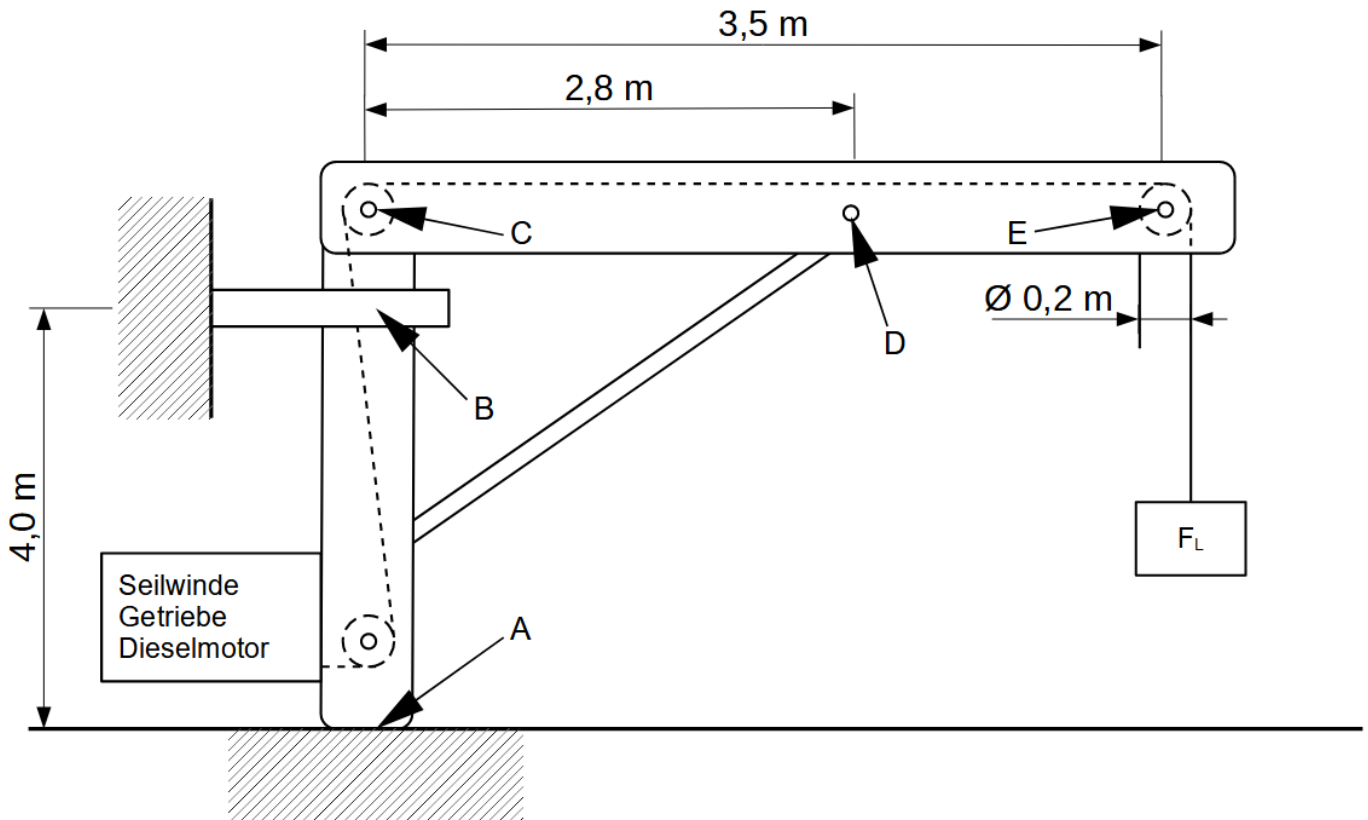




tgt HP 2020/21-1: Wanddrehkran

Mit dem abgebildeten Wanddrehkran können über eine Seilwinde Lasten angehoben und versetzt werden. Die Seilwinde wird von einem Dieselmotor angetrieben.



- 1 Für die folgenden Aufgaben zur Statik und Festigkeit bleibt die Gewichtskraft des Krans unberücksichtigt:
- 1.1. Der Kran ist in A und B gelagert. Das Lager in B kann keine Axialkräfte aufnehmen, sondern lediglich eine Horizontalkraft von maximal 12 kN. Ermitteln Sie zeichnerisch die daraus resultierende¹ Lagerkraft F_A und die maximale Belastungskraft F_L . 3,0

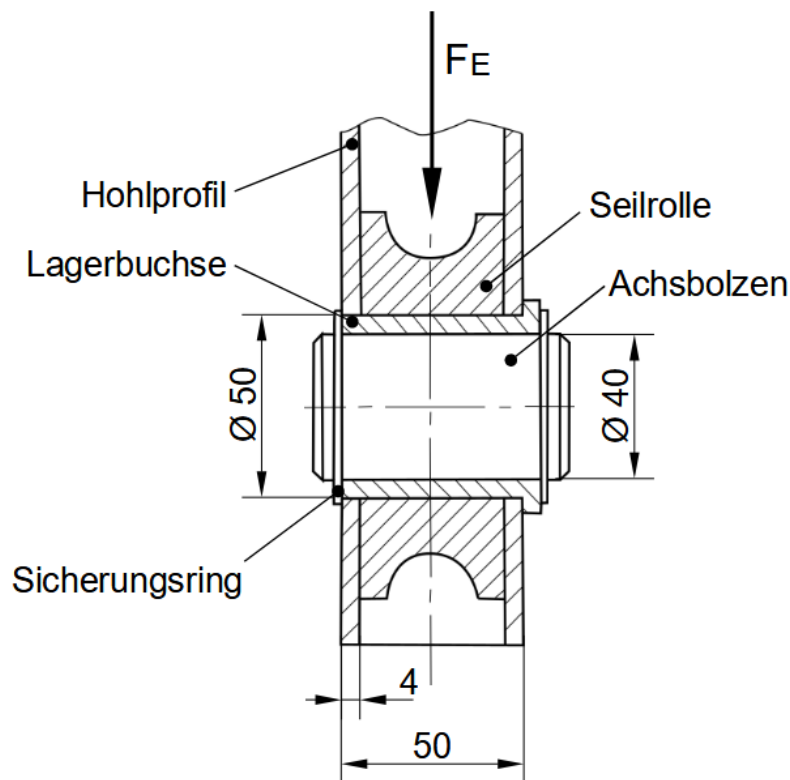
Für alle weiteren Berechnungen soll $F_L = 13,5$ kN gelten.

- 1.2. Das Lastseil besteht aus mehreren Drähten aus S235JR mit Durchmesser $d = 2$ mm. Bestimmen Sie die notwendige Anzahl von Drähten bei einer Sicherheit von $v = 2$ gegen plastische Verformung. 2,0
- 1.3. Berechnen Sie die Kraft im Lager E. 2,0
- 1.4. Für den horizontalen Kranarm (C-D-E) wird das folgende Profil verwendet: 4,0
 Hohlprofil DIN EN 10210-100 x 50 x 4 S450JO
 Schneiden Sie den horizontalen Kranarm frei und überprüfen Sie das Hohlprofil auf Biegebeanspruchung.
 Sicherheitsfaktor gegen plastische Verformung $v = 1,5$

¹ Die Lagerkraft F_A resultiert (genauso wie die Horizontalkraft F_B) aus der Belastung F_L .



1.5. Der Achsbolzen des Lagers E ist in einer Buchse gelagert.



Daten:

| | | | |
|---|-------------|---|-----------------------|
| Lagerkraft | F_E | = | 19 kN |
| zulässige Flächenpressung der Lagerbuchse | p_{zul} | = | 21 N/mm ² |
| Grenzspannung bei Abscherung | τ_{aF} | = | 240 N/mm ² |
| Sicherheit gegen Abscherung | v | = | 1,5 |

Überprüfen Sie, ob die Lagerbuchse der Belastung durch die Lagerkraft gegen Flächenpressung und Abscherung standhält. 4,0

- 2 Werkstofftechnische Untersuchung des Achsbolzens:
- 2.1. Der Achsbolzen ist aus 42CrMo4 +QT. 1,0
Entschlüsseln Sie die Werkstoffbezeichnung.
 - 2.2. Beschreiben Sie stichwortartig die Vorgänge beim Vergüten des Stahls 42CrMo +QT und skizzieren Sie hierfür ein Temperatur-Zeit-Diagramm. 3,0
 - 2.3. Nach dem Abschrecken entsteht ein Martensit-Gefüge. Nennen Sie zwei Eigenschaften dieses Gefüges und erläutern Sie den Aufbau eines Martensit-Kristallgitters. 2,0



3 Die Seilwinde des Wanddrehkrans wird mit einem 4-Takt-Dieselmotor angetrieben.

Daten:

| | | | |
|--|---------------|---|---------------------|
| Eingespritzte Kraftstoffmenge pro Arbeitstakt | m | = | 12 mg |
| Verdichtungsdruck | p_2 | = | 50 bar |
| Verdichtungstemperatur | T_2 | = | 800 °C |
| Verdichtungsverhältnis ($\varepsilon = V_1 / V_2$) | ε | = | 20 |
| Hubraum | V_H | = | 500 cm ³ |

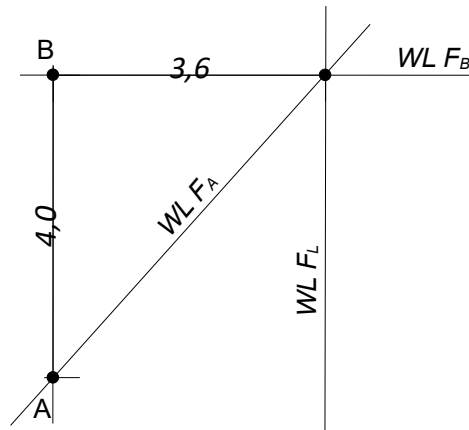
- 3.1. Stellen Sie den Dieselprozess in einem p/V-Diagramm schematisch dar und tragen Sie die Energieumsätze in das Diagramm ein. 2,0
- 3.2. Bestimmen Sie die durch die Verbrennung zugeführte Wärmemenge pro Arbeitstakt. 1,0
- 3.3. Ermitteln Sie die angesaugte Luftmasse pro Arbeitstakt. 3,0
- 3.4. Berechnen Sie die Höchsttemperatur T_3 , wenn $Q_{23} = 500$ J und $m = 0,4$ g betragen. 1,0
- 3.5. Dieselmotoren ohne Abgasaufbereitung sind kritisch zu betrachten. Nehmen Sie zu dieser Aussage kurz Stellung und geben Sie zwei alternative Antriebsformen für den Wanddrehkran an. 2,0

30,0

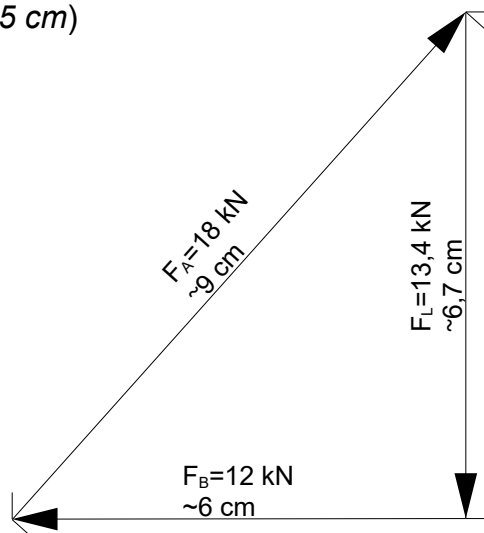


Lösungen

1.1. Lageplan ($M_L = 100 \text{ cm} / 1 \text{ cm}$)



Kräfteplan ($M_K = 1 \text{ kN} / 0,5 \text{ cm}$)



$$\rightarrow F_A \approx 18,0 \text{ kN}$$

$$\rightarrow F_L \approx 13,4 \text{ kN}$$

1.2. $R_e = 235 \text{ N/mm}^2$ (S235 JR \rightarrow [EuroTabM] „Unlegierte Baustähle“ oder direkt aus der Werkstoffbezeichnung)

$$S_{\text{Draht}} = \frac{\pi \cdot d_0^2}{4} = \frac{\pi \cdot (2 \text{ mm})^2}{4} = 3,14 \text{ mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{z\text{lim}}}{\nu} = \sigma_{z\text{zul}} > \sigma_z = \frac{F}{S} \Rightarrow$$

$$\sigma_{z\text{zul}} = \frac{R_e}{\nu} = \frac{235 \text{ N/mm}^2}{2} = 117,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$S_{\text{erf}} = \frac{F}{\sigma_{z\text{zul}}} = \frac{13,5 \text{ kN}}{117,5 \text{ N/mm}^2} = 114,89 \text{ mm}^2$$

$$n_{\text{erf}} = \frac{S_{\text{erf}}}{S_{\text{Draht}}} = \frac{114,89 \text{ mm}^2}{3,14 \text{ mm}^2} = 36,59 \approx 37 \text{ Drähte}$$

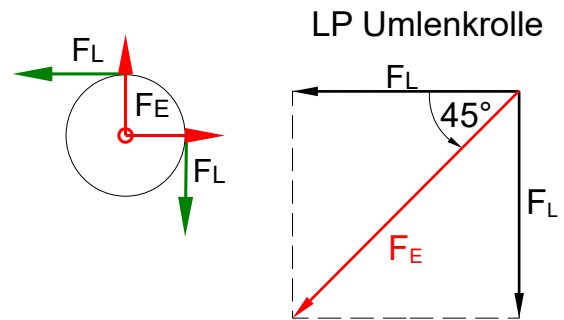


1.3. Lageskizze Umlenkrolle

$$F_E = \sqrt{F_L^2 + F_L^2} = \sqrt{(13,5 \text{ kN})^2 + (13,5 \text{ kN})^2} = 19,09 \text{ kN}$$

Winkel: 45° nach links unten zur Horizontalen (x-Achse)

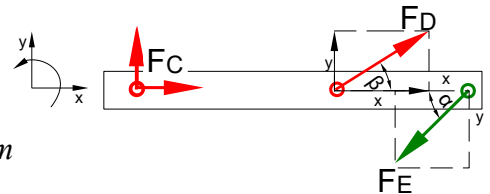
$$F_{EX} = F_{EY} = F_L$$



1.4. LS Kranarm

Das maximale Biegemoment M_{bmax} muss an einem inneren Kräfteinleitungspunkt liegen, also im Lager D.

$$M_{bD}(\text{von rechts}) = F_{Ey} \cdot (3,5 \text{ m} - 2,8 \text{ m}) = 13,5 \text{ kN} \cdot 0,7 \text{ m} = 9450 \text{ Nm}$$



Alternativ: Berechnung aller Kräfte und Querkraftverlauf:

Aus Aufg. 1.3 ist bekannt: $F_{Ex} = F_{Ey} = F_L$

$$\sum M_C = 0 = F_{Dy} \cdot 2,8 \text{ m} - F_{Ey} \cdot 3,5 \text{ m}$$

$$F_{Dy} = \frac{F_{Ey} \cdot 3,5 \text{ m}}{2,8 \text{ m}} = \frac{13,5 \text{ kN} \cdot 3,5 \text{ m}}{2,8 \text{ m}} = 16,875 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 = F_{Cy} + F_{Dy} - F_{Ey}$$

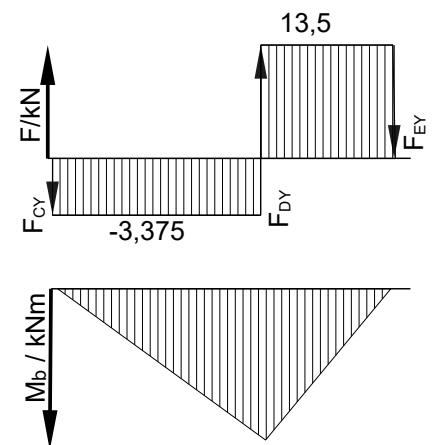
$$F_{Cy} = F_{Ey} - F_{Dy} = 13,5 \text{ kN} - 16,875 \text{ kN} = -3,375 \text{ N}$$

⇒ Kraft wirkt in die entgegengesetzte Richtung.

Nulldurchgang am Lager D, dort liegt also M_{bmax}

$$M_{bD}(\text{von rechts}) = |F_{Ey} \cdot (3,5 \text{ m} - 2,8 \text{ m})| = |13,5 \text{ kN} \cdot 0,7 \text{ m}| = 9450 \text{ Nm}$$

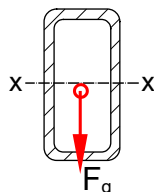
$$M_{bD}(\text{von links}) = |F_{Cy} \cdot (2,8 \text{ m})| = |-3,375 \text{ kN} \cdot 0,7 \text{ m}| = 9450 \text{ Nm}$$



DIN EN 10210 – 100 x 50 x 4 S450JO

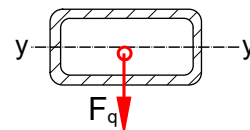
Rechteckiges Hohlprofil, die Einbaulage ist jedoch unbekannt.

Für Biegeachse x-x



$$W_x = 27,9 \text{ cm}^3$$

Für Biegeachse y-y



$$W_y = 18,5 \text{ cm}^3$$

Die sinnvollere Einbaulage ist die Belastung auf Biegeachse x-x, da hier das Widerstandsmoment gegen Biegung größer ist.²

2 Hier würde ich auch Lösungen akzeptieren, bei denen als Biegeachse y-y (und somit $W_y = 18,5 \text{ cm}^3$) zugrunde gelegt wurde.



→ $R_e = 450 \text{ N/mm}^2$ (S450JO → [EuroTabM] „Unlegierte Baustähle“) oder direkt aus der Werkstoffbezeichnung)

Berechnung über das erforderliche Widerstandsmoment

$$\sigma_{bF} = 1,2 \cdot R_e = 1,2 \cdot 450 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 540 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\frac{\sigma_{bF}}{\nu} = \sigma_{bzul} > \sigma_b = \frac{M_{bmax}}{W} \Rightarrow$$

$$\sigma_{bzul} = \frac{\sigma_{bF}}{\nu} = \frac{540 \text{ N/mm}^2}{1,5} = 360 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$W_{erf} = \frac{M_{bmax}}{\sigma_{bzul}} = \frac{9\,450\,000 \text{ Nmm}}{360 \text{ N/mm}^2} = 26\,250 \text{ mm}^3 = 26,25 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow W_{erf} < W_x$$

Profil ist ausreichend dimensioniert

Berechnung über die vorhandene Sicherheit.

$$\frac{\sigma_{bF}}{\nu} = \sigma_{bzul} > \sigma_b = \frac{M_{bmax}}{W} \Rightarrow$$

$$\sigma_b = \frac{M_{bmax}}{W_{vorh}} = \frac{9\,450\,000 \text{ Nmm}}{27\,900 \text{ mm}^3} = 338,71 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\nu_{vorh} = \frac{\sigma_{bF}}{\sigma_b} = \frac{540 \text{ N/mm}^2}{338,71 \text{ N/mm}^2} = 1,59$$

geforderte Sicherheit von $\nu = 1,5$ ist erfüllt, Profil ist ausreichend dimensioniert.

Berechnung über das maximal mögliche Biegemoment.

$$\sigma_{bF} = 1,2 \cdot R_e = 1,2 \cdot 450 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 540 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\frac{\sigma_{bF}}{\nu} = \sigma_{bzul} > \sigma_b = \frac{M_{bmax}}{W} \Rightarrow$$

$$\sigma_{bzul} = \frac{\sigma_{bF}}{\nu} = \frac{540 \text{ N/mm}^2}{1,5} = 360 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$M_b = W_{vorh} \cdot \sigma_{bzul} = 27\,900 \text{ mm}^3 \cdot 360 \text{ N/mm}^2 = 10\,044\,000 \text{ Nmm}$$

Das maximal mögliche Biegemoment beim verwendeten Profil beträgt $M_b = 10\,044 \text{ Nm}$

⇒ Profil ist ausreichend dimensioniert.

Für die Biegeachse y-y ergeben sich, analog gerechnet, folgende Werte

$$W_{erf} = 26,25 \text{ cm}^3 > W_{vorh} \Rightarrow \text{Profil nicht ausreichend dimensioniert}$$

$$\nu_{vorh} = 1,06 < \nu_{erf} \Rightarrow \text{Profil nicht ausreichend dimensioniert}$$

$$M_b = 6\,660 \text{ Nm} < M_{bmax} \Rightarrow \text{Profil nicht ausreichend dimensioniert}$$



- 1.5. Hinweis: Bei Betrachtung der Abscherbeanspruchung des Achsbolzens mit Lagerbuchse setzt sich die *Abscherfläche* S aus den Abscherflächen der Lagerbuchse (Kreisringfläche) und des Achsbolzens (Kreisfläche) zusammen. Laut Korrekturmeldung soll der Achsbolzen unberücksichtigt bleiben. Ohnehin fehlen für den Achsbolzen die Werkstoffkennwerte. (Alle Werkstoffkennwerte beziehen sich auf die Lagerbuchse)

Gegen Abscheren:

→ Ermittlung der erforderlichen Querschnittsfläche

$$\frac{\tau_{aF}}{\nu} = \tau_{azul} > \tau_a = \frac{F}{2 \cdot S} \Rightarrow \tau_{azul} = \frac{\tau_{aF}}{\nu} = \frac{240 \text{ N/mm}^2}{1,5} = 160 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$S_{erf} = \frac{F_E}{2 \cdot \tau_{azul}} = \frac{19000 \text{ N}}{2 \cdot 160 \text{ N/mm}^2} = 59,375 \text{ mm}^2$$

$$S_{vorh} = \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4} = \frac{\pi \cdot ((50 \text{ mm})^2 - (40 \text{ mm})^2)}{4} = 706,86 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow S_{vorh} > S_{erf}$$

Lagerbuchse ist ausreichend gegen Abscherung dimensioniert.

→ Alternativ: Ermittlung der vorhandenen Schubspannung

$$\frac{\tau_{aF}}{\nu} = \tau_{azul} > \tau_a = \frac{F}{2 \cdot S} \Rightarrow \tau_{azul} = \frac{\tau_{aF}}{\nu} = \frac{240 \text{ N/mm}^2}{1,5} = 160 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_a = \frac{F_E}{2 \cdot S_{vorh}} = \frac{F_E}{2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4} \right)} = \frac{19000 \text{ N}}{2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot ((50 \text{ mm})^2 - (40 \text{ mm})^2)}{4} \right)} = 13,44 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\Rightarrow \tau_{azul} > \tau_a$$

Lagerbuchse ist ausreichend gegen Abscherung dimensioniert.

Gegen Flächenpressung:

$$p_{zul} > p = \frac{F}{A} \Rightarrow A_{erf} = \frac{F_E}{p_{zul}} = \frac{19000 \text{ N}}{21 \text{ N/mm}^2} = 904,76 \text{ mm}^2$$

$$A_{vorh} = D \cdot 2 \cdot b = 50 \text{ mm} \cdot 2 \cdot 4 \text{ mm} = 400 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow A_{erf} > A_{vorh}$$

Lagerbuchse ist nicht ausreichend gegen Flächenpressung dimensioniert!

Hinweis: Statt über die erforderlichen Flächen (S_{erf} bzw. A_{erf}) kann man die Aufgabe auch auf zahlreichen anderen Wegen lösen, z.B. über die zulässige Kraft o.ä.



2

2.1. 42CrMo4 +QT

42: 0,42% Kohlenstoff

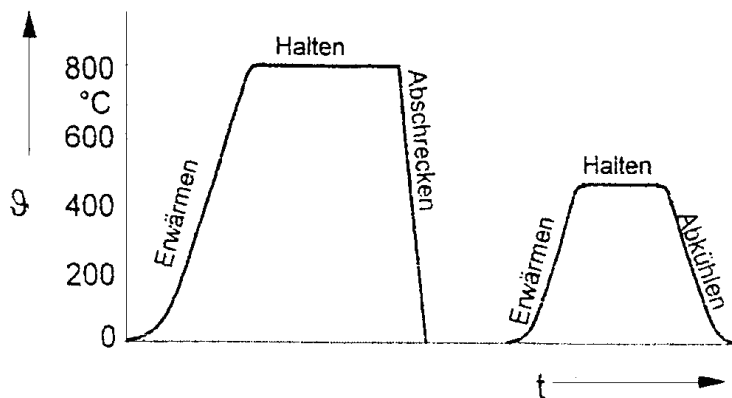
Cr4: 1% Chrom

Mo: geringer Anteil Molybdän

+QT: *quenched and tempered* = vergütet

2.2. Vergüten

- Erwärmen auf Härtetemperatur 820 .. 860°C
(→ [EuroTabM] „Wärmebehandlung von legierten Vergütungsstählen“)
oder 50°C über der GSK-Linie (Fe – Fe₃C Diagramm)
- Härtetemperatur halten
- Abschrecken in Wasser oder Öl
(→ [EuroTabM] „Wärmebehandlung von legierten Vergütungsstählen“)
- Anlassen bei max. 560°C
(→ [EuroTabM] „Wärmebehandlung von legierten Vergütungsstählen“)



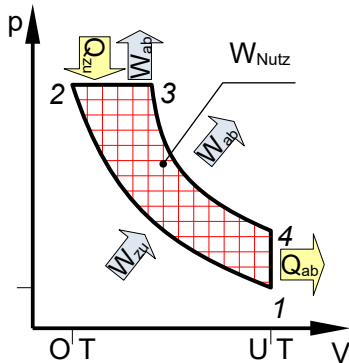
2.3. Martensitgefüge ist hart, fest und spröde.

Das kubisch-flächenzentrierte Gitter (kfz, Austenit) kippt beim Abschrecken in kubischraumzentriertes Gitter um (krz), obwohl die Kohlenstoff-Atome noch keine Zeit hatten, aus dem Gitter zu diffundieren. Das krz-Gitter kann so viel Kohlenstoff nicht aufnehmen, deshalb verspannt das Gitter (verzerrtes kfz-Gitter). Man nennt es Martensit.



3

3.1.



3.2. Zugeführte Wärmemenge

(Berechnung über den spezifischen Heizwert von Diesel: $H_i = 41 \dots 43 \text{ MJ / kg}$
 → [EuroTabM] „Verbrennungswärme“)

$$Q = H_i \cdot m = 42\,000\,000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot 0,000012 \text{ kg} = 504 \text{ J}$$

3.3. Masse der angesaugten Luft mit V_2 als Volumen nach der Verdichtung (gesamte Luftmasse im Zylinder)

$$\epsilon = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_H + V_2}{V_2} \quad \text{mit } V_H = V_1 - V_2$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{V_H}{\epsilon - 1} = \frac{500 \text{ cm}^3}{20 - 1} = 26,32 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow V_1 = V_2 + V_H = 26,32 \text{ cm}^3 + 500 \text{ cm}^3 = 526,32 \text{ cm}^3$$

$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T$$

$$\Rightarrow m = \frac{p_2 \cdot V_2}{R_i \cdot T_2} = \frac{5\,000\,000 \text{ N/m}^2 \cdot 0,00002632 \text{ m}^3}{287 \text{ Nm/kgK} \cdot 1073 \text{ K}} = 0,00043 \text{ kg} = 0,43 \text{ g}$$

Alternativ:

Masse der angesaugten Luft mit Hubraum V_H als Volumen (frisch angesaugte Luftmasse im Zylinder).³

Hierfür sind die Zustandsgrößen für Zustand 1 (vor der Verdichtung) notwendig:

→ Ermittlung p_1 (Adiabate Zustandsänderung 1 – 2)

$$p_1 \cdot V_1^\kappa = p_2 \cdot V_2^\kappa$$

$$\Rightarrow p_1 = \frac{p_2 \cdot V_2^\kappa}{V_1^\kappa} = \frac{50 \text{ bar} \cdot (26,32 \text{ cm}^3)^{1,4}}{(526,32 \text{ cm}^3)^{1,4}} = 0,75 \text{ bar}$$

→ Ermittlung T_1 (Adiabate Zustandsänderung 1 – 2)

$$\frac{T_1}{T_2} = \left[\frac{V_2}{V_1} \right]^{\kappa-1} = \left[\frac{1}{\epsilon} \right]^{\kappa-1} \Rightarrow T_1 = T_2 \cdot \left[\frac{1}{\epsilon} \right]^{\kappa-1} = (273 + 800) \text{ K} \cdot \left[\frac{1}{20} \right]^{\kappa-1} = 323,73 \text{ K}$$

3 Mir würde die Variante mit V_2 als Volumen nach der Verdichtung (gesamte Luftmasse im Zylinder) genügen, da der Rechenaufwand für die Variante mit V_H als Volumen angesichts der hierfür vergebenen Punkte erheblich höher ist.



→ Ermittlung m

$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T$$

$$\Rightarrow m = \frac{p_1 \cdot V_H}{R_i \cdot T_1} = \frac{75000 \text{ N/m}^2 \cdot 0,0005 \text{ m}^3}{287 \text{ Nm/kgK} \cdot 323,73 \text{ K}} = 0,000404 \text{ kg} = 0,404 \text{ g}$$

3.4. Ermittlung T_3 (Isobare Zustandsänderung 2 – 3)

$$Q_{23} = c_p \cdot m \cdot \Delta T_{23} = 718 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 0,000463 \text{ kg} \cdot (2273 - 645 \text{ K}) = 541,2 \text{ J}$$

$$\Rightarrow \Delta T_{23} = \frac{Q_{23}}{c_p \cdot m} = \frac{500 \text{ J}}{1005 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 0,0004 \text{ kg}} = 1243,8 \text{ K}$$

$$\Delta T_{23} = T_3 - T_2$$

$$\Rightarrow T_3 = \Delta T_{23} + T_2 = 1243,8 \text{ K} + 1073 \text{ K} = 2316,8 \text{ K}$$

- 3.5. Bei Dieselmotoren wird je nach Drehmomentbedarf die erforderliche Kraftstoffmenge zugeführt, die Luftmasse bleibt bei der Verbrennung jedoch gleich. Daher arbeiten Dieselmotoren mit einem Luftüberschuss, d.h. es wird mehr Luft angesaugt als zur Verbrennung notwendig ist. Durch Luftüberschuss, hohe Verbrennungstemperatur und hohen Verbrennungsdruck entstehen mehr Stickoxide (Verbindungen von Stickstoff und Sauerstoff, die bei jeder Verbrennung entstehen). Wenn diese ohne Abgasaufbereitung in die Umwelt abgelassen werden, wirken sie sich negativ auf das Atemsystem von Mensch und Tier aus.

Antriebsalternativen: Ottomotor, Elektromotor

*Statik (5 P): zeichnerisches Lösungsverfahren, zentrales Kräftesystem;
 Festigkeitslehre (10 P): Zugbeanspruchung, Biegebeanspruchung mit Freischneiden,
 Dimensionierung Lagerbuchse (Abscherung, Flächenpressung;
 Werkstoffkunde (6 P): Entschlüsselung Werkstoff, Wärmebehandlung Vergüten, Gefügebau Martensit
 Energietechnik (9 P): p-V-Diagramm Diesel, Wärmemenge über Heizwert, Luftmasse, Isobare Zustandsänderung,
 Verständnisfrage zu Verbrennung in Dieselmotoren*