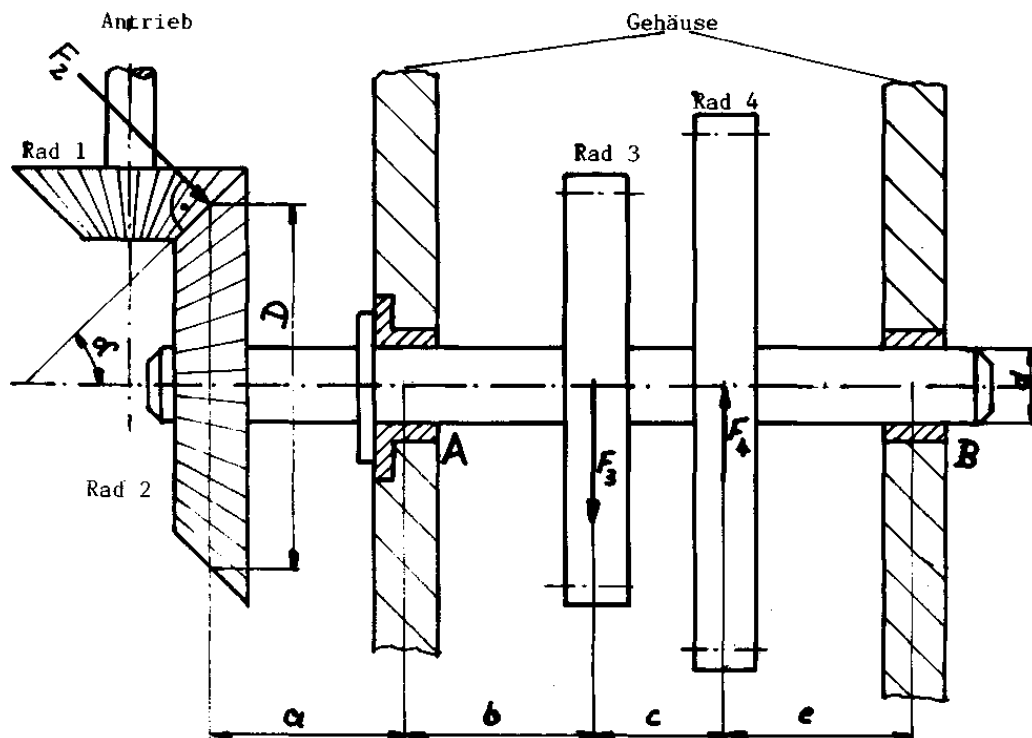




tgt HP 1989/90-2: Getriebewelle

Eine Getriebewelle wird über ein Kegelradgetriebe angetrieben. Das treibende Rad 1 übt die Kraft F_2 auf Rad 2 in der Zahnmitte aus.



$$\begin{aligned} F_2 &= 1,7 \text{ kN} \\ F_3 &= 3,5 \text{ kN} \\ F_4 &= 1,6 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 160 \text{ mm} \\ a &= 70 \text{ mm} \\ b &= 56 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha &= 45^\circ \\ c &= 44 \text{ mm} \\ e &= 56 \text{ mm} \end{aligned}$$

Teilaufgaben:		Punkte
1	Ermitteln Sie zeichnerisch die Auflagerkräfte in A und B.	6,0
2	Bestimmen Sie rechnerisch das größte Biegemoment M_{bmax} , wenn $F_A = 3 \text{ kN}$ unter 113° zur Waagrechten und $F_B = 0,3 \text{ kN}$ angenommen werden.	5,0
3	Am Rad 2 greift eine in der Lageskizze nicht eingezeichnete Zahnkraft $F_Z = 3,1 \text{ kN}$ tangential in der Zahnmitte an und erzeugt ein Torsionsmoment. Welche Leistung nimmt die Welle bei $n = 710 \text{ l/min}$ auf ?	3,0
4	Berechnen Sie den Wellendurchmesser d , wenn eine Leistung von 19 kW bei 710 1/min übertragen werden soll und $\tau_{zul} = 65 \text{ N/mm}^2$ beträgt.	2,5
5	Die Welle soll als Hohlwelle berechnet werden. Wie groß werden Außendurchmesser d_a und Innendurchmesser d_i , wenn $d_a/d_i \approx 1,4$ sein soll und $W_p = 4 \text{ cm}^3$ beträgt ?	3,0
6	Wie viel Prozent Gewicht kann beim Einsatz einer Hohlwelle mit $d_a = 31 \text{ mm}$ und $d_i = 22 \text{ mm}$ gegenüber einer Vollwelle mit $d = 28 \text{ mm}$ eingespart werden ?	3,0
7	Bestimmen Sie den Bundaußendurchmesser des Axiallagers bei A, wenn der Wellendurchmesser $d = 28 \text{ mm}$ und die Flächenpressung $p_{zul} = 5 \text{ N/mm}^2$ betragen (Vollwelle).	3,0

Alle Teilaufgaben sind unabhängig voneinander lösbar.

$\Sigma = 22,5$

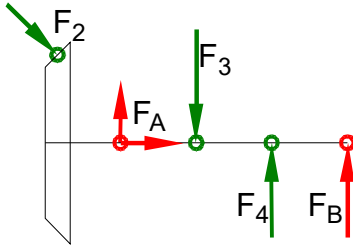


Lösungsvorschläge

Teilaufgaben:

Punkte
6,0

1 LS Getriebewelle



Rechnerische Lösung (nicht gefragt)

$$F_{2x} = F_2 \cdot \sin \alpha = 1,7 \text{ kN} \cdot \sin 45^\circ = 1,20 \text{ kN}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \cos \alpha = 1,7 \text{ kN} \cdot \cos 45^\circ = 1,20 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_A = 0 = -F_{2x} \cdot \frac{D}{2} + F_{2y} \cdot a - F_3 \cdot b + F_4 \cdot (b+c) + F_B \cdot (b+c+e)$$

$$F_B = \frac{F_{2x} \cdot \frac{D}{2} - F_{2y} \cdot a + F_3 \cdot b + F_4 \cdot (b+c)}{b+c+e}$$

$$= \frac{1,20 \text{ kN} \cdot \frac{160 \text{ mm}}{2} - 1,20 \text{ kN} \cdot 70 \text{ mm} + 3,5 \text{ kN} \cdot 56 \text{ mm} + 1,6 \text{ kN} \cdot (56 + 44) \text{ mm}}{56 \text{ mm} + 44 \text{ mm} + 56 \text{ mm}} = 308 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0 = F_{2x} + F_{Ax} \Rightarrow F_{Ax} = -F_{2x} = -1,20 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 = -F_{2y} + F_{Ay} - F_3 + F_4 - F_B \Rightarrow$$

$$F_{Ay} = F_{2y} + F_3 - F_4 + F_B = 1,2 \text{ kN} + 3,5 \text{ kN} - 1,6 \text{ kN} - 308 \text{ N} = 2,80 \text{ kN}$$

$$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(-1,20 \text{ kN})^2 + (2,80 \text{ kN})^2} = 3,0 \text{ kN}$$

$$\alpha_A = \arctan \frac{F_{Ay}}{F_{Ax}} = \arctan \frac{2,80 \text{ kN}}{-1,20 \text{ kN}} = -66,8^\circ$$

$\alpha_A = 66,8^\circ$ nach links oben gegen die negative x-Achse bzw.

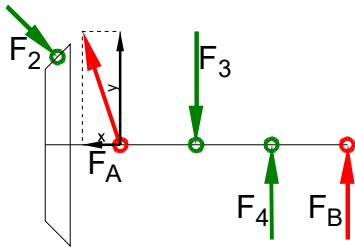
$\alpha_A = 113,2^\circ$ gegen die positive x-Achse bzw.

Zeichnerische Lösung per Schlusslinien-Verfahren



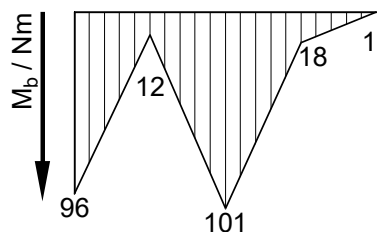
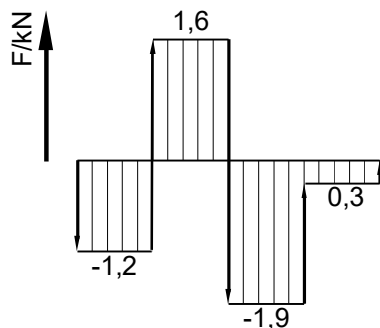
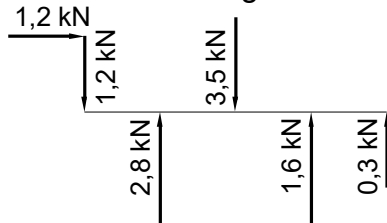
2 LS Getriebewelle

5,0



$M_{bmax} = 102 \text{ Nm}$ am Zahnrad 3 (der Größte der Beträge)

Grafische Lösung



Rechnung zur Grafik

$$M_2 = 1,2 \text{ kN} \cdot \frac{160}{2} \text{ mm} = 96 \text{ Nm}$$

$$M_A = M_2 - 1,2 \text{ kN} \cdot 70 \text{ mm} = 12 \text{ Nm}$$

$$M_3 = M_A + 1,6 \text{ kN} \cdot 56 \text{ mm} = 102 \text{ Nm}$$

$$M_4 = M_3 - 1,9 \text{ kN} \cdot 44 \text{ mm} = 18 \text{ Nm}$$

$$M_B = M_4 - 0,34 \text{ kN} \cdot 56 \text{ mm} = 1 \text{ Nm}$$

($M_B \neq 0$ wegen Rundungsungenauigkeiten)

Rechnerische Lösung:

$$M_2(\text{links}) = |-F_{2x} \cdot \frac{D}{2}| = 1,7 \text{ kN} \cdot \sin 45^\circ \cdot \frac{160 \text{ mm}}{2} = 96,1 \text{ Nm}$$

$$M_A(\text{links}) = |-F_{2x} \cdot \frac{D}{2} + F_{2y} \cdot a|$$

$$= -96,1 + 1,7 \text{ kN} \cdot \cos 45^\circ \cdot 70 \text{ mm} = 12,0 \text{ Nm}$$

$$M_3(\text{rechts}) = |+F_4 \cdot c + F_B \cdot (c + e)| = 1,6 \text{ kN} \cdot 44 \text{ mm} + 0,3 \text{ kN} \cdot (44 + 56) \text{ mm} = 100,4 \text{ Nm}$$

$$M_4(\text{rechts}) = |+F_B \cdot e| = 0,3 \text{ kN} \cdot 56 \text{ mm} = 16,8 \text{ Nm}$$

Biegemoment ermitteln (mit versetzten Axialkräften)

$$3 \quad M_t = F_z \cdot \frac{D}{2} = 3,1 \text{ kN} \cdot \frac{160 \text{ mm}}{2} = 248 \text{ Nm} \quad 3,0$$

$$P_W = 2\pi \cdot M_t \cdot n = 2\pi \cdot 248 \text{ Nm} \cdot 710 \text{ min}^{-1} = 18,4 \text{ kW}$$

Drehmoment und Leistung

$$4 \quad P = 2\pi \cdot M \cdot n \Rightarrow M_t = \frac{P_W}{2\pi \cdot n} = \frac{19 \text{ kW}}{2\pi \cdot 710 \text{ min}^{-1}} = 255,5 \text{ Nm} \quad 2,5$$

$$\frac{\tau_{tF}}{\sqrt{v}} = \tau_{tzul} > \tau_t = \frac{M_t}{W_p} \Rightarrow$$

$$W_{perf} = \frac{M_t}{\tau_{tzul}} = \frac{255,5 \text{ Nm}}{65 \text{ N/mm}^2} = 3,93 \text{ cm}^3$$

$$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \Rightarrow d_{erf} = \sqrt[3]{\frac{W_{perf} \cdot 16}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3931 \text{ mm}^3 \cdot 16}{\pi}} = 27,2 \text{ mm}$$

Erforderlicher Durchmesser bei Torsion Durchmesser



$$5 \quad W_p = \frac{\pi \cdot (d_a^4 - d_i^4)}{16 \cdot d_a} = \frac{\pi \cdot ((1,4 \cdot d_i)^4 - d_i^4)}{16 \cdot 1,4 \cdot d_i} = d_i^3 \cdot \frac{\pi \cdot (1,4^4 - 1)}{16 \cdot 1,4} \Rightarrow \quad 3,0$$

$$d_{ierf} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1,4 \cdot W_{perf}}{\pi \cdot (1,4^4 - 1)}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1,4 \cdot 4 \text{ cm}^3}{\pi \cdot (1,4^4 - 1)}} = 21,6 \text{ mm}$$

$$d_{aerf} = 1,4 \cdot d_i = 1,4 \cdot 21,6 \text{ mm} = 30,2 \text{ mm}$$

Erforderlicher Durchmesser bei Torsion einer Hohlwelle

$$6 \quad S_{Hohl} = \frac{\pi \cdot (d_a^2 - d_i^2)}{4} = \frac{\pi \cdot (31^2 - 22^2) \text{ mm}^2}{4} = 374,6 \text{ mm}^2 \quad 3,0$$

$$S_{Rund} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (28 \text{ mm})^2}{4} = 615,8 \text{ mm}^2$$

$$Ersparnis = 1 - \frac{S_{Hohl}}{S_{Rund}} = 1 - \frac{374,6 \text{ mm}^2}{615,8 \text{ mm}^2} = 39,2 \%$$

Vergleich Vollwelle – Hohlwelle bei Torsion

$$7 \quad \text{Maximaler Bohrungsdurchmesser gegen Flächenpressung:} \quad 3,0$$

$$p_{zul} = \frac{F}{A} \rightarrow A_{erf} = \frac{F_2 \cdot \cos 45^\circ}{p_{zul}} = \frac{1,7 \text{ kN} \cdot \cos 45^\circ}{5 \text{ N/mm}^2} = 234,4 \text{ mm}^2$$

$$A = \frac{\pi \cdot (d_a^2 - d^2)}{4} \rightarrow d_a = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi} - d^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 234,4 \text{ mm}^2}{\pi} + (28 \text{ mm})^2} = 33,0 \text{ mm}$$

Der Bund muss mindestens $d_a = \text{Ø}33,0 \text{ mm}$ groß sein.

Flächenpressung (Kreisring, ungewöhnliche Aufgabenstellung)

Alle Teilaufgaben sind unabhängig voneinander lösbar.

$\Sigma = 22,5$