

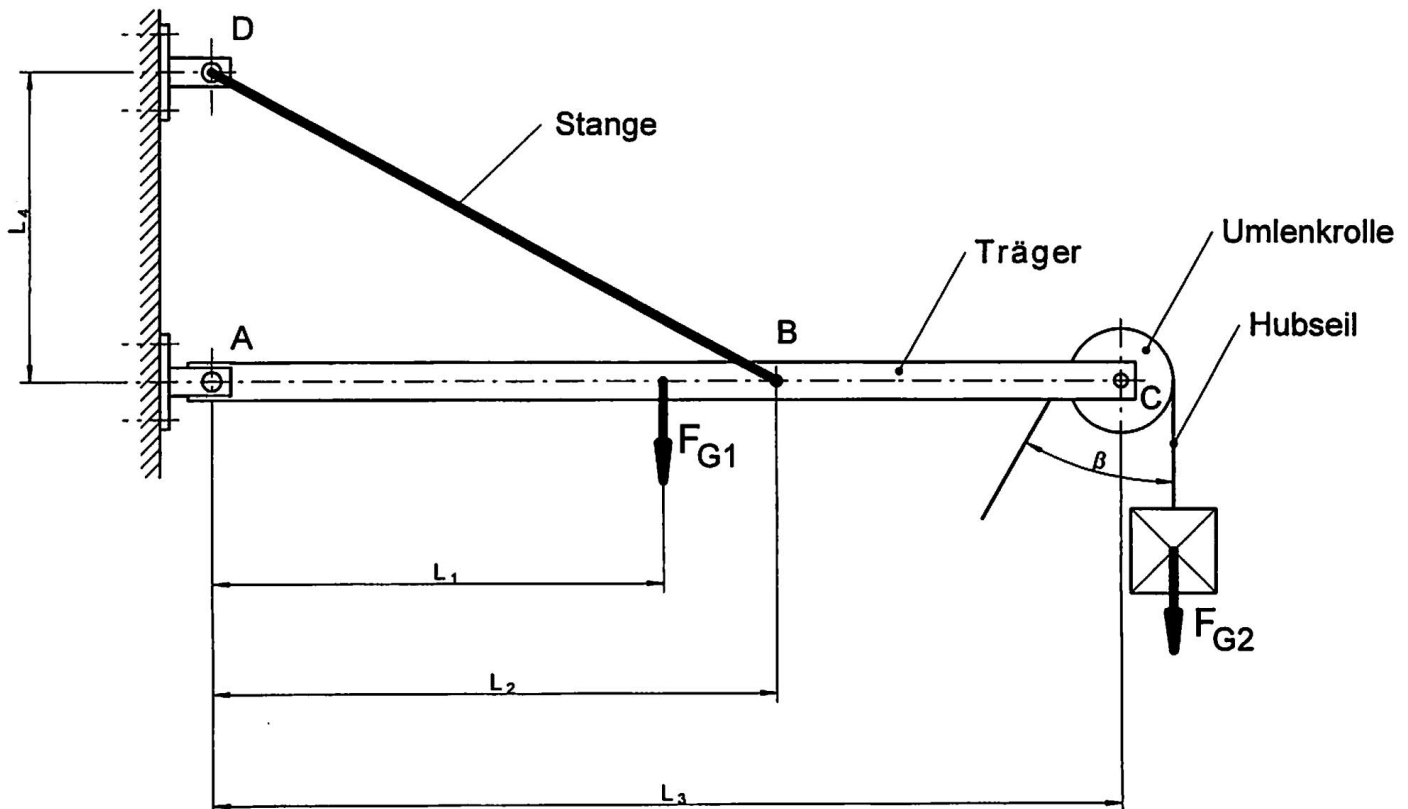


## tgtn HP 2012/13-1: Hebevorrichtung

(Pflichtaufgabe)

Die dargestellte Hebevorrichtung ist an den Punkten A und D an einer Wand zu befestigen. Der Träger wird dabei mit Hilfe einer Stange im Punkt B waagrecht gehalten. Eine in Punkt C montierte Umlenkrolle ermöglicht das Anheben einer Last mittels Seilzug.

Die folgende Darstellung ist unmaßstäblich.



Abmessungen:  $L_1 = 1 \text{ m}$ ;  $L_2 = 1,2 \text{ m}$ ;  $L_3 = 2 \text{ m}$ ;  $L_4 = 1 \text{ m}$ ;  $\beta = 30^\circ$   
 Durchmesser der Umlenkrolle  $d_R = 150 \text{ mm}$

Gewichtskräfte:  $F_{G1} = 0,6 \text{ kN}$ ;  $F_{G2} = 4 \text{ kN}$

### 1 Umlenkrolle

Die Umlenkrolle ist mit 2 baugleichen Rillenkugellagern über einen Bolzen im Träger gelagert. Der Bolzen wird aus dem Werkstoff C15 gefertigt und mit einer Sicherheitszahl von 2 ausgelegt. Die Laufzeit der Lager beträgt 1000 Betriebsstunden bei einer Hubgeschwindigkeit von  $v_H = 0,4 \text{ m/s}$ .

- 1.1 Skizzieren Sie die freigeschnittene Umlenkrolle und berechnen Sie die Kraft  $F_C$  der Umlenkrolle. 4,0

In den nachfolgenden Aufgaben wird mit einer Kraft von  $F_C = 8 \text{ kN}$  gerechnet.

- 1.2 Dimensionieren Sie die erforderlichen Rillenkugellager mit dem kleinstmöglichen Innendurchmesser. Geben Sie die gewählten Lager normgerecht an. 5,0
- 1.3 Überprüfen Sie den Bolzendurchmesser für das gewählte Rillenkugellager auf Abscherung und bewerten Sie das Ergebnis. Der Bolzen ist zweiseitig eingespannt. 3,0



## 2 Träger

Für den Träger wird ein I-Profil mit dem Werkstoff S275JR und einer Sicherheitszahl von 2 gewählt.

- 2.1 Ermitteln Sie die Stützkräfte in den Punkten A und B und dokumentieren Sie den Lösungsweg. 6,0
- 2.2 Bestimmen Sie das maximale Biegemoment. 2,0
- 2.3 Wählen Sie den geeignetsten IPE-Träger aus. 3,0

## 3 Hubeinrichtung (nicht dargestellt)

Das Hubseil ist auf einer Seiltrommel aufgewickelt. Die Seiltrommel wird von einem Elektromotor über ein Zahnradgetriebe angetrieben.

Die Seiltrommel hat einen Durchmesser	$d_{Tr} = 120 \text{ mm}$
Der Elektromotor hat eine Drehzahl von	$n_M = 1450 \text{ min}^{-1}$
Geforderte Hubgeschwindigkeit:	$v_H = 0,4 \text{ m/s}$
Umlenkrolle:	$\eta_R = 95 \%$
Seiltrommel:	$\eta_{Tr} = 90 \%$
Getriebe:	$\eta_G = 83 \%$

- 3.1 Zeichnen Sie die Prinzipskizze der Hubeinrichtung. 3,0
- 3.2 Bestimmen Sie das erforderliche Gesamtübersetzungsverhältnis für das Getriebe. 2,0
- 3.3 Für das Stirnradgetriebe stehen die Zähnezahlen 20, 25, ... , 75, 80 zur Verfügung. 5,0

Für eine kostengünstige Lösung gelten folgende Bedingungen:

- Einzelübersetzung  $i_{max} = 4$
- minimale Anzahl der Getriebestufen
- möglichst große Anzahl an gleichen Zahnrädern
- minimale Zähnezahlen

Entwickeln Sie einen Vorschlag für das erforderliche Stirnradgetriebe und begründen Sie diesen.

- 3.4 Berechnen Sie die Hubgeschwindigkeit in m/s mit dem von Ihnen gewählten Getriebe. 2,0
- 3.5 Das Drehmoment wird von der Getriebeabtriebswelle auf die Seiltrommel übertragen. Die Drehzahl der Seiltrommel beträgt  $65 \text{ min}^{-1}$  bei einer Motorleistung von 2,4 kW. Die zulässige Torsionsspannung der Welle darf  $\tau_{tzul} = 100 \text{ N/mm}^2$  nicht überschreiten. 5,0
- Dimensionieren Sie den Durchmesser der Welle.

40,0



## Lösungsvorschläge

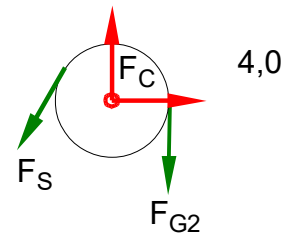
Statik (10 P): Benannte BG freimachen; Lagerkraft; Stützkraft;  
 ME (5 P): Rillenkugellager berechnen  
 Festigkeit (13 P): BolzenØ auf Scherung; Mbmax; IPE (Biegung), Welle (Torsion)  
 Allgemein (3 P): Prinzipskizze  
 Getriebe (9 P):

1

### 1.1 LS Umlenkrolle siehe rechts

Hinweis 1: Zwar verlangt die Aufgabe nur, die Umlenkrolle zu skizzieren, das wäre ein einfacher Kreis. Aber wer seines Korrektors nicht sicher ist, ergänzt sicherheitshalber noch ein paar Kräfte ;-)

Hinweis 2: Gesucht ist die Kraft, mit der die Umlenkrolle auf die Hebevorrichtung wirkt, d.h. die Resultierende aus den beiden Seilkräften.



$$M_C = 0 = F_S \cdot \frac{d_{Tr}}{2} - F_{G2} \cdot \frac{d_{Tr}}{2} \Rightarrow F_S = F_{G2}$$

Die Rechnung zeigt, dass der Seiltrommeldurchmesser  $d_{TR}$  keine Rolle spielt. Aus Symmetriegründen verläuft  $F_C$  auf der Winkelhalbierenden des Winkels  $\beta$ .

$$\Sigma F_x = 0 = F_{Cx} - F_{Sx} \Rightarrow F_{Cx} = F_{Sx} = F_{G2} \cdot \sin \beta = 4 \text{ kN} \cdot \sin 30^\circ = 2,0 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_{Cy} - F_{G2} - F_{Sy} \Rightarrow$$

$$F_{Cy} = F_{G2} + F_{Sy} = F_{G2} + F_{G2} \cdot \cos \beta = 4 \text{ kN} + 4 \text{ kN} \cdot \cos 30^\circ = 7,46 \text{ kN}$$

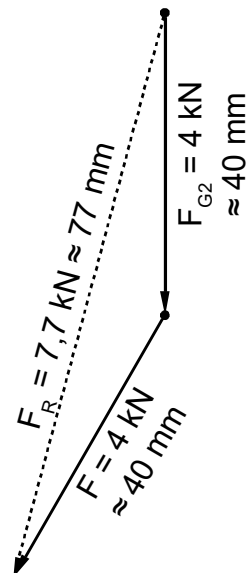
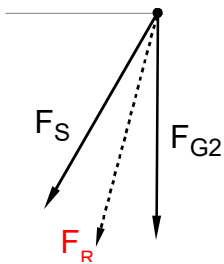
$$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{(2 \text{ kN})^2 + (7,46 \text{ kN})^2} = 7,73 \text{ kN}$$

### Zeichnerische Lösung

Hinweis 3: Auch wenn ich sonst dazu neige, die Aufgabenstellung wörtlich zu nehmen, würde ich hier nicht auf der Formulierung „berechnen Sie“ bestehen, sondern auch eine grafische Lösung akzeptieren.

LP Seilrolle

KP  $M_K = 4 \text{ kN} \approx 40 \text{ mm}$  (nicht maßstäblich dargestellt)





## 1.2 Rillenkugellager

$$\text{Drehzahl: } v = \pi \cdot n \cdot d \Rightarrow n_R = \frac{v_H}{\pi \cdot d_R} = \frac{0,4 \text{ m/s}}{\pi \cdot 150 \text{ mm}} = 0,849 \text{ s}^{-1} = 50,9 \text{ min}^{-1}$$

Dynamisch äquivalente Belastung P

(2 Lager  $\rightarrow F_r = F_C/2$ ; reine Radialbelastung  $\rightarrow x = 1$  und  $y = 0$ ;) )

$$P = x \cdot F_r + y \cdot F_a = 1 \cdot \frac{F_C}{2} + 0 \cdot F_a = 1 \cdot \frac{8 \text{ kN}}{2} = 4 \text{ kN}$$

Verhältnis dynamischer Tragzahl C zu äquivalenter Belastung P (mit  $p = 3$  für Wälzlager und  $L_{10h} = 1000 \text{ h}$ ).

Entweder aus der Leitertafel (siehe rechts,  $C/P = 1,45$ )  
Nichtlinearen Skalen können tückisch sein, da hilft, wenn man an der Skale C/P einige Zahlen ergänzt.

oder mit der Zahlenwertgleichung aus der Formelsammlung

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60 \cdot n} \cdot \left( \frac{C}{P} \right)^p$$

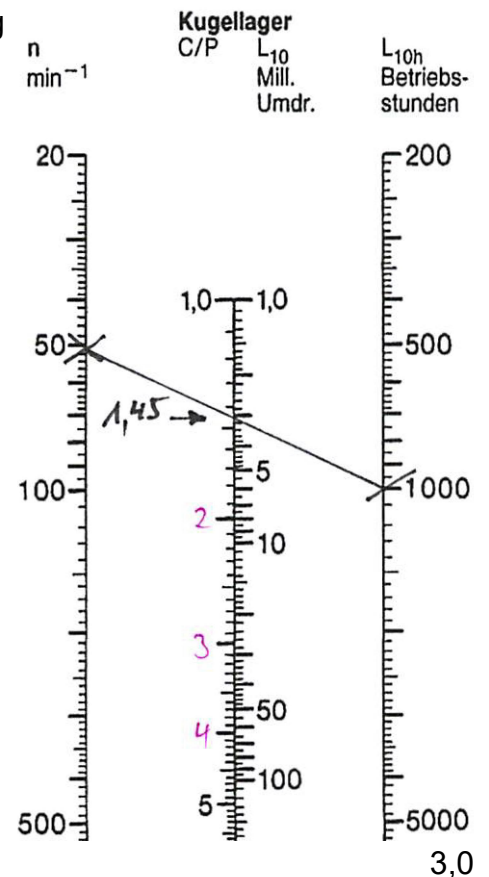
$$\rightarrow \frac{C}{P} = \sqrt[p]{\frac{L_{10h} \cdot 60 \cdot n}{10^6}} = \sqrt[3]{\frac{1000 \text{ [h]} \cdot 60 \cdot 50,9 \text{ [min}^{-1}\text{]}}{10^6}} = 1,45$$

In Zahlenwertgleichungen ist die Umrechnung der Einheiten "eingebaut", deshalb müssen die Werte in der richtigen Einheit [hier in eckigen Klammern] eingesetzt, dürfen aber nicht mehr umgerechnet werden.

Daraus ergibt sich die dynamische Tragzahl C

$$\frac{C}{P} = 1,45 \rightarrow C = 1,45 \cdot P = 1,45 \cdot 4 \text{ kN} = 5,8 \text{ kN}$$

Gewählt: Wälzlager aus der Baureihe 63 mit  $d = 10 \text{ mm}$  und  $C = 6,4 \text{ kN}$



## 1.3 $R_e = 355 \text{ N/mm}^2$ (C15 $\rightarrow$ [EuroTabM] „Einsatzstähle“)

$\tau_{aF} = 0,6 \cdot R_e$  ( $\rightarrow$  [EuroTabM] „Abscherung, Beanspruchung“)

Erforderlicher Durchmesser gegen Abscheren:

$$\tau_{aF} = 0,6 \cdot R_e = 0,6 \cdot 355 \text{ N/mm}^2 = 213 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\tau_{aF}}{\sqrt{v}} = \tau_{azul} > \tau_a = \frac{F}{2 \cdot S} \Rightarrow \tau_{azul} = \frac{\tau_{aF}}{\sqrt{v}} = \frac{213 \text{ N/mm}^2}{2} = 106,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$S_{erf} = \frac{F_C}{2 \cdot \tau_{azul}} = \frac{8 \text{ kN}}{2 \cdot 106,5 \text{ N/mm}^2} = 37,6 \text{ mm}^2$$

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \Rightarrow d_{erf} = \sqrt{\frac{4 \cdot S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 37,6 \text{ mm}^2}{\pi}} = 6,9 \text{ mm}$$

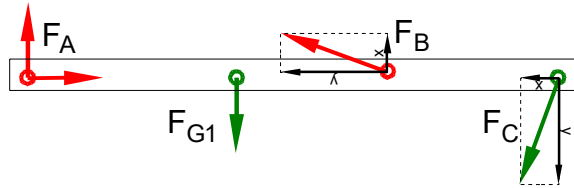
$d_{erf} = 6,9 \text{ mm} < d = 10 \text{ mm} \rightarrow$  der Bolzen  $d = 10 \text{ mm}$  ist ausreichend.



## 2 Träger

### 2.1 LS Träger (siehe rechts)

6,0



$$\alpha_B = \arctan \frac{L_4}{L_2} = \arctan \frac{1 \text{ m}}{1,2 \text{ m}} = 39,8^\circ$$

$$F_{Cx} = F_C \cdot \sin \frac{\beta}{2} = 8 \text{ kN} \cdot \sin \frac{30^\circ}{2} = 2,07 \text{ kN}$$

$$F_{Cy} = F_C \cdot \cos \frac{\beta}{2} = 8 \text{ kN} \cdot \cos \frac{30^\circ}{2} = 7,73 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_A = 0 = -F_{G1} \cdot L_1 + F_{By} \cdot L_2 - F_{Cy} \cdot L_3 \Rightarrow$$

$$F_{By} = \frac{F_{G1} \cdot L_1 + F_{Cy} \cdot L_3}{L_2} = \frac{0,6 \text{ kN} \cdot 1 \text{ m} + 7,73 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m}}{1,2 \text{ m}} = 13,38 \text{ kN}$$

$$F_B = \frac{F_{By}}{\sin \alpha_B} = \frac{13,38 \text{ kN}}{\sin 39,8^\circ} = 20,90 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0 = F_{Ax} - F_{Bx} - F_{Cx} \Rightarrow F_{Ax} = F_{Bx} + F_{Cx} = 20,90 \text{ kN} \cdot \cos 39,8^\circ + 2,07 = 18,13 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_{Ay} - F_{G1} + F_{By} - F_{Cy} \Rightarrow$$

$$F_{Ay} = +F_{G1} - F_{By} + F_{Cy} = 0,6 \text{ kN} - 13,38 \text{ kN} + 7,73 \text{ kN} = -5,05 \text{ kN}$$

$$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(18,13 \text{ kN})^2 + (-5,05 \text{ kN})^2} = 18,8 \text{ kN}$$

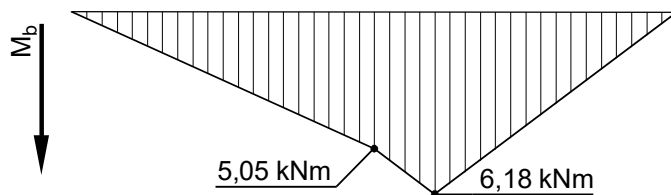
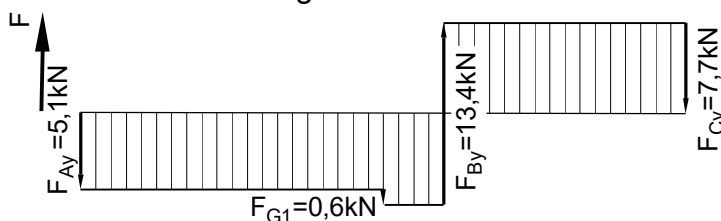
$$\alpha_A = \arctan \frac{F_{Ay}}{F_{Ax}} = \arctan \frac{-5,05 \text{ kN}}{18,13 \text{ kN}} = -15,6^\circ$$

$\alpha_A = 15,6^\circ$  nach rechts unten gegen die x-Achse.

### 2.2 LS Träger siehe oben

2,0

Grafische Darstellung:



Auch ohne grafische Darstellung genügt es, wenn man das Biegemoment an den beiden inneren Kräfteinleitungspunkt bei  $G_1$  und  $B$  berechnet:

$$M_{G1}(\text{von links}) = |-F_{Ay} \cdot L_1| = 5,05 \text{ kN} \cdot 1 \text{ m} = 5,05 \text{ kNm}$$

$$M_B(\text{von rechts}) = |-F_{Cy} \cdot (L_3 - L_2)| = 7,73 \text{ kN} \cdot (2 \text{ m} - 1,2 \text{ m}) = 6,18 \text{ kNm} = M_{bmax}$$



2.3  $R_e = 275 \text{ N/mm}^2$

(aus der Bezeichnung von S275 oder  $\rightarrow$  [EuroTabM] „Baustähle, unlegierte“)

$$\sigma_{bF} = 1,2 \cdot R_e = 1,2 \cdot 275 \text{ N/mm}^2 = 330 \text{ N/mm}^2$$

(  $\rightarrow$  [EuroTabM] „Biegebeanspruchung“)

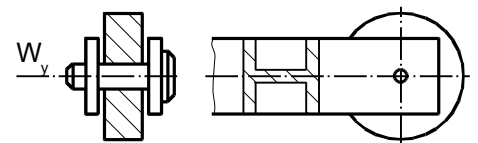
$$\frac{\sigma_{bF}}{V} = \sigma_{bzul} > \sigma_b = \frac{M_{bmax}}{W} \Rightarrow$$

$$\sigma_{bzul} = \frac{\sigma_{bF}}{V} = \frac{330 \text{ N/mm}^2}{2} = 165 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$W_{erf} = \frac{M_{bmax}}{\sigma_{bzul}} = \frac{6,18 \text{ kNm}}{165 \text{ N/mm}^2} = 37,5 \text{ cm}^3$$

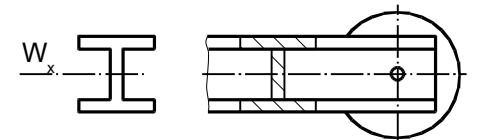
Die Informationen zur Einbaulage sind nicht eindeutig, deshalb gibt es zwei Lösungsmöglichkeiten.

1) Laut Zeichnung ist der IPE-Träger verdreht eingebaut und liegt wie ein „H“. Das ergibt auch eine zwanglose Möglichkeit, die Seilrolle passend zur Darstellung zu montieren. In diesem Fall wird ein IPE 240 mit  $W_y = 47,3 \text{ cm}^3$  gewählt (  $\rightarrow$  [EuroTabM] „DIN 1025“ oder „IPE-Träger“).



Lage des IPE wie ein "H"

2) In „normaler“ (Doppel-T-) Einbaulage hält ein IPE-Träger wesentlich mehr Biegemoment aus. Das passt zwar nicht zur Zeichnung und erklärt auch nicht den Einbau der Seilrolle, kann aber viel Material sparen. Wer es so sieht (oder gar nicht über die Zeichnung nachgedacht hat ;-), wählt IPE 120 mit  $W_x = 53,0 \text{ cm}^3$ .



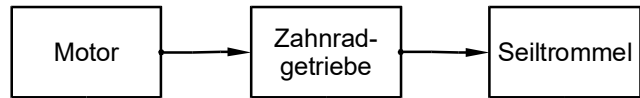
Normgerechte Darstellung des IPE als "I"

(  $\rightarrow$  [EuroTabM] „DIN 1025“ oder „IPE-Träger“)



3

3.1 Der Begriff "Prinzipskizze" legt die Form der Darstellung nicht fest. Wichtig sind die 3 Elemente und ihre Reihenfolge:



3,0

3.2  $v = \pi \cdot n \cdot d \Rightarrow n_{ab} = \frac{v_H}{\pi \cdot d_{Tr}} = \frac{0,4 \text{ m/s}}{\pi \cdot 120 \text{ mm}} = 1,06 \text{ s}^{-1} = 63,7 \text{ min}^{-1}$

$i_{erf} = \frac{n_{zu}}{n_{ab}} = \frac{1450 \text{ min}^{-1}}{63,7 \text{ min}^{-1}} = 22,8$

2,0

3.3 Bei der maximalen Einzelübersetzung  $i_{max} = 4$  kann mit 2 Getriebestufen nur eine Gesamtübersetzung von  $i = i_1 \cdot i_2 = 16$  erreicht werden. Es sind also 3 Stufen nötig.

$i_{max}^x = i_{erf} \Rightarrow x_{min} = \frac{\log 22,8}{\log 4} = 2,25$

$\Rightarrow x = 3$

5,0

Wenn man gleich große Übersetzungen möchte, müssen diese etwa  $i_E \approx 2,84$  betragen.

$i_E^x = i_{ges} \Rightarrow i_E = \sqrt[x]{i_{erf}} = \sqrt[3]{22,8} = 2,84$

Wenn man von den kleinen Antriebsrädern ausgeht, ergibt sich folgende Situation:

$Z_1$	$Z_1 \cdot i_E$	$Z_2$	$i$	$i_{ges}$	$V_{Hub}$
20	$20 \cdot 2,84 = 56,8$	55	$\frac{55}{20} = 2,75$	$2,75^3 = 20,8$	$\frac{\pi \cdot 1450}{\text{min} \cdot 20,8} \cdot 120 \text{ mm} = 0,438 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
25	$25 \cdot 2,84 = 71,0$	70	$\frac{70}{25} = 2,8$	$2,8^3 = 21,9$	$\frac{\pi \cdot 1450}{\text{min} \cdot 21,9} \cdot 120 \text{ mm} = 0,415 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
30	$30 \cdot 2,84 = 85,2$	nicht verfügbar			

Die geforderten Hubgeschwindigkeiten werden in beiden Fällen erreicht, die Drehmomente können mangels Angaben nicht geprüft werden. Unter der Vorgabe minimaler Zähnezahlen sind also 3 Getriebestufen mit jeweils 55:20 Zähnen möglich.

(Es ist eher Zufall, dass es hier mit 3 gleichen Übersetzungen ungefähr aufgeht.

Wenn es nicht so ist, nähert man sich mit den ersten Übersetzungen an und variiert die letzten. Dadurch bekommt man zwar mehr verschiedene Zahnräder, aber es ist praktisch nie möglich, mehrere Anforderungen optimal zu erfüllen.)

3.4  $i_{ges} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_2}{z_1} = \frac{55}{20} \cdot \frac{55}{20} \cdot \frac{55}{20} = 20,8$

2,0

$i = \frac{n_{zu}}{n_{ab}} \Rightarrow n_{ab} = \frac{n_{max}}{i} = \frac{1450 \text{ min}^{-1}}{20,8} = 69,7 \text{ min}^{-1}$

$v = \pi \cdot n_{ab} \cdot d_H = \pi \cdot 69,7 \text{ min}^{-1} \cdot 120 \text{ mm} = 0,438 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

3.5 Drehmoment vom Motor her:

5,0

$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} \Rightarrow P_{Gab} = P_M \cdot \eta_G = 2,4 \text{ kW} \cdot 0,83 = 1,992 \text{ kW}$

$P = 2\pi \cdot M \cdot n \Rightarrow M_{Tr} = \frac{P_{Gab}}{2\pi \cdot n_{Tr}} = \frac{1,992 \text{ kW}}{2\pi \cdot 65 \text{ min}^{-1}} = 292,6 \text{ Nm}$

oder einzeilig von der Last her (wozu sind sonst  $\eta_R$ ,  $\eta_{Tr}$  und  $d_{Tr}$  angeben ;-)

$M_{Tr} \cdot \eta_R \cdot \eta_{Tr} = F_{G2} \cdot \frac{d_{Tr}}{2} \Rightarrow M_{Tr} = \frac{F_{G2} \cdot d_{Tr}}{\eta_R \cdot \eta_{Tr} \cdot 2} = \frac{4000 \text{ N} \cdot 120 \text{ mm}}{0,95 \cdot 0,90 \cdot 2} = 280 \text{ Nm}$

$\frac{\tau_{tF}}{v} = \tau_{tzul} > \tau_t = \frac{M_t}{W_p} \Rightarrow W_{perf} = \frac{M_{Tr}}{\tau_{tzul}} = \frac{292,6 [280] \text{ Nm}}{100 \text{ N/mm}^2} = 2,93 [2,80] \text{ cm}^3$

$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \Rightarrow d_{erf} = \sqrt[3]{\frac{W_{perf} \cdot 16}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{2,93 [2,80] \text{ cm}^3 \cdot 16}{\pi}} = 24,6 [24,3] \text{ mm}$

Gewählt:  $d = 25 \text{ mm}$