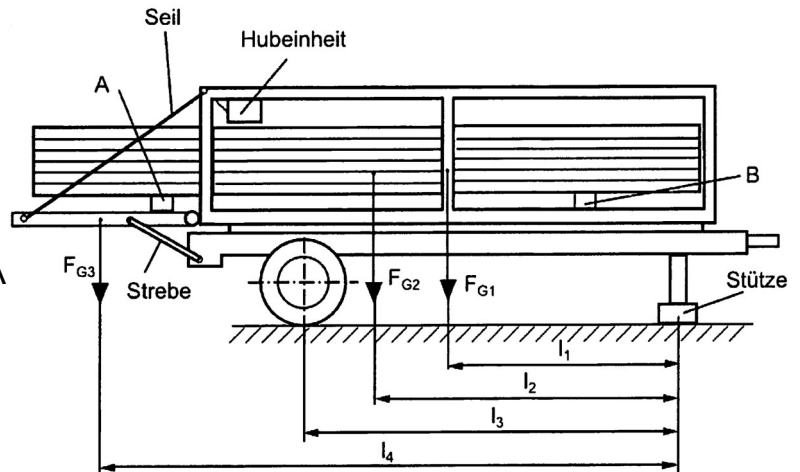




tgt HP 2016/17-1: PKW-Anhänger

Beim Transport besonders langer Holzbretter bleibt, wie in der Zeichnung dargestellt, die Ladeklappe des PKW-Anhängers in horizontaler Stellung. Sie wird hierzu beidseitig mit je einer Strebe am Rahmen des Anhängers abgestützt. Das Seil bleibt hierbei unbelastet. Die Ladung liegt an den bezeichneten Stellen A und B auf je einem quer fixierten Rechteckprofil auf.

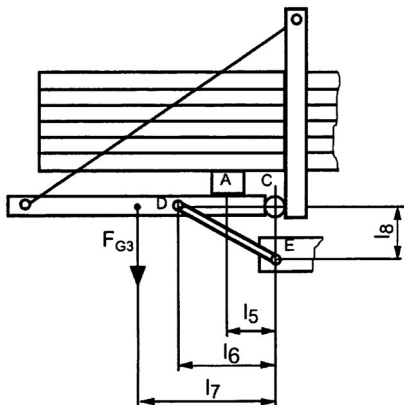
Vor dem Ankoppeln an den PKW steht der Anhänger in der gezeichneten Position auf zwei Rädern und einer Stütze.



Daten:

Gewichtskraft des Anhängers	$F_{G1} = 5000 \text{ N}$
Gewichtskraft der Ladung	$F_{G2} = 1500 \text{ N}$
Gewichtskraft der Ladeklappe	$F_{G3} = 1000 \text{ N}$
Länge 1	$l_1 = 900 \text{ mm}$
Länge 2	$l_2 = 1500 \text{ mm}$
Länge 3	$l_3 = 1800 \text{ mm}$
Länge 4	$l_4 = 3000 \text{ mm}$

- 1.1 Berechnen Sie die Aufstandskräfte in den Rädern sowie in der Stütze. 4,0
- 1.2 Berechnen Sie die Kraft F_C in der Lagerstelle C sowie die wirksame Kraft F_D in einer Strebe. Die Gewichtskraft der Holzbretter F_{G2} teilt sich gleichmäßig auf die beiden Querbalken A und B auf. Das Seil ist weiterhin unbelastet. 5,0

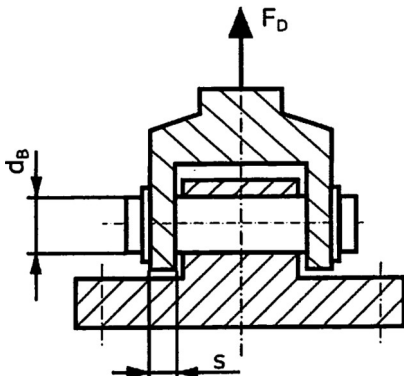


Skizze der Ansicht für eine Seite:

Daten:

$l_5 = 400 \text{ mm}$
$l_6 = 600 \text{ mm}$
$l_7 = 800 \text{ mm}$
$l_8 = 300 \text{ mm}$

- 1.3 Die Strebe ist mittels einer Bolzenverbindung mit dem Unterbau des Anhängers im Punkt E verbunden. Der Bolzen besteht aus C15E. 4,0



Daten:

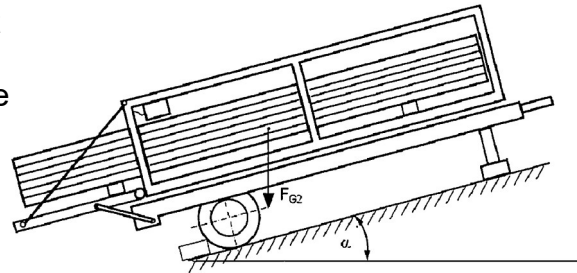
Kraft in Lager D	$F_D = 2050 \text{ N}$
Stegbreite	$s = 10 \text{ mm}$
Sicherheit gegen Abscheren	$v = 4,5$
Zulässige Flächenpressung	$p_{zul} = 15 \text{ N/mm}^2$

Dimensionieren Sie den erforderlichen Bolzendurchmesser d_B .



- 2 Der Anhänger steht kurz nach dem Beladen mit Holzbrettern auf einer steilen Straße mit einem Steigungswinkel von $\alpha = 15^\circ$. Die Ladung wurde noch nicht gesichert.

3,0



Weisen Sie nach, ob die Holzbretter von den Rechteckprofilen aus Stahl herunterrutschen, wenn von trockenen Bedingungen ausgegangen wird.

- 3 Nach dem Entladen des Anhängers (wieder auf waagerechter Straße) wird die Strebe entfernt und die Ladeklappe mittels einer Hubeinheit in die senkrechte Stellung gebracht. Die Hubeinheit besteht aus einem Elektromotor, einem Schneckentrieb und einer Seiltrommel.

Daten:

Motorleistung	$P_M =$	1,2 kW
Motordrehzahl	$n_M =$	710 1/min
Motorwirkungsgrad	$\eta_M =$	0,9
Getriebewirkungsgrad	$\eta_G =$	0,8
Übersetzung	$i =$	40:1
Durchmesser der Seiltrommel	$d_{Tr} =$	250 mm
Verluste in der Seiltrommel	$=$	15%

- 3.1 Skizzieren Sie den Energiefluss in der Hubeinheit mit Hilfe eines Blockschaltbildes und berechnen Sie den Gesamtwirkungsgrad.

3,0

- 3.2 Begründen Sie, warum ein Schneckengetriebe eingesetzt wurde.

1,0

- 3.3 Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit der das Seil hochgezogen wird.

2,0

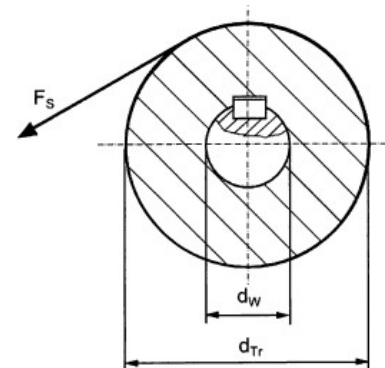
- 3.4 Das Seil besteht aus Einzeldrähten mit einem Durchmesser von je 1,2 mm und einer Zugfestigkeit von $R_m = 780 \text{ N/mm}^2$. Ermitteln Sie die Anzahl der Einzeldrähte bei einer 4-fachen Sicherheit gegen Bruch. Die Seilkraft beträgt 700 N.

3,0

- 4 Die Seiltrommel ist mittels einer Passfeder mit der Welle verbunden.

Daten:

Wellendurchmesser	$d_W =$	40 mm
Zulässige Flächenpressung	$p_{zul} =$	20 N/mm ²
Durchmesser der Seiltrommel	$d_{Tr} =$	250 mm
Seilkraft	$F_S =$	700 N



- 4.1 Dimensionieren Sie die Passfeder DIN 6885 Form B und geben Sie diese normgerecht an.

4,0

- 4.2 Für die berechnete Länge der Passfeder steht nicht genug Einbautiefe zur Verfügung. Nennen Sie einen konstruktiven Vorschlag für die Verbindung zwischen Seiltrommel und Welle.

1,0

30,0



Lösungen

1

1.1 Lageskizze des Anhängers mit Ladung

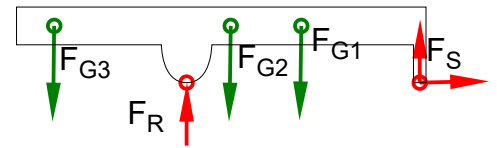
$$\Sigma M_S = 0 = F_{G1} \cdot l_1 + F_{G2} \cdot l_2 - F_R \cdot l_3 + F_{G3} \cdot l_4 \Rightarrow$$

$$F_R = \frac{F_{G1} \cdot l_1 + F_{G2} \cdot l_2 + F_{G3} \cdot l_4}{l_3}$$

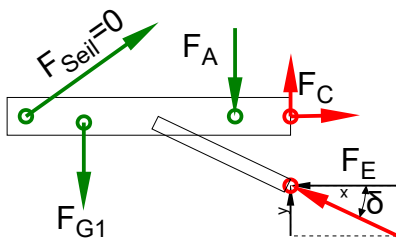
$$= \frac{5000 \text{ N} \cdot 900 \text{ mm} + 1500 \text{ N} \cdot 1500 \text{ mm} + 1000 \text{ N} \cdot 3000 \text{ mm}}{1800 \text{ mm}} = 5416,7 \text{ N} \quad (\text{Achse})$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_S - F_{G1} - F_{G2} + F_R - F_{G3} \Rightarrow$$

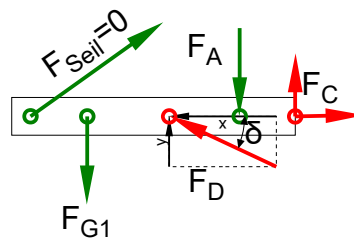
$$F_S = F_{G1} + F_{G2} - F_R + F_{G3} = 5000 \text{ N} + 1500 \text{ N} - 5416,7 \text{ N} + 1000 \text{ N} = 2083,3 \text{ N}$$



1.2 Lageskizze der Ladeklappe mit Strebe



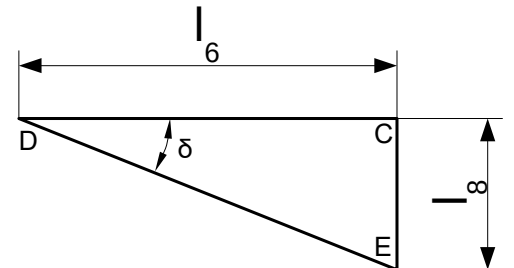
Lageskizze der Ladeklappe ohne Strebe



$$F_A = \frac{F_{G2}}{2} = \frac{1500 \text{ N}}{2} = 750 \text{ N} \quad ; \quad F_{DE} = F_D = F_E \quad (\text{kann an D oder E angesetzt werden})$$

Ermittlung des Winkels δ (=Winkel CDE):

$$\delta = \arctan \frac{l_8}{l_6} = \arctan \frac{300 \text{ mm}}{600 \text{ mm}} = \arctan 0,5 = 26,57^\circ$$



Ermittlung der Kräfte:

anhand Lageskizze ohne Strebe

$$\Sigma M_C = 0 = F_A \cdot l_5 - F_{DEy} \cdot l_6 + F_{G3} \cdot l_7 = F_A \cdot l_5 - F_{DE} \cdot \sin \delta \cdot l_6 + F_{G3} \cdot l_7 \Rightarrow$$

$$F_{DE} = \frac{F_A \cdot l_5 + F_{G3} \cdot l_7}{\sin \delta \cdot l_6} = \frac{750 \text{ N} \cdot 400 \text{ mm} + 1000 \text{ N} \cdot 800 \text{ mm}}{\sin 26,57^\circ \cdot 600 \text{ mm}} = 4099,5 \text{ N} \quad (2049,7 \text{ N je Seite})$$

anhand Lageskizze mit Strebe

$$\Sigma M_C = 0 = F_A \cdot l_5 - F_{DEx} \cdot l_8 + F_{G3} \cdot l_7 = F_A \cdot l_5 - F_{DE} \cdot \cos \delta \cdot l_8 + F_{G3} \cdot l_7 \Rightarrow$$

$$F_{DE} = \frac{F_A \cdot l_5 + F_{G3} \cdot l_7}{\cos \delta \cdot l_8} = \frac{750 \text{ N} \cdot 400 \text{ mm} + 1000 \text{ N} \cdot 800 \text{ mm}}{\cos 26,57^\circ \cdot 300 \text{ mm}} = 4099,5 \text{ N} \quad (2049,7 \text{ N je Seite})$$

in allen Fällen

$$\Sigma F_x = 0 = -F_{DEx} + F_{Cx} \Rightarrow$$

$$F_{Cx} = F_{DE} \cdot \cos \delta = 4099,5 \text{ N} \cdot \cos 26,57^\circ = 3666,7 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 = -F_{G3} + F_{DEy} - F_A + F_{Cy} \Rightarrow$$

$$F_{Cy} = +F_{G3} - F_{DE} \cdot \sin \delta + F_A = +1000 \text{ N} - 4099,5 \text{ N} \cdot \sin 26,57^\circ + 750 \text{ N} = -83,3 \text{ N}$$

$$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{(3666,7 \text{ N})^2 + (-83,3 \text{ N})^2} = 3668 \text{ N}$$

$$\alpha_A = \arctan \frac{F_{Cy}}{F_{Cx}} = \arctan \frac{-83,3 \text{ N}}{3666,7 \text{ N}} = -1,3^\circ \text{ nach rechts unten gegen die positive x-Achse}$$



1.3 Bolzendurchmesser

Gegen Flächenpressung:

$$p_{zul} > p = \frac{F}{A} \Rightarrow A_{erf} = \frac{F}{p_{zul}} = \frac{2050 \text{ N}}{15 \text{ N/mm}^2} = 136,7 \text{ mm}^2$$

$$A = d \cdot 2 \cdot s \Rightarrow d_{erf} = \frac{A}{2 \cdot s} = \frac{136,7 \text{ mm}^2}{2 \cdot 10 \text{ mm}} = 6,84 \text{ mm}$$

Gegen Abscherung:

$R_e = 355 \text{ N/mm}^2$ (C15E \rightarrow [EuroTabM47], S.137 „Vergütungsstähle“)

$$\tau_{aF} = 0,6 \cdot R_e = 0,6 \cdot 355 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 213 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\frac{\tau_{aF}}{v} = \tau_{azul} > \tau_a = \frac{F}{2 \cdot S} \Rightarrow$$

$$\tau_{azul} = \frac{\tau_{aF}}{v} = \frac{213 \text{ N/mm}^2}{4,5} = 47,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$S_{erf} = \frac{F_D}{2 \cdot \tau_{azul}} = \frac{2050 \text{ N}}{2 \cdot 47,3 \text{ N/mm}^2} = 21,66 \text{ mm}^2$$

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \Rightarrow d_{erf} = \sqrt{\frac{4 \cdot S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 21,66 \text{ mm}^2}{\pi}} = 5,25 \text{ mm}$$

Maßgeblich ist der größere Durchmesser 6,84 mm, gewählt wird der nächstgrößere angebotene Bolzen \varnothing 8mm (\rightarrow TabB „Bolzen“)

Flächenpressung und Scherfestigkeit (Bolzen \varnothing)

2 Reibungszahl $\mu_H = 0,55 \rightarrow$ [EuroTabM47] S.38 (Stahl/Holz, trocken, Haftreibung)

Über die Kräfteverhältnisse, Lageskizze der Ladung:

$$F_R = \mu_H \cdot F_N = \mu_H \cdot F_{G2y} = \mu_H \cdot F_{G2} \cdot \cos \alpha = 0,55 \cdot 1500 \text{ N} \cdot \cos 15^\circ = 797 \text{ N}$$

$$F_{Hangabtrieb} = F_{G2x} = F_{G2} \cdot \sin \alpha = 1500 \text{ N} \cdot \sin 15^\circ = 388 \text{ N}$$

$$F_R > F_{Hangabtrieb} \Rightarrow \text{rutscht nicht}$$

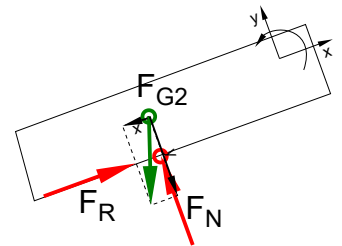
oder mit dem Reibwinkel:

$$\arctan \mu_H = \arctan 0,55 = 28,8^\circ > 15^\circ \rightarrow \text{rutscht nicht}$$

Hinweis 1: Der Reibwinkel ist der Winkel, bei dem ein Körper gerade nicht rutscht, also die Hangabtriebskraft gerade so groß wie die max. Haftreibungskraft ist:

$$F_{Hang} = F_{Haft} \Rightarrow F_G \cdot \sin \alpha = F_G \cdot \cos \alpha \cdot \mu \Rightarrow \mu = \tan \alpha \Rightarrow \alpha_{Haft} = \arctan \mu$$

Reibung



3 Hubeinheit



$$\eta_{ges} = \eta_M \cdot \eta_G \cdot \eta_{Tr} = 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,85 = 0,65$$

Blockschaltbild, Gesamtwirkungsgrad

3.2 Schneckengetriebe ermöglichen eine große Übersetzung und damit ein hohes Ausgangsdrehmoment bei niedriger Drehzahl. Sie sind selbsthemmend, d.h., das Seil wird vom E-Motor angetrieben, aber nicht umgekehrt. Welcher dieser Gründe für den Einsatz in der Hubeinheit spricht, ist aber nicht ersichtlich.

Begründung für Schneckengetriebe

3.3

$$i = \frac{n_{zu}}{n_{ab}} \Rightarrow n_{Tr} = \frac{n_M}{i} = \frac{710 \text{ min}^{-1}}{40} = 17,75 \text{ min}^{-1}$$

$$v = \pi \cdot n_{Tr} \cdot d_{Tr} = \pi \cdot 17,75 \text{ min}^{-1} \cdot 250 \text{ mm} = 13,94 \frac{\text{m}}{\text{min}} = 0,232 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,836 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Hubgeschwindigkeit



$$3.4 \quad S_{\text{Draht}} = \frac{\pi \cdot d_0^2}{4} = \frac{\pi \cdot (1,2 \text{ mm})^2}{4} = 1,131 \text{ mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{z\text{lim}}}{\sqrt{v}} = \sigma_{zzul} > \sigma_z = \frac{F}{S} \Rightarrow$$

$$\sigma_{zzul} = \frac{R_m}{\sqrt{v}} = \frac{780 \text{ N/mm}^2}{4} = 195 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$S_{\text{erf}} = \frac{F}{\sigma_{zzul}} = \frac{700 \text{ N}}{195 \text{ N/mm}^2} = 3,59 \text{ mm}^2$$

$$n_{\text{erf}} = \frac{S_{\text{erf}}}{S_{\text{Draht}}} = \frac{3,59 \text{ mm}^2}{1,13 \text{ mm}^2} = 3,17 \Rightarrow \text{mind. 4 Drähte erforderlich}$$

Erforderliche Anzahl Einzeldrähte im Drahtseil

Hinweis 2: Da Drahtseile beim Reißen ein erhebliches Sicherheitsrisiko darstellen, erscheint es für die Praxis sinnvoller, das Drahtseil nicht nach der Last, sondern mindestens nach der Zugkraft auszulegen, die die Hubeinheit aufbringen kann:

$$P = 2\pi \cdot M \cdot n \Rightarrow M_M = \frac{P_M}{2\pi \cdot n_M} = \frac{1,2 \text{ kW}}{2\pi \cdot 710 \text{ min}^{-1}} = 16,1 \text{ Nm}$$

$$i_{\text{ges}} \cdot \eta_{\text{ges}} = \frac{M_{\text{ab}}}{M_{\text{zu}}} \Rightarrow M_{\text{Tr}} = M_M \cdot (\eta_M) \cdot \eta_G \cdot \eta_{\text{Tr}} \cdot i = 16,1 \text{ Nm} \cdot (0,9) \cdot 0,8 \cdot 0,85 \cdot 40 = 439 (395) \text{ Nm}$$

$$M_{\text{Tr}} = F_{\text{Seil}} \cdot \frac{d_{\text{Tr}}}{2} \Rightarrow F_{\text{Seil}} = \frac{2 \cdot M_{\text{Tr}}}{d_{\text{Tr}}} = \frac{2 \cdot 439 (395) \text{ Nm}}{250 \text{ mm}} = 3,5 (3,2) \text{ kN}$$

P_M wurde hier als mechanische (elektrische) Leistung angenommen.

4 Passfeder

4.1 Umfangskraft F_U an der Passfeder über Momente / Hebelgesetz:

$$F_S \cdot \frac{d_{\text{Tr}}}{2} = F_U \cdot \frac{d_W}{2} \Rightarrow F_U = F_S \cdot \frac{d_{\text{Tr}}}{d_W} = 700 \text{ N} \cdot \frac{250 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 4375 \text{ N}$$

Passfedern DIN 6885 für Wellen $\varnothing 40$ haben folgende Maße (\rightarrow TabB „Passfeder“):
 $b = 12 \text{ mm}$, $h = 8 \text{ mm}$, $t_1 = 5 \text{ mm}$, $t_2 = 3,3 \text{ mm}$

Gegen Flächenpressung:

$$p_{\text{zul}} > p = \frac{F}{A} \Rightarrow A_{\text{erf}} = \frac{F_U}{p_{\text{zul}}} = \frac{4375 \text{ N}}{20 \text{ N/mm}^2} = 218,75 \text{ mm}^2$$

$$A = l \cdot (h - t_1) \Rightarrow l_{\text{erf}} = \frac{A_{\text{erf}}}{h - t_1} = \frac{218,75 \text{ mm}^2}{8 \text{ mm} - 5 \text{ mm}} = 72,9 \text{ mm}$$

Gegen Scherung kann in dieser Aufgabe nicht gerechnet werden, weil sie keine Angaben zu Werkstoff oder Scherfestigkeit enthält. Von der Auslegung her ist das sinnvoll.¹ Für Schüler ist es ärgerlich, weil es auch Aufgaben gibt, die die Berechnung auf Scherung verlangen, und der Unterschied oft nicht klar formuliert ist.

Gewählt: DIN 6885 – B – 12x8x80 mit $l = 80 \text{ mm}$ für Wellen $\varnothing 40$

Passfeder auswählen (gegen Flächenpressung)

4.2 Wenn der Platz für eine Passfeder nicht ausreicht, muss eine andere Welle-Nabe-Verbindung gewählt werden: mehrere Passfedern, Scheibenfeder, Keilverbindung, Keilwelle, Zahnwelle, Polygonprofil, Übermaßpassung, Kegolverbindung usw. (\rightarrow TabB „Welle-Nabe-Verbindung“)

Welle-Nabe-Verbindung

1 [Roloff/Matek 2011] S.378: „Die ebenfalls auftretende Scherspannung ist bei zum Wellendurchmesser gehörigen Passfederabmessungen unkritisch.“