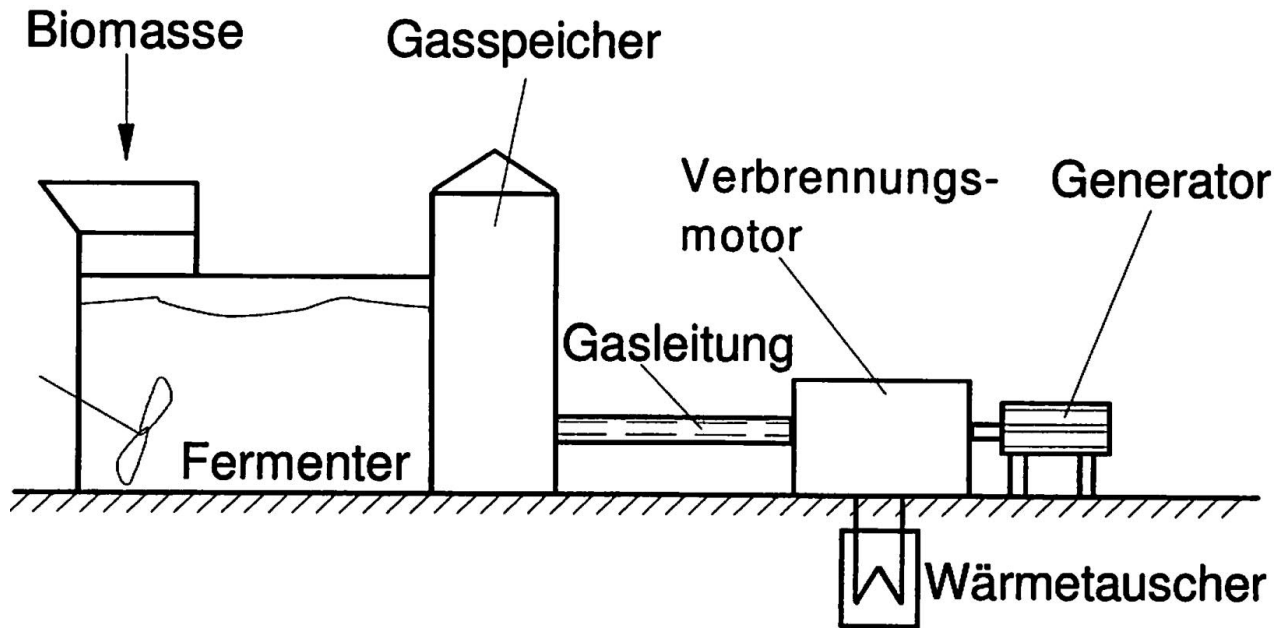




tgt HP 2011/12-1: Biogasanlage mit Verbrennungsmotor



Teilaufgaben:	Punkte
1 Das produzierte Biogas wird in elektrische Energie und Wärme umgewandelt.	2,0
1.1 Der eingesetzte 5-Zylinder Verbrennungsmotor (Zündstrahlmotor) verbraucht in der Stunde 58 m^3 Biogas. Der Heizwert des Gases beträgt $21,5 \text{ MJ/m}^3$. Berechnen Sie den täglichen Energiebedarf des Motors in kWh.	
1.2 Der Motor treibt einen Generator an.	3,0
Daten:	
Motorleistung	$P = 150 \text{ kW}$
Wirkungsgrad des Generators	$\eta_G = 0,95$
Energiebedarf je Haushalt	$= 4000 \text{ kWh/Jahr}$
Energiebedarf der Anlage	$= 10 \%$
Wie viele Haushalte können mit elektrischer Energie versorgt werden?	
1.3 Skizzieren Sie das Blockschaltbild der Biogasanlage mit den auftretenden Energieformen.	3,0
1.4 Die Energiebilanz des Verbrennungsmotors ergibt folgende Daten:	3,0
Mechanische Energie:	44 %
Verluste durch Wärmestrahlung:	3 %
Verluste durch Abgasleitung:	5 %
Zeichnen Sie das Energieflussdiagramm (Sankey- Diagramm) und geben Sie den Anteil der Nutzwärme an.	



- 2 Der Zündstrahlmotor verdichtet das angesaugte Biogas-Luftgemisch. Durch Einspritzen des Zündöls erfolgt die Verbrennung. Der Kreisprozess setzt sich aus folgenden fünf Zustandsänderungen zusammen:
- 1 – 2: Adiabate Kompression von $p_1 = 1,8 \text{ bar}$; $\vartheta_1 = 60 \text{ °C}$; $V_1 = 1,8 \text{ l}$; $\varepsilon = 18:1$
 - 2 – 3: Gleichraum-Verbrennung auf den Druck von 110 bar
 - 3 – 4: Gleichdruck-Verbrennung bis zum Volumen von 0,18 l
 - 4 – 5: Adiabate Expansion auf $V_5 = 1,8 \text{ l}$
 - 5 – 1: Isochore Entspannung

Rechnen Sie mit den Werten von Luft.

- | | | |
|-----|--|-----|
| 2.1 | Skizzieren Sie den Kreisprozess in einem p,V- Diagramm und nummerieren Sie die Eckpunkte. Kennzeichnen Sie durch Pfeile, wo Arbeit bzw. Wärme zu- bzw. abgeführt wird. | 5,0 |
| 2.2 | Berechnen Sie die Masse des Gemisches. | 1,0 |
| 2.3 | Berechnen Sie die fehlenden Zustandsgrößen und stellen Sie die Ergebnisse in einer Tabelle dar. | 6,0 |
| 2.4 | Berechnen Sie die Nutzarbeit. | 4,0 |
| 2.5 | Berechnen Sie den thermischen Wirkungsgrad des Motors. | 3,0 |

$\Sigma=30,0$



Lösungsvorschläge

1

1.1 Täglich benötigtes Gasvolumen

$$V_{\text{Tag}} = \dot{V} \cdot 1 \text{ Tag} = 58 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot 24 \text{ h} = 1392 \text{ m}^3$$

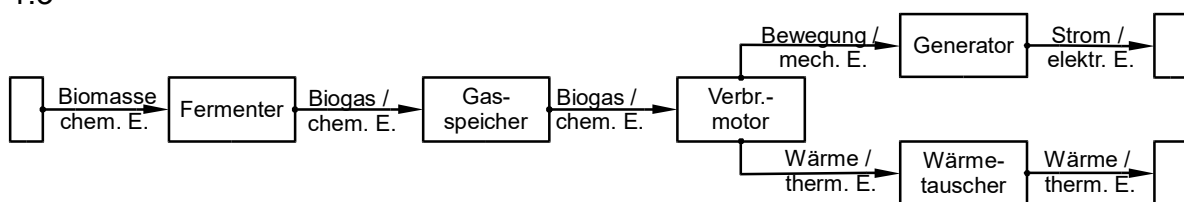
Energieinhalt des Tagesvolumens

$$Q = V_{\text{Tag}} \cdot H_U = 1392 \text{ m}^3 \cdot 21,5 \frac{\text{MJ}}{\text{m}^3} = 29928 \text{ MJ} = 29928 \text{ MWs} = 29928 \text{ MW} \frac{\text{h}}{3600} = 8313,3 \text{ kWh}$$

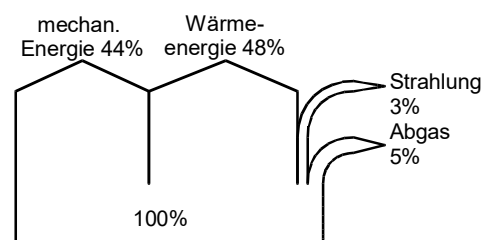
$$1.2 \quad n_{\text{HH}} = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{HH}}} = \frac{P_M \cdot \eta_G \cdot \eta_A}{P_{\text{HH}}} = \frac{150 \text{ kW} \cdot 0,95 \cdot (1 - 10\%)}{4000 \frac{\text{kWh}}{\text{Jahr}}} = \frac{128,25}{4000 \frac{\text{h}}{365 \cdot 24 \text{ h}}} = 280,9$$

Es können durchschnittlich 280 Haushalte versorgt werden.

1.3



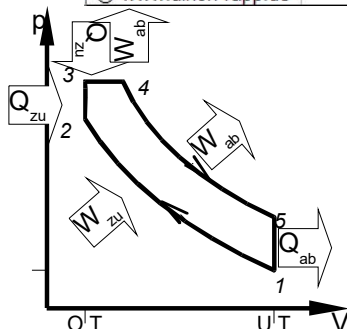
1.4 Bei Sankey-Diagrammen muss man unterscheiden, ob sich die Prozentangaben auf die anfänglichen 100% beziehen oder auf den jeweils auf den vorhergehenden Zweig. Hier ist nur die erste Möglichkeit sinnvoll.



2

Ergebnisse		Aufgabe: HP 2011/12-1 Biogasanlage 2.3													
		1E+05	1E+03	1E+00	1E+00	1E+03	1E+00	1E+03	1E+00	1E+03	1E+03	1E+03	1E+03	1E+00	1E+00
Zustand	Typ	p	V	T	θ	w	W	q	Q	m	cp	cv	Rs	χ	ε
1		1,80	1,80	333,2	60,0					3,389	1,005	0,718	0,287	1,400	
12	a					520	1763,1	0,0	0,0		1,005	0,718	0,287	1,400	18,00
23	c	102,87	0,10	1057,8	784,6					3,389	1,005	0,718	0,287	1,400	
2						0	0,0	52,6	178,3		1,005	0,718	0,287	1,400	1,00
3		110,00	0,10	1131,1	857,9					3,389	1,005	0,718	0,287	1,400	
34	b					-260	-880,0	909,4	3081,5		1,005	0,718	0,287	1,400	0,56
4		110,00	0,18	2035,9	1762,8					3,389	1,005	0,718	0,287	1,400	
45	a					-879	-2980,2	0,0	0,0		1,005	0,718	0,287	1,400	0,10
5		4,38	1,80	811,0	537,9					3,389	1,005	0,718	0,287	1,400	
51	c					0	0,0	-343,1	-1162,7		1,005	0,718	0,287	1,400	1,00
1		1,80	1,80	333,2	60,0					3,389	1,005	0,718	0,287	1,400	
						ΣwNutz	ΣWnu	Σq	ΣQ		η _{therm}				
						-619	-2097,1	618,9	2097,1		0,64				
						Σwab	ΣWab	Σqab	ΣQab		η _{carnot}				
						-1139	-3860,2	-343,1	-1162,7		0,84				
						Σwzu	ΣWzu	Σqzu	ΣQzu						
						520	1763,1	962,0	3259,8						

2.1



$$2.2 \quad p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T \Rightarrow$$

$$m_h = \frac{p_1 \cdot V_h}{R_i \cdot T_1} = \frac{1,8 \text{ bar} \cdot 1,8 \text{ dm}^3}{287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot (273 + 60) \text{ K}}$$

$$= \frac{1,8 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 1,8 \cdot (0,1 \text{ m})^3}{287 \text{ Nm} \cdot 333} \text{ kg} = 3,39 \text{ g}$$



2.3 Zustandsänderung 1 – 2 (adiabatisch)

$$\epsilon = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{\epsilon} = \frac{1,8\text{ l}}{18} = 0,1\text{ l}$$

Zustand	p [bar]	V [l]	T [K]
1	1,8	1,8	333
2	103,0	0,1	1058,2
3	110,0	0,1	1130,1
4	110,0	0,18	2035,9
5	4,38	1,8	810,5

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1}$$

$$\Rightarrow p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa} = 1,8\text{ bar} \cdot 18^{1,40} = 103,0\text{ bar}$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \left[\frac{V_1}{V_2}\right]^{\kappa-1} = 333\text{ K} \cdot 18^{1,40-1} = 1058,2\text{ K}$$

Zustandsänderung 2 – 3 (isochor)

$$V = \text{const} \Rightarrow V_3 = V_2 = 0,1\text{ l}$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow$$

$$T_3 = \frac{p_3}{p_2} \cdot T_2 = \frac{110\text{ bar}}{103\text{ bar}} \cdot 1058,2\text{ K} = 1130,1\text{ K}$$

Zustandsänderung 3 – 4 (isobar)

$$p = \text{const} \Rightarrow p_4 = p_3 = 110\text{ bar}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow$$

$$T_4 = T_3 \cdot \frac{V_4}{V_3} = 1130,1\text{ K} \cdot \frac{0,18\text{ l}}{0,10\text{ l}} = 2034,2\text{ K}$$

Zustandsänderung 4 – 5 (adiabatisch)

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} \Rightarrow p_5 = p_4 \cdot \left(\frac{V_4}{V_5}\right)^{\kappa} = 110\text{ bar} \cdot \left(\frac{0,18\text{ l}}{1,8\text{ l}}\right)^{1,40} = 4,38\text{ bar}$$

$$T_5 = T_4 \cdot \left(\frac{V_4}{V_5}\right)^{\kappa-1} = 2035,9\text{ K} \cdot \left(\frac{0,18\text{ l}}{1,8\text{ l}}\right)^{1,40-1} = 810,5\text{ K}$$

2.4 Nutzarbeit W_{Nutz}

$$W_{\text{Nutz}} = \Sigma W = +W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{45} + W_{51} = 1763,8\text{ J} + 0 - 880\text{ J} - 2980,5\text{ J} + 0 = -2096,7\text{ J}$$

$$W_{12} = -\frac{m \cdot R_i \cdot T_1}{1-\kappa} \cdot \left(\left[\frac{V_1}{V_2} \right]^{\kappa-1} - 1 \right) = -\frac{3,39\text{ g} \cdot 287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 333\text{ K}}{1-1,4} \cdot (18^{1,4-1} - 1) = +1763,8\text{ J}$$

$$W_{34} = -p_3 \cdot \Delta V_{34} = -110\text{ bar} \cdot (0,18 - 0,1)\text{ dm}^3 = -110 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 0,08(0,1\text{ m})^3 = -880\text{ J}$$

$$W_{45} = -\frac{m \cdot R_i \cdot T_4}{1-\kappa} \cdot \left(\left[\frac{V_4}{V_5} \right]^{\kappa-1} - 1 \right) = -\frac{3,39\text{ g} \cdot 287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 2035,9\text{ K}}{1-1,4} \cdot \left(\left[\frac{0,18\text{ l}}{1,8\text{ l}} \right]^{1,4-1} - 1 \right) = -2980,5\text{ J}$$

oder

$$0 = \Sigma Q + \Sigma W = \Sigma Q + W_{\text{Nutz}} \Rightarrow$$

$$W_{\text{Nutz}} = -Q_{12} - Q_{23} - Q_{34} - Q_{45} - Q_{51} = 0 - 175\text{ J} - 3086\text{ J} - 0 - (-1162,2\text{ J}) = -2098,8\text{ J}$$

$$Q_{23} = c_V \cdot m \cdot \Delta T_{23} = 718 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 3,39\text{ g} \cdot (1130,1\text{ K} - 1058,2\text{ K}) = 175,0\text{ J}$$

$$Q_{34} = c_p \cdot m \cdot \Delta T_{34} = 1005 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 3,39\text{ g} \cdot (2035,9\text{ K} - 1130,1\text{ K}) = 3086,0\text{ J}$$

$$Q_{51} = c_V \cdot m \cdot \Delta T_{51} = 718 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 3,39\text{ g} \cdot (333\text{ K} - 810,5\text{ K}) = -1162,2\text{ J}$$



2.5 Thermischer Wirkungsgrad η

$$\eta_{therm} = \frac{|W_{Nutz}|}{Q_{zu}} = \frac{|W_{Nutz}|}{Q_{23} + Q_{34}} = \frac{|-2098 J|}{175 J + 3086 J} = 0,643$$