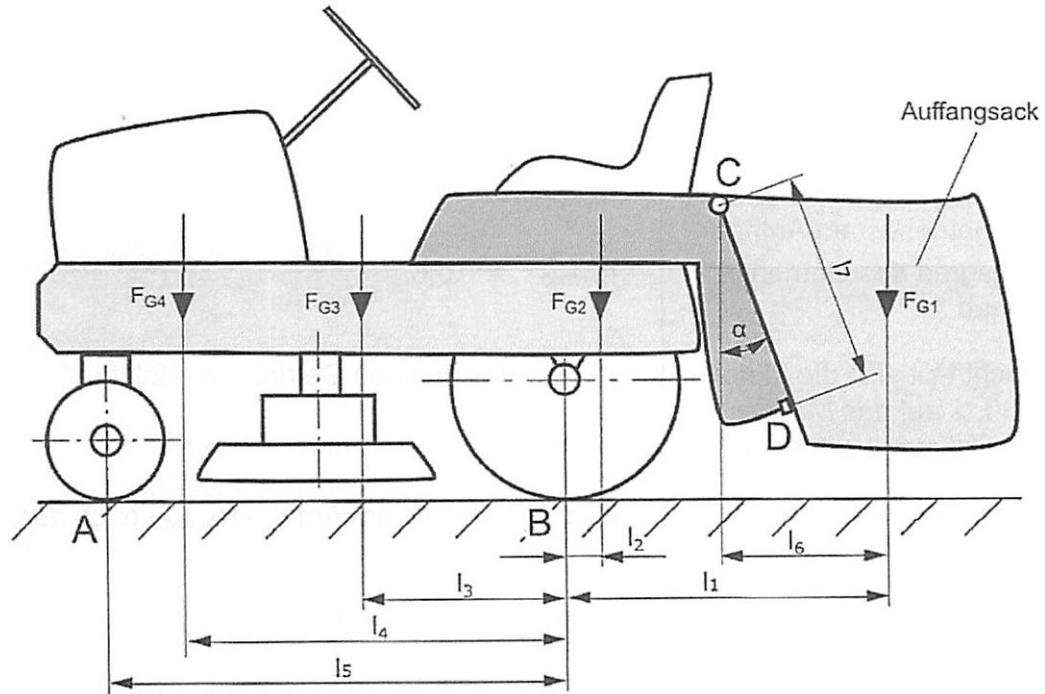




tgm HP 2022/23-1: Aufsitzmäher

(Pflichtaufgabe)

Der Aufsitzmäher wird zur Pflege einer Parkanlage eingesetzt.



$l_1 = 825 \text{ mm}$	$F_{G1} = 1500 \text{ N}$
$l_2 = 30 \text{ mm}$	$F_{G2} = 1200 \text{ N}$
$l_3 = 525 \text{ mm}$	$F_{G3} = 1700 \text{ N}$
$l_4 = 975 \text{ mm}$	$F_{G4} = 800 \text{ N}$
$l_5 = 1170 \text{ mm}$	
$l_6 = 420 \text{ mm}$	
$l_7 = 540 \text{ mm}$	
$\alpha = 20^\circ$	

- Überprüfen Sie durch Rechnung, ob der Aufsitzmäher nach hinten kippt. 3,0
- Berechnen Sie die Auflagerkräfte an den Stellen A und B je Rad. 3,0
- Der Auffangsack wird im Lager C drehbar befestigt und liegt in Lager D an. Lager D kann dabei nur Kräfte senkrecht zur Linie C - D aufnehmen. Berechnen Sie die Lagerkräfte in C und D. 4,0



4 Folgende Daten des Aufsitzmähers sind bekannt:

Motorleistung	P_{Mot}	=	14,7 kW
Motordrehzahl	n_{Mot}	=	3000 min ⁻¹
Übersetzungsverhältnis des Riemengetriebes am Mähwerk	$i_{\text{Mäh}}$	=	1,2
Wirkungsgrad des Getriebes am Mähwerk ¹	$\eta_{\text{Mäh}}$	=	0,6
Übersetzungsverhältnis des Zahnradgetriebes am Antrieb	i_{Antrieb}	=	7
Wirkungsgrad des Getriebes am Antrieb	η_{Antrieb}	=	0,9

Die vorigen Zeilen habe ich 1mm eingerückt, damit sie bündig sind zum Text der Aufgabe.

- 4.1 Vereinfacht teilt sich die Motorleistung P_{Mot} auf die beiden Getriebe wie folgt auf: 2,0
- 60 % auf das Mähwerk $P_{\text{Mäh1}}$
 - 40 % auf den Antrieb P_{Antrieb1}

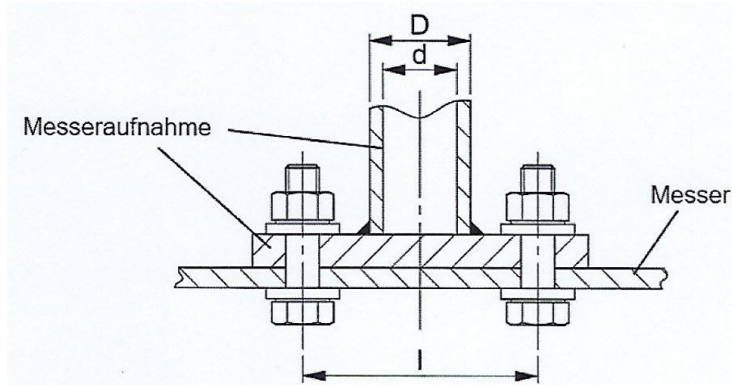
Berechnen Sie die Leistungen am Mähwerk $P_{\text{Mäh2}}$ und am Antrieb P_{Antrieb2} nach den Getrieben.

- 4.2 Berechnen Sie das abgegebene Drehmoment des Mähwerks. 3,0
- 4.3 Erklären Sie, wie der Motor und die Bauteile geschützt sind, wenn die Kraft am Messer des Mähwerks zu groß wird. 1,0

1 In der Abiturprüfung waren die Wirkungsgrade der beiden Getriebe vertauscht. Zahnradgetriebe haben höhere Wirkungsgrade als Riemengetriebe.



5 Die Messeraufnahme am Aufsitzmäher soll ausgelegt werden.



Werkstoff Messeraufnahme	S235JR
Festigkeitsklasse der Schrauben	8.8
Torsionsmoment an der Messeraufnahme	$M_t = 30 \text{ Nm}$
Sicherheit gegen Torsionsbeanspruchung	$\nu = 3$
Außendurchmesser	$D = 15 \text{ mm}$
Bohrungsabstand	$l = 35 \text{ mm}$
Sicherheit gegen Scherbeanspruchung	$\nu = 4$

5.1 Berechnen Sie den Innendurchmesser d des Rohrs an der Messeraufnahme. 3,0

5.2 Das Messer wird mit zwei Passschrauben² befestigt. Dimensionieren Sie den erforderlichen Schraubendurchmesser für Scherbeanspruchung. 4,0

6 Der Aufsitzmäher wird von einem 4-Takt-Otto-Motor angetrieben.

Daten:

Temperaturdifferenz bei der Verbrennung	$\Delta T = 1880 \text{ K}$
Angesaugte Luftmasse je Zylinder	$m = 0,296 \text{ g}$
Zylinderzahl	$z = 2$
Drehzahl	$n = 3000 \text{ 1/min}$

6.1 Benennen und beschreiben Sie die vier Takte eines Otto-Motors. 2,0

6.2 Ermitteln Sie die zugeführte Verbrennungswärme je Zylinder und Arbeitstakt. 2,0

6.3 Berechnen Sie den Benzinverbrauch des Motors in Liter/Stunde bei einer Verbrennungswärme von 400 J je Zylinder und Arbeitstakt. 3,0

30,0

² In der originalen Abiturprüfung wurde das Messer mit zwei Sechskantschrauben mit Schaft befestigt. Diese Schrauben müssen so stark angezogen werden, dass Querkräfte über Reibung aufgenommen werden. Die Schrauben selbst dürfen nicht auf Scherung, auch nicht im Schaft, belastet werden. (→ Tabellenbuch Metall, Europa, „Schrauben – Übersicht“ oder VDI 2230 Blatt 2: Systematische Berechnung hochbeanspruchter Schraubenverbindungen – Mehrschraubenverbindungen, Dezember 2014 (Kapitel 6.3.1.2))



Lösungen

- 1 Der Aufsitzmäher kippt gegebenenfalls um die Hinterachse. Er kippt nicht, wenn die Haltemomente größer sind als die Kippmomente.

$$\Sigma M_{B, \text{haltend}} > \Sigma M_{B, \text{kippend}}$$

$$\Sigma M_{B, \text{haltend}} = F_{G3} \cdot l_3 + F_{G4} \cdot l_4 = 1700 \text{ N} \cdot 525 \text{ mm} + 800 \text{ N} \cdot 975 \text{ mm} = 1672,5 \text{ Nm}$$

$$\Sigma M_{B, \text{kippend}} = F_{G1} \cdot l_1 + F_{G2} \cdot l_2 = 1500 \text{ N} \cdot 825 \text{ mm} + 1200 \text{ N} \cdot 30 \text{ mm} = 1273,5 \text{ Nm}$$

→ **Der Aufsitzmäher kippt nicht.**

Alternativ kann man auch die Lösung aus Aufgabe 2 übernehmen und argumentieren: Da $F_A > 0$, kippt der Aufsitzmäher nicht.

- 2 Auflagerkräfte

$$\Sigma F_x = 0 \quad \text{keine Kräfte in x-Richtung}$$

$$\Sigma M_B = 0 = -F_{G1} \cdot l_1 - F_{G2} \cdot l_2 + F_{G3} \cdot l_3 + F_{G4} \cdot l_4 - F_A \cdot l_5$$

$$\Rightarrow F_A = \frac{-F_{G1} \cdot l_1 - F_{G2} \cdot l_2 + F_{G3} \cdot l_3 + F_{G4} \cdot l_4}{l_5}$$

$$= \frac{-1500 \text{ N} \cdot 825 \text{ mm} - 1200 \text{ N} \cdot 30 \text{ mm} + 1700 \text{ N} \cdot 525 \text{ mm} + 800 \text{ N} \cdot 975 \text{ mm}}{1170 \text{ mm}} = 341,03 \text{ N}$$

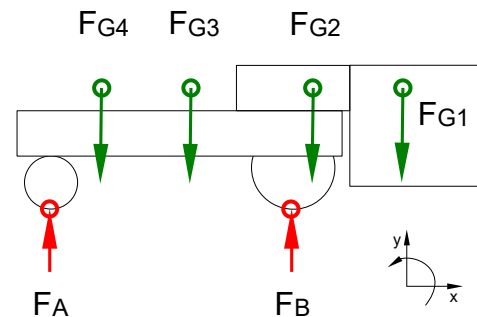
$$\Rightarrow F_{ARad} = \frac{F_A}{2} = 170,5 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_A + F_B - F_{G1} - F_{G2} - F_{G3} - F_{G4}$$

$$\Rightarrow F_B = F_{G1} + F_{G2} + F_{G3} + F_{G4} - F_A$$

$$= 1500 \text{ N} + 1200 \text{ N} + 1700 \text{ N} + 800 \text{ N} - 341,03 \text{ N} = 4858,97 \text{ N}$$

$$\Rightarrow F_{BRad} = \frac{F_B}{2} = 2429,49 \text{ N}$$





3 Lagerkräfte

$$\Sigma M_C = 0 = -F_{G1} \cdot l_6 + F_D \cdot l_7 \Rightarrow$$

$$F_D = \frac{F_{G1} \cdot l_6}{l_7} = \frac{1500 \text{ N} \cdot 420 \text{ mm}}{540 \text{ mm}} = 1166,67 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0 = F_{Cx} + F_{Dx} \Rightarrow$$

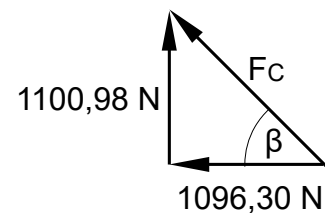
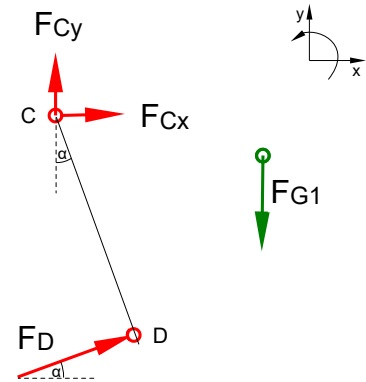
$$F_{Cx} = -F_D \cdot \cos(\alpha) = -1166,67 \cdot \cos(20^\circ) = -1096,31 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_{Cy} - F_{G1} + F_{Dy} \Rightarrow$$

$$F_{Cy} = F_{G1} - F_D \cdot \sin(\alpha) = 1500 \text{ N} - 1166,67 \text{ N} \cdot \sin(20^\circ) = 1100,98 \text{ N}$$

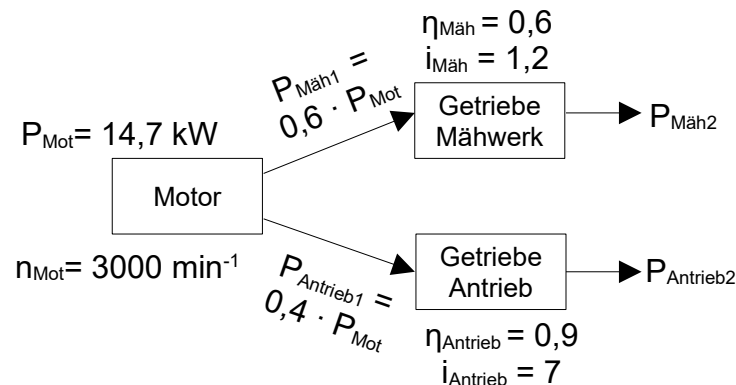
$$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{(-1096,30 \text{ N})^2 + (1100,98 \text{ N})^2} = 1553,7 \text{ N}$$

$$\beta = \arctan \frac{|F_{Cy}|}{|F_{Cx}|} = \arctan \frac{1100,98 \text{ N}}{1096,30 \text{ N}} = 45,1^\circ$$



4 Mähwerk und Antrieb

4.1 Leistungen nach den Getrieben



(Umlauf für die Grafik und Absätze entfernt)

$$P_{Mäh1} = 0,6 \cdot P_{Mot} = 0,6 \cdot 14,7 \text{ kW} = 8,82 \text{ kW}$$

$$P_{Mäh2} = P_{Mäh1} \cdot \eta_{Mäh} = 8,82 \text{ kW} \cdot 0,6 = 5,292 \text{ kW}$$

$$P_{Antrieb1} = 0,4 \cdot P_{Mot} = 0,4 \cdot 14,7 \text{ kW} = 5,88 \text{ kW}$$

$$P_{Antrieb2} = P_{Antrieb1} \cdot \eta_{Antrieb} = 5,88 \text{ kW} \cdot 0,9 = 5,292 \text{ kW}$$

(Seitenumbruch eingesetzt)



4.2 Abgegebenes Drehmoment des Mähwerks

$$P_{Mäh2} = 2\pi \cdot M_{Mäh} \cdot n_{Mäh} \Rightarrow M_{Mäh} = \frac{P_{Mäh2}}{2\pi \cdot n_{Mäh}} = \frac{5,292 \text{ kW}}{2\pi \cdot 2500 \text{ min}^{-1}} = \frac{5292 \frac{\text{Nm}}{\text{s}}}{2\pi \cdot \frac{2500}{60 \text{ s}}} = 20,2 \text{ Nm}$$

$$i_{Mäh} = \frac{n_{Mot}}{n_{Mäh}} \Rightarrow n_{Mäh} = \frac{n_{Mot}}{i_{Mäh}} = \frac{3000 \text{ min}^{-1}}{1,2} = 2500 \text{ min}^{-1}$$

4.3 Schutz von Motor und Bauteilen

- Elastizität der Riemen fängt Kraftspitzen auf
- Überlastschutz über durchrutschende Riemen
- Überlastschutz über Kupplung
- Bauteilschutz über Abdeckungen
- Motorschutz (bei Elektromotoren) durch Motorschutzschalter (Überlastrelais, Bimetallschalter, ...)³
- Sollbruchstellen, z. B. Scherstifte im Antriebsstrang
- ...

5 Messeraufnahme am Aufsitzmäher

5.1 Innendurchmesser d des Rohrs der Messeraufnahme: Berechnung gegen plastische Verformung durch Torsion

$$\text{Werkstoff S 235 JR} \rightarrow R_e = 235 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{tF} = 0,7 \cdot R_e = 0,7 \cdot 235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 164,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\frac{\tau_{tF}}{\sqrt{3}} = \tau_{tzul} > \tau_t = \frac{M_t}{W_p} \Rightarrow$$

$$\tau_{tzul} = \frac{\tau_{tF}}{\sqrt{3}} = \frac{164,5 \text{ N/mm}^2}{3} = 54,83 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$W_{perf} = \frac{M_t}{\tau_{tzul}} = \frac{30 \text{ Nm}}{54,83 \text{ N/mm}^2} = 547,11 \text{ mm}^3$$

$$W_{perf} = \frac{\pi \cdot (D^4 - d_{erf}^4)}{16 \cdot D} \Rightarrow$$

$$d_{erf} \leq \sqrt[4]{D^4 - \frac{16 \cdot D \cdot W_{perf}}{\pi}} = \sqrt[4]{(15 \text{ mm})^4 - \frac{16 \cdot 15 \text{ mm} \cdot 547,11 \text{ mm}^3}{\pi}} = 9,7 \text{ mm}$$

³ Bis zu diesem Zeitpunkt wurde nicht beschrieben, welcher Motor im Aufsitzmäher verbaut ist. Das passiert erst in Aufgabe 6. Ob man sich dann als Schülerin oder Schüler noch an Aufgabe 4 erinnert...?



5.2 Erforderlicher Schraubendurchmesser für Scherbeanspruchung

$$M_t = F \cdot \frac{l}{2} \Rightarrow F = \frac{2 \cdot M_t}{l} = \frac{2 \cdot 30000 \text{ Nmm}}{35 \text{ mm}} = 1714,3 \text{ N}$$

$$2 \text{ Schrauben} \Rightarrow F_s = \frac{F}{2} = \frac{1714,3 \text{ N}}{2} = 857,14 \text{ N}$$

$$\text{Festigkeitsklasse der Schrauben: } 8.8 \Rightarrow R_e = 8 \cdot 8 \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 640 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{aF} = 0,6 \cdot R_e = 0,6 \cdot 640 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 384 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\frac{\tau_{aF}}{V} = \tau_{azul} > \tau_a = \frac{F_s}{S} \Rightarrow$$

$$\tau_{azul} = \frac{\tau_{aF}}{V} = \frac{384 \text{ N/mm}^2}{4} = 96 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$S_{erf} = \frac{F_s}{\tau_{azul}} = \frac{857,14 \text{ N}}{96 \text{ N/mm}^2} = 8,93 \text{ mm}^2$$

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \Rightarrow d_{erf} = \sqrt{\frac{4 \cdot S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 8,93 \text{ mm}^2}{\pi}} = 3,37 \text{ mm}$$

Gewählt: Passschraube DIN 609 mit **d = M8** (mit Schaftdurchmesser $d_s = 9 \text{ mm}$) als kleinste im Tabellenbuch verzeichnete Passschraube (→ Tabellenbuch Metall, Europa, „Sechskant-Passschrauben mit langem Gewindezapfen“).

6 4-Takt-Ottomotor

6.1 Beschreibung der vier Takte

1. Takt	Ansaugen	Ansaugen eines Kraftstoff-Luft-Gemischs (KLGs)
2. Takt	Verdichten	Verdichten des KLGs, Druck und Temperatur des KLGs steigen
3. Takt	Arbeiten	Verbrennen des KLGs, beginnend mit der Zündung; durch den hohen Gasdruck; Bewegung des Kolbens vom OT zum UT.; dadurch wird die Kurbelwelle zum Drehen gebracht
4. Takt	Ausstoßen	Ausstoßen des verbrannten KLGs

6.2 Zugeführte Verbrennungswärme je Zylinder und Arbeitstakt

Die Wärme wird während einer idealisierten isochoren Zustandsänderung zugeführt.

$$Q = c_v \cdot m \cdot \Delta T = 0,718 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot 0,296 \text{ g} \cdot 1880 \text{ K} = 399,6 \text{ J}$$



6.3 Benzinverbrauch des Motors in Liter pro Stunde

Benzinverbrauch (Masse) pro Zylinder und Arbeitstakt:

$$Q = m_B \cdot H_{u\text{Benzin}} \Rightarrow m_B = \frac{Q}{H_{u\text{Benzin}}} = \frac{400 \text{ J}}{43 \text{ MJ/kg}} = 0,009302 \text{ g} = 9,302 \text{ mg}$$

$H_{u\text{Benzin}} = 43 \text{ MJ/kg}$ (→ Tabellenbuch Metall, Europa, "Heizwerte")

Benzinverbrauch (Masse) des Motors bei $n = 3000 \text{ min}^{-1}$:

$$m_{\text{Motor}} = z \cdot m_B \cdot \frac{n}{2} = 2 \cdot 0,009302 \text{ g} \cdot \frac{3000 \text{ min}^{-1}}{2} \cdot \frac{60 \text{ min}}{h} = 1674,41 \text{ g/h}$$

Benzinverbrauch (Volumen) des Motors bei $n = 3000 \text{ min}^{-1}$:

$$V_{\text{Motor}} = \frac{m_{\text{Motor}}}{\rho_{\text{Benzin}}} = \frac{1674,41 \text{ g/h}}{0,72 \text{ kg/l}} = 2,33 \frac{\text{l}}{\text{h}}$$

$\rho_{\text{Benzin}} = 0,72 \dots 0,75 \text{ kg/l}$ (→ Tabellenbuch Metall, Europa, "Stoffwerte")