
- [Decker 2009]: Decker et al., Maschinenelemente, München 2009
- [Decker 2009]: Decker et al., Maschinenelemente, München 2009
- [Decker 2009]: Decker et al., Maschinenelemente, München 2009
- [Decker 2009]: Decker et al., Maschinenelemente, München 2009
- [Dubbel 13 II]: Ch. Bouché ua., Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, 1973
- [Dubbel 20]: Wolfgang Beitz ua., Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau, Berlin, Heidelberg 2001
- [Dubbel 20]: Wolfgang Beitz ua., Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau, Berlin, Heidelberg 2001
- [Duden 2006]: -, Duden - Die deutsche Rechtschreibung, Mannheim 2006
- [Duden 2006]: -, Duden - Die deutsche Rechtschreibung, Mannheim 2006
- [EuroRBM]: , Europa Rechenbuch Metall, Haan-Gruiten
- [EuroRBM]: , Europa Rechenbuch Metall, Haan-Gruiten
- [EuroRBM]: , Europa Rechenbuch Metall, Haan-Gruiten



- [EuroRBM]: , Europa Rechenbuch Metall, Haan-Gruiten
[EuroRBM]: , Europa Rechenbuch Metall, Haan-Gruiten
[EuroRBM]: , Europa Rechenbuch Metall, Haan-Gruiten
[EuroRBM]: , Europa Rechenbuch Metall, Haan-Gruiten
[EuroRBM]: , Europa Rechenbuch Metall, Haan-Gruiten
[EuroRBM]: , Europa Rechenbuch Metall, Haan-Gruiten
[EuroTabM]: diverse Autoren, Tabellenbuch Metall, Europa-Verlag, Haan-Gruiten
[EuroTabM]: diverse Autoren, Tabellenbuch Metall, Europa-Verlag, Haan-Gruiten
[EuroTabM]: diverse Autoren, Tabellenbuch Metall, Europa-Verlag, Haan-Gruiten
[EuroTabM]: diverse Autoren, Tabellenbuch Metall, Europa-Verlag, Haan-Gruiten
[EuroTabM]: Ulrich Fischer ua., Tabellenbuch Metall, Haan-Gruiten
[EuroTabM]: Ulrich Fischer ua., Tabellenbuch Metall, Haan-Gruiten
[EuroTabM]: Ulrich Fischer ua., Tabellenbuch Metall, Haan-Gruiten
[EuroTabM45]: Ulrich Fischer ua., Tabellenbuch Metall 45.Auflage, Haan-Gruiten 2011
[EuroTabM46]: Roland Gommeringer ua., Tabellenbuch Metall 46.Auflage, Haan-Gruiten 2014
[EuroTabM46]: Roland Gommeringer ua., Tabellenbuch Metall 46.Auflage, Haan-Gruiten 2014
[EuroTabM46]: Roland Gommeringer ua., Tabellenbuch Metall 46.Auflage, Haan-Gruiten 2014
[EuroTabM46]: Roland Gommeringer ua., Tabellenbuch Metall 46.Auflage, Haan-Gruiten 2014
[EuroTabM46]: Roland Gommeringer ua., Tabellenbuch Metall 46.Auflage, Haan-Gruiten 2014
[EuroTabM46]: Roland Gommeringer ua., Tabellenbuch Metall 46.Auflage, Haan-Gruiten 2014
[EuroTabM46]: Roland Gommeringer ua., Tabellenbuch Metall 46.Auflage, Haan-Gruiten 2014
EuroTabM47: Roland Gommeringer ua., Tabellenbuch Metall 47.Auflage, Haan-Gruiten 2017
EuroTabM47: Roland Gommeringer ua., Tabellenbuch Metall 47.Auflage, Haan-Gruiten 2017
EuroTabM47: Roland Gommeringer ua., Tabellenbuch Metall 47.Auflage, Haan-Gruiten 2017
EuroTabM47: Roland Gommeringer ua., Tabellenbuch Metall 47.Auflage, Haan-Gruiten 2017
EuroTabM47: Roland Gommeringer ua., Tabellenbuch Metall 47.Auflage, Haan-Gruiten 2017
EuroTabM47: Roland Gommeringer ua., Tabellenbuch Metall 47.Auflage, Haan-Gruiten 2017
[Ferguson 1992]: Eugene S. Ferguson, Das innere Auge - von der Kunst des Ingenieurs, Basel 1993
[Ferguson 1992]: Eugene S. Ferguson, Das innere Auge - von der Kunst des Ingenieurs, Basel 1993
[Ganten 2003]: Detlev Ganten ua., Naturwissenschaft - Alles, was man wissen muss, München 2003
[Gross 2015]: Dietmar Gross u.a., Technische Mechanik 3, Berlin 2015
[Gross 2015]: Dietmar Gross u.a., Technische Mechanik 3, Berlin 2015
[Gross 2015]: Dietmar Gross u.a., Technische Mechanik 3, Berlin 2015
[GrundwissenIng14]: Ekbert Hering (Hrsg.), Karl-Heinz Modler (Hrsg.), Grundwissen des Ingenieurs, Leipzig 2007
[GrundwissenIng8]: Dr. Erna Padelt ua., Das Grundwissen des Ingenieurs 8.Auflage, Leipzig 1970
[GrundwissenIng8]: Dr. Erna Padelt ua., Das Grundwissen des Ingenieurs 8.Auflage, Leipzig 1970
[Haberhauer 2008]: Horst Haberhauer, Ferdinand Bodenstein, Maschinenelemente - Gestaltung, Berechnung, Anwendung, Berlin Heidelberg 2008
[Haberhauer 2008]: Horst Haberhauer, Ferdinand Bodenstein, Maschinenelemente - Gestaltung, Berechnung, Anwendung, Berlin Heidelberg 2008
[Haberhauer 2008]: Horst Haberhauer, Ferdinand Bodenstein, Maschinenelemente - Gestaltung, Berechnung, Anwendung, Berlin Heidelberg 2008
[Hering 1992]: Ekbert Hering ua., Physik für Ingenieure, Düsseldorf 1992
[Hering 1992]: Ekbert Hering ua., Physik für Ingenieure, Düsseldorf 1992
[Hering 1992]: Ekbert Hering ua., Physik für Ingenieure, Düsseldorf 1992
[Hütte 29]: Ahrendts ua., Hütte - die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften, Berlin 1989
[Klein 2008]: Dieter Alex ua., Klein Einführung in die DIN-Normen, Berlin 2008
[Klein 2008]: Dieter Alex ua., Klein Einführung in die DIN-Normen, Berlin 2008
[Kurrer 2002]: Karl-Eugen Kurrer, Geschichte der Baustatik, 2002
[Mattheck 2003]: Claus Mattheck, Warum alles kaputt geht, Karlsruhe 2003
[Mattheck 2003]: Claus Mattheck, Warum alles kaputt geht, Karlsruhe 2003
[Müller-Breslau I]: Heinrich F.B. Müller-Breslau, Die graphische Statik der Baukonstruktionen, Leipzig 1901
[Müller-Breslau I]: Heinrich F.B. Müller-Breslau, Die graphische Statik der Baukonstruktionen, Leipzig 1901
[Müller-Breslau III]: Heinrich F.B. Müller-Breslau, Die graphische Statik der Baukonstruktionen - Band II Zweite Abteilung, Leipzig 1908
[Musschenbroeck 1729]: Pieter van Musschenbroek, Dissertationes physicae experimentalis et geometricae de magnete, Leyden 1729
[Rolloff/Matek 1995]: Matek et al., Maschinenelemente, Braunschweig 1995
[Rolloff/Matek 1995]: Matek et al., Maschinenelemente, Braunschweig 1995
[Rolloff/Matek 1995]: Matek et al., Maschinenelemente, Braunschweig 1995
[Rolloff/Matek 2011]: Herbert Wittel et al., Rolloff/Matek Maschinenelemente, Wiesbaden 2011
[Schneider21]: Andrej Albert ua., Bautabellen für Ingenieure, 21.Auflage, Köln 2014
[Schneider21]: Andrej Albert ua., Bautabellen für Ingenieure, 21.Auflage, Köln 2014
[Schneider21]: Andrej Albert ua., Bautabellen für Ingenieure, 21.Auflage, Köln 2014



- [Schneider21]: Andrej Albert ua., Bautabellen für Ingenieure, 21.Auflage,, Köln 2014
[Schuberth 2000]: Reinhard Schuberth, Technologie Energie, Hamburg 2000
[Schwab 2013]: Rainer Schwab, Werkstoffkunde und Werkstoffprüfung für Dummies, Weinheim 2013
SdW: wechselnde Autoren, Spektrum der Wissenschaft, Heidelberg
SdW: wechselnde Autoren, Spektrum der Wissenschaft, Heidelberg
SdW: wechselnde Autoren, Spektrum der Wissenschaft, Heidelberg
[Skolaut 2014]: Werner Skolaut (Hrsg.), Maschinenbau - Ein Lehrbuch für das ganze Bachelor-Studium, Berlin Heidelberg 2014
[Skolaut 2014]: Werner Skolaut (Hrsg.), Maschinenbau - Ein Lehrbuch für das ganze Bachelor-Studium, Berlin Heidelberg 2014
[Skolaut 2014]: Werner Skolaut (Hrsg.), Maschinenbau - Ein Lehrbuch für das ganze Bachelor-Studium, Berlin Heidelberg 2014
[Skolaut 2014]: Werner Skolaut (Hrsg.), Maschinenbau - Ein Lehrbuch für das ganze Bachelor-Studium, Berlin Heidelberg 2014
[Skolaut 2014]: Werner Skolaut (Hrsg.), Maschinenbau - Ein Lehrbuch für das ganze Bachelor-Studium, Berlin Heidelberg 2014
[Steinhilper 2007 I]: Albers u.a., Konstruktionselemente des Maschinenbaus 1, Berlin 2007
[Steinhilper 2007 I]: Albers u.a., Konstruktionselemente des Maschinenbaus 1, Berlin 2007
[TabB Kfz HJ]: Elbl ua., Tabellenbuch Fahrzeugtechnik,
[Tipler 1995]: Paul Tipler, Physik, 1995
[Tipler 1995]: Paul Tipler, Physik, Heidelberg ua. 1994
[Varignon 1725]: Pierre Varignon, Nouvelle mecanique ou statique, Paris 1725
VDI: , vdi-nachrichten, Düsseldorf
[Wagner 1990]: Hermann Th. Wagner ua., Strömungs- und Kolbenmaschinen, Braunschweig 1990
Wiki Wasserdampf: , Wasserdampf,
Wikipedia: , , 07.03.2010, 16:45