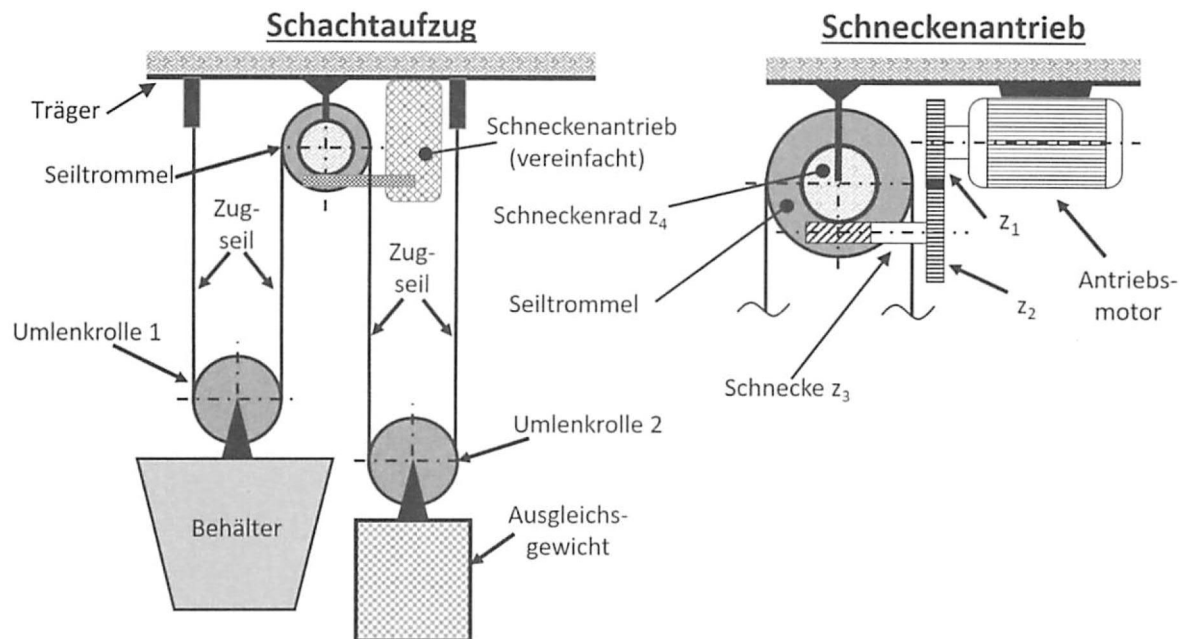




## tgt HP 2018/19-1: Schachtaufzug

(Pflichtaufgabe)

Im Bergbau wird der unten abgebildete Schachtaufzug zur Gewinnung von Erz verwendet.



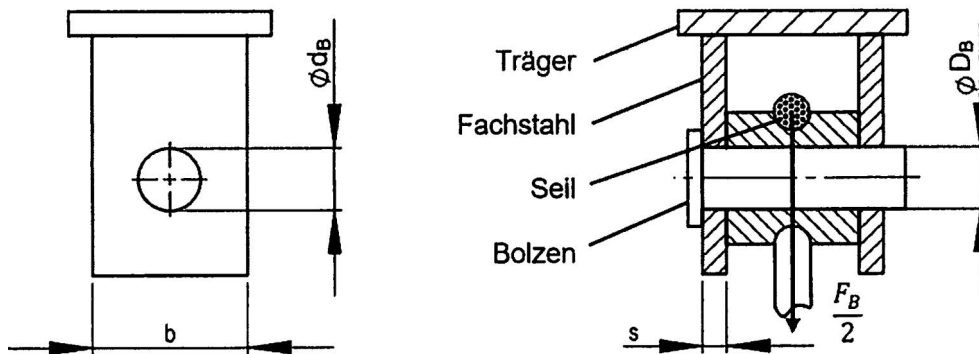
Daten:

Masse Behälter	$m_B = 6000 \text{ kg}$
Masse Ausgleichsgewicht	$m_A = 750 \text{ kg}$
Durchmesser der Seiltrommel	$D_{TR} = 450 \text{ mm}$
Zähnezahl Zahnrad 1	$z_1 = 28$
Zähnezahl Zahnrad 2	$z_2 = 70$
Gangzahl der Schnecke	$z_3 = 4$
Zähnezahl Schneckenrad	$z_4 = 90$
Motorleistung	$P_M = 65 \text{ kW}$
Motordrehzahl	$n_M = 2880 \text{ 1/min}$
Wirkungsgrad Stirnradgetriebe	$\eta_G = 0,84$
Wirkungsgrad Seiltrommel	$\eta_{Tr} = 0,93$
Wirkungsgrad Schnecke	$\eta_{Sch} = 0,75$

- 1 Der Behälter mit Eisenerz wird durch ein Zugseil über Umlenkrollen mit einem Ausgleichsgewicht verbunden. Das Zugseil ist mehrfach um die Seiltrommel geführt.
  - 1.1 Fertigen Sie jeweils eine Skizze für die freigemachten Umlenkrollen 1 und 2 sowie für die Seiltrommel an und berechnen Sie die jeweils wirkenden Seilkräfte. 4,0
  - 1.2 Berechnen Sie das erforderliche Antriebsmoment für die Seiltrommel. 3,0
  - 1.3 Erläutern Sie die Aufgabe des Ausgleichsgewichts beim Hochfahren des Behälters. 2,0



- 2 Die Getriebeeinheit besteht aus einem Stirnradgetriebe mit anschließendem Schneckentrieb. 2,0
- 2.1 Bestimmen Sie die Gesamtübersetzung  $i_{ges}$ . 2,0
- 2.2 Seiltrommel und Schneckenrad sind auf derselben Welle angebracht. Weisen Sie nach, dass die Antriebsleistung des Motors ausreicht um den Behälter anzuheben. Rechnen Sie mit einem erforderlichen Antriebsmoment von 5800 Nm. 4,0
- 2.3 Begründen Sie, warum für den Antrieb ein Schneckengetriebe geeignet ist. 1,0
- 3 Als Verbindungselement zwischen dem Zugseil der Umlenkrolle 1 und dem Träger wird die abgebildete Aufhängung eingesetzt.  
Die Seilkraft  $\frac{F_B}{2}$  beträgt 30 kN.



Daten;

Werkstoff Flachstahl

S355JR

Werkstoff Bolzen

16MnCr5

Stärke Flachstahl

$s = 10 \text{ mm}$

Sicherheit gegen plastische Verformung am Flachstahl

$v = 2$

Sicherheit gegen plastische Verformung am Bolzen

$v = 6$

Zulässige Flächenpressung

$p_{zul} = 60 \text{ N/mm}^2$

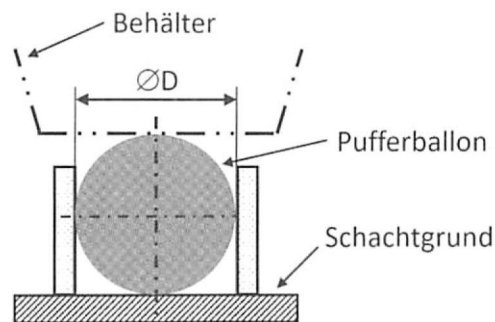
Durchmesser der Bohrung

$d_B = 26 \text{ mm}$

- 3.1 Dimensionieren Sie den Bolzendurchmesser  $D_B$ . 4,0
- 3.2 Dimensionieren Sie die Breite  $b$  des Flachstahls für Zugbelastung. 3,0



- 4 Für Wartungsarbeiten muss der Behälter auf den Schachtgrund gefahren werden. Als Puffer zum Abbremsen des Behälters dient dabei ein aufblasbarer, kugelförmiger Ballon, der auf den Schachtgrund montiert ist (siehe Abbildung).



Daten:

Außendurchmesser des Pufferballons	$D = 1,5 \text{ m}$
Umgebungsdruck im Schachtgrund	$p_{\text{amb}} = 1 \text{ bar}$
Manometerdruck am Pufferballon	$p_e = 3,4 \text{ bar}$
Temperatur am Schachtgrund	$\vartheta = 20^\circ\text{C}$

- 4.1 Berechnen Sie die Masse und die Dichte der Luft im Pufferballon. 4,0
- 4.2 Der Pufferballon muss auf 4,6 bar aufgepumpt werden. Das Volumen und die Temperatur ändern sich dabei nicht. 3,0
- Ermitteln Sie die Luftmasse, welche zusätzlich in den Pufferballon gepumpt wird.



## Lösungen

1

### 1.1 LS Umlenkrolle 1

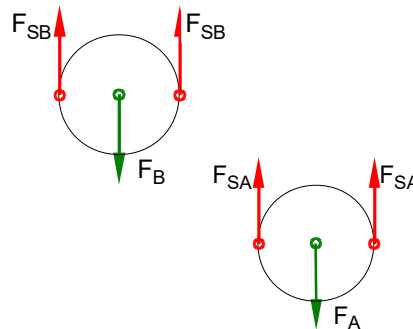
$$\Sigma F_y = 0 = 2 \cdot F_{SB} - F_B \Rightarrow$$

$$F_{SB} = \frac{F_B}{2} = \frac{60 \text{ kN}}{2} = 30 \text{ kN}$$

### LS Umlenkrolle 2

$$\Sigma F_y = 0 = 2 \cdot F_{SA} - F_A \Rightarrow$$

$$F_{SA} = \frac{F_A}{2} = \frac{7,5 \text{ kN}}{2} = 3,75 \text{ kN}$$



### 1.2 Seiltrommel (LS Seiltrommel siehe rechts)

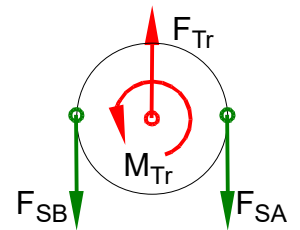
für das Seil = ausgangs der Seiltrommel:

$$\Sigma M = 0 = M_{Taus} + F_{SB} \cdot \frac{D_{Tr}}{2} - F_{SA} \cdot \frac{D_{Tr}}{2} \Rightarrow$$

$$M_{Taus(Bedarf)} = (F_{SA} - F_{SB}) \cdot \frac{D_{Tr}}{2} = (3,75 \text{ kN} - 30 \text{ kN}) \cdot \frac{450 \text{ mm}}{2} = 5906 \text{ Nm}$$

„für die Seiltrommel“ = eingangs der Seiltrommel:

$$\eta = \frac{M_{aus}}{M_{ein}} \Rightarrow M_{Trein(Bedarf)} = \frac{M_{Taus}}{\eta_{Tr}} = \frac{5906 \text{ Nm}}{0,93} = 6351 \text{ Nm}$$



### 1.3 Das Ausgleichsgewicht verringert das erforderliche Antriebsmoment.

## 2 Getriebe

$$2.1 \quad i_{ges} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{70}{28} \cdot \frac{90}{4} = 56,25$$

2.2 Hinweis 1: Leistung im physikalischen Sinn sagt wenig darüber aus, ob eine Last angehoben werden kann. Mit weniger Leistung geht es eben langsamer ...<sup>1</sup>  
Deshalb beantwortet die folgende Lösung die Frage: Reicht das Drehmoment des Motors bei den gegebenen Daten für Motor, Getriebe usw. aus?<sup>2</sup>

Antriebsmoment ausgangs des Motors = eingangs des Getriebes:

$$P_M = 2\pi \cdot M_M \cdot n_M \Rightarrow M_M = \frac{P_M}{2\pi \cdot n_M} = \frac{65 \text{ kW}}{2\pi \cdot 2880 \text{ min}^{-1}} = 215,5 \text{ Nm}$$

Wenn man analog zur „Antriebsleistung des Motors“ auch „Antriebsmoment des Motors“ versteht, reicht es nicht aus, da  $M_M$  kleiner als 5800 Nm ist.

Antriebsmoment eingangs / ausgangs der Seiltrommel;

$$M_{Trein(Angebot)} = M_M \cdot i_{ges} \cdot \eta_G \cdot \eta_{Sch} = 215,5 \text{ Nm} \cdot 56,25 \cdot 0,84 \cdot 0,75 = 7637 \text{ Nm}$$

$$M_{Taus(Angebot)} = M_{Trein(Angebot)} \cdot \eta_{Tr} = 7637 \text{ Nm} \cdot 0,93 = 7103 \text{ Nm}$$

Bezieht man „Antriebsmoment“ auf den Ein- oder den Ausgang der Seiltrommel, übersteigt es in beiden Fällen 5800 Nm und reicht damit aus.

2.3 Schneckentriebe bieten bei kompakter Bauweise eine große Übersetzung, d.h. großes Moment an der Seiltrommel, und sind oft selbsthemmend, d.h. sie hemmen bei Ausfall des Antriebs den Fall der Last auch ohne Bremse. Eine Antwort genügt.

1 ... sofern die Reibung des Getriebes und der sonstigen Mechanik überwunden werden kann.

2 Wenn für Motoren Leistung und Drehzahl angegeben sind, sind gewöhnlich maximale Leistung und die zugehörige Drehzahl gemeint. Das maximale Drehmoment jeden Motors, das über die mögliche Zugkraft mehr aussagt, liegt schon wegen des Zusammenhanges  $P = 2\pi \cdot M \cdot n$  aber immer bei einer niedrigeren Drehzahl als die maximale Leistung. Deshalb kann auch die gegebene Motor-Getriebe-Kombination bei der Drehzahl des maximalen Momentes mehr Last heben als mit der maximalen Leistung berechnet – natürlich langsamer.



- 3 Durchschnittliche Schüler\*innen sehen Seilkraft 30kN, rechnen damit und gut.

Hinweis 2: Nachdenkliche Schüler\*innen vermuten, dass das Seil als Schlaufe oder in einer Kausche um den Bolzen gelegt ist, und fragen sich, ob die Seilkraft  $F_B/2$  einfach (unterhalb der Schlaufe,  $F_{\text{Bolzen}} = F_{\text{B(ehälter)}/2} = 30 \text{ kN}$ ) oder doppelt (innerhalb der Schlaufe beidseitig des Bolzens,  $F_{\text{Bolzen}} = 2 \times F_{\text{B(olzen)}/2} = 60 \text{ kN}$ ) wirkt. Oder was sie ausrechnen sollen, da der Bohrungs-Ø26 für die Bolzenaufnahme gegeben ist. Dann suchen sie eindeutige Hinweise und verlieren im besten Fall nur Zeit .... Die folgende Lösung hält sich an den Durchschnitt ..., <sup>3</sup>

- 3.1 Gegen Abscheren:

$R_e = 590 \text{ N/mm}^2$  (16MnCr5 → [EuroTabM47] S.137 „Einsatzstähle“)

$$\tau_{aF} = 0,6 \cdot R_e = 0,6 \cdot 590 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 324 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\frac{\tau_{aF}}{\sqrt{v}} = \tau_{azul} > \tau_a = \frac{F}{2 \cdot S} \Rightarrow \tau_{azul} = \frac{\tau_{aF}}{\sqrt{v}} = \frac{324 \text{ N/mm}^2}{6} = 59 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$S_{\text{erf}} = \frac{F_B/2}{2 \cdot \tau_{azul}} = \frac{30 \text{ kN}}{2 \cdot 59 \text{ N/mm}^2} = 254,2 \text{ mm}^2$$

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \Rightarrow d_{\text{Berf}} = \sqrt{\frac{4 \cdot S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 254,2 \text{ mm}^2}{\pi}} = 18,0 \text{ mm}$$

Gegen Flächenpressung:

$$p_{zul} > p = \frac{F}{A} \Rightarrow A_{\text{erf}} = \frac{F_B/2}{p_{zul}} = \frac{30 \text{ kN}}{60 \text{ N/mm}^2} = 500 \text{ mm}^2$$

$$A = d_{\text{erf}} \cdot 2 \cdot s \Rightarrow d_{\text{Berf}} = \frac{A}{2 \cdot s} = \frac{500 \text{ mm}^2}{2 \cdot 10 \text{ mm}} = 25 \text{ mm}$$

Durchschnittliche Schüler sehen den maßgeblichen größeren Durchmesser Ø25, wählen einen Bolzen Ø25 und bekommen wahrscheinlich die volle Punktzahl.

Hinweis 3: Nachdenkliche Schüler finden im Tabellenbuch Bolzen nur bis Ø24, zuletzt in 2 mm-Abstufung und fragen sich, ob Bolzen Ø25 genormt sind. Zudem liegen Bolzen Ø25h11 praktisch immer unter dem Nennmaß, erreichen also nicht das erforderliche Maß  $d_{\text{Berf}} = 25 \text{ mm}$ . Und dann ist da noch die Bohrung Ø26 ...<sup>4</sup>

- 3.2  $R_e = 355 \text{ N/mm}^2$  (aus der Bezeichnung von E355)

$$\frac{\sigma_{zlim}}{\sqrt{v}} = \sigma_{zzul} > \sigma_z = \frac{F}{2 \cdot S} \Rightarrow$$

$$\sigma_{zzul} = \frac{R_e}{\sqrt{v}} = \frac{355 \text{ N/mm}^2}{2} = 177,75 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$S_{\text{erf}} = \frac{F}{\sigma_{zzul}} = \frac{30 \text{ kN}}{2 \cdot 177,75 \text{ N/mm}^2} = 84,5 \text{ mm}^2$$

$$S = s \cdot (b - D_B) \Rightarrow b_{\text{erf}} = \frac{S_{\text{erf}}}{s} + D_B = \frac{84,5 \text{ mm}^2}{10 \text{ mm}} + 26 \text{ mm} = 34,5 \text{ mm}$$

Gewählt  $b = 36 \text{ mm}$  → (Nicht gefordert: Flach – 36x10 – E355)

- 3 ... aber auch nachdenkliche Schüler\*innen, die zu anderen Schlüssen kommen, dürfen bei mir mit voller Punktzahl rechnen. Alle können daraus lernen, dass die menschliche Welt für Durchschnitt gemacht ist. An dieser Stelle möchte ich betonen, wie sehr ich am Technischen Gymnasium die Kürzungen im Grundlagenthema „Technisches Zeichnen“ bedauere. Schüler\*innen, die in eine technische Richtung gehen wollen, empfehle ich zum Ausgleich die Kenntnis eines ordentlichen CAD-Programms, den Hoischen und immer wieder Sorgfalt.
- 4 Eine Pointe ist, dass bei Bolzen weder Ø25 noch Ø26 genormt sind, sondern erst wieder Ø27 (Bolzen ISO 2341 (1992-19)) aus *Klein, Einführung in die DIN-Normen, 14. Auflage*, oder Suchbegriff *Bolzen 22341* im Internet. Aber das können Schüler\*innen im Abi nicht wissen – und es spielt für die Bewertung ihrer Lösung auch keine Rolle ;-)



4

- 4.1 Annahme 4: Die Wandstärke des Pufferballons ist vernachlässigbar.  
Annahme 5: Das Manometer zeigt den Relativdruck an, also die Differenz zum Umgebungsdruck.

$$V_{Kugel} = \frac{\pi \cdot D^3}{6} = \frac{\pi \cdot (1,5 \text{ m})^3}{6} = 1,767 \text{ m}^3$$

$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T \Rightarrow m_h = \frac{(p_e + p_{amb}) \cdot V_{Kugel}}{R_i \cdot \vartheta} = \frac{(3,4+1) \text{ bar} \cdot 1,767 \text{ m}^3}{287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot (273+29) \text{ K}} = 8,97 \text{ kg}$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{8,97 \text{ kg}}{1,767 \text{ m}^3} = 5,08 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

4.2  $p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T \Rightarrow \frac{m_1}{p_1} = \frac{R_i \cdot T_{const}}{V_{const}} = \frac{m_2}{p_2} \Rightarrow$

$$m_2 = m_1 \cdot \frac{p_2}{p_1} = 8,97 \text{ kg} \cdot \frac{(4,6+1) \text{ bar}}{(3,4+1) \text{ bar}} = 11,42 \text{ kg}$$

$$\Delta m = m_2 - m_1 = 11,42 \text{ kg} - 8,97 \text{ kg} = 2,45 \text{ kg}$$

oder

$$\Delta m = m_1 \cdot \frac{\Delta p}{p_1} = 8,97 \text{ kg} \cdot \frac{(4,6-3,4) \text{ bar}}{(3,4+1) \text{ bar}} = 2,45 \text{ kg}$$

*Statik (9 P): Statik 1 mit Drehmoment; Verständnisfrage;  
Getriebe (7 P): Gesamtübersetzung; Antriebsmoment;  
Festigkeitslehre (7 P): Bolzendurchmesser, Zugbelastung;  
Energietechnik (7 P): Luftmasse*