



tgtm HP 2015/16-1: Bergbahn

(Pflichtaufgabe)

Bei der Bergbahn e.K. soll ein neuer Wagentyp einer Standseilbahn überprüft werden. Die Abmessungen des Wagens lassen sich der abgebildeten Schemadarstellung in Seitenansicht entnehmen.

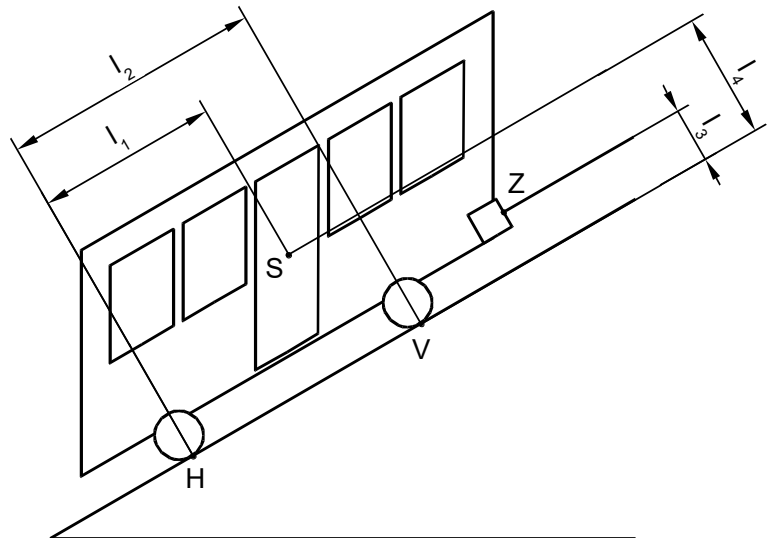
Daten des Wagens

Abmessungen:

$$\begin{aligned} l_1 &= 3 \text{ m} \\ l_2 &= 7 \text{ m} \\ l_3 &= 0,1 \text{ m} \\ l_4 &= 0,8 \text{ m} \\ \alpha &= 30^\circ \end{aligned}$$

Gewichtskraft im Schwerpunkt S:

$$F_G = 50 \text{ kN}$$



Darstellung unmaßstäblich

1 Wagen

Der Wagen steht am Hang und wird durch die Seilkraft F_Z in Punkt Z gehalten.

1.1 Machen Sie den Wagen frei.

2,0

1.2 Berechnen Sie die Seilkraft F_Z , sowie die Achslasten F_H und F_V .

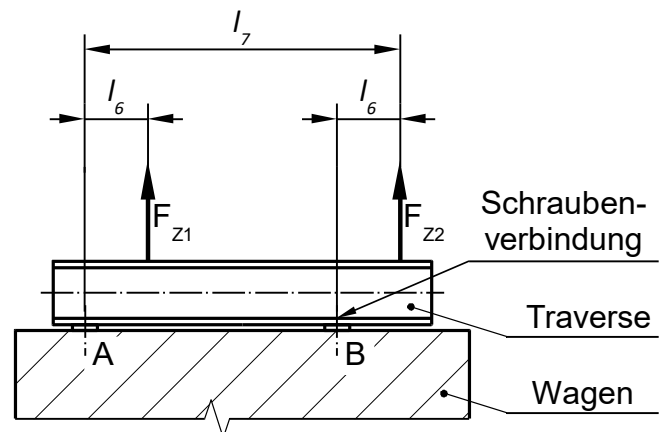
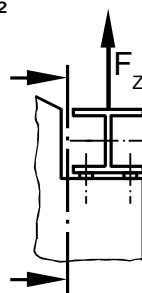
3,0

2 Seilaufhängung

Als Traverse ist an der vorderen Stirnwand des Wagens ein IPE-Träger befestigt. An den Stellen A und B befinden sich je zwei Schrauben. Konstruktionsbedingt wird der Wagen von zwei Zugseilen mit unterschiedlichen Kräften gezogen. Gemäß der dargestellten Ansicht greifen die beiden Zugkräfte F_{Z1} und F_{Z2} versetzt an der Traverse an.

Daten der Zugseile

$$\begin{aligned} \text{Werkstoff:} & \quad \text{X2CrNi12} \\ \text{Zugfestigkeit:} & \quad R_m = 450 \text{ N/mm}^2 \\ \text{Streckgrenze:} & \quad R_{p0,2} = 250 \text{ N/mm}^2 \\ \text{Zugkraft 1:} & \quad F_{Z1} = 15 \text{ kN} \\ \text{Zugkraft 2:} & \quad F_{Z2} = 10 \text{ kN} \end{aligned}$$



Darstellung unmaßstäblich

Daten der Traverse

$$\begin{aligned} \text{Werkstoff:} & \quad \text{S235JR} \\ \text{Abmessungen:} & \quad l_6 = 0,5 \text{ m} \\ & \quad l_7 = 2 \text{ m} \end{aligned}$$

Profil: Mittelbreiter I-Träger (IPE) – DIN 1025-5

Daten der Schrauben

$$\begin{aligned} \text{Durchgangs-Schrauben mit metrischem ISO-Regelgewinde} \\ \text{Festigkeitsklasse nach DIN EN ISO 898:} & \quad 8.8 \\ \text{Sicherheit gegen bleibende Verformung:} & \quad v = 5 \end{aligned}$$



- 2.1 Schneiden Sie die Traverse frei und bestimmen Sie die Lagerkräfte in den Punkten A und B. 4,0
- 2.2 Bestimmen Sie die Lage des maximalen Biegemoments in der Traverse und berechnen Sie den Betrag. 3,0
- 2.3 Beurteilen und begründen Sie, warum die Einbaulage des IPE-Profils gemäß Skizze sinnvoll ist. 2,0
- 2.4 Das maximale Biegemoment am IPE-Profil ist mit $M_{bmax} = 5 \text{ kNm}$ anzunehmen. Ermitteln Sie das geeignete IPE-Profil, wenn eine 4-fache Sicherheit gegen Biegung gewährleistet sein soll. 4,0
- 2.5 Zur Traversenbefestigung werden vier baugleiche Schrauben verwendet. Dimensionieren Sie das metrische Gewinde der zu verwendenden Schrauben. 4,0
- 2.6 Die beiden Zugseile sollen die gleichen Abmessungen haben. Sie bestehen aus mehreren Einzeldrähten des Durchmessers $d = 1,3 \text{ mm}$ und sollen eine 1,5-fache Sicherheit gegen unzulässige Verformung gewährleisten. 4,0
- Weisen Sie durch Berechnung die erforderliche Anzahl der Einzeldrähte nach.

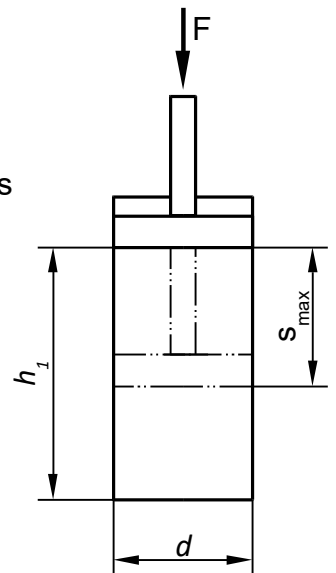
3 Achsfederung mit Gasdruckfeder

Die Achsen der Standseilbahn sind zur Federung mit zylindrischen Gasdruckfedern ausgestattet. Sie sind mit reiner Luft gefüllt und werden bei Belastung zusammengedrückt, wodurch sich das Volumen verringert. Dieser Vorgang soll näherungsweise als idealer Gasprozess ohne Wärmeaustausch angenommen werden. (Darstellung unmaßstäblich)

Daten des luftgefüllten Raumes bei unbelasteter Gasdruckfeder

Durchmesser:	$d = 100 \text{ mm}$
Höhe:	$h_1 = 150 \text{ mm}$
Temperatur der Luftfüllung:	$t_1 = 20 \text{ °C}$
Druck:	$p_1 = 2 \text{ bar}$

Eine Gasdruckfeder kann bei maximaler Belastung um den Hub $s_{max} = 30 \text{ mm}$ zusammengedrückt werden.



- 3.1 Bestimmen Sie die Zustandsänderung und skizzieren Sie qualitativ das p-V-Diagramm mit Nummerierung und Angabe der Richtung. 2,0
- 3.2 Berechnen Sie die Masse m der Luft in einer Gasdruckfeder in Gramm. 3,0
- 3.3 Weisen Sie rechnerisch den Druck p_2 und die Temperatur T_2 bei maximaler Belastung nach. 4,0
- 3.4 Berechnen Sie die dabei anfallende Kompressionsarbeit in Joule. 3,0
- 3.5 Bei einem Federvorgang muss die maximale Achslast von 30 kN über mehrere Gasdruckfedern aufgenommen werden. Überprüfen Sie rechnerisch, ob 12 Gasdruckfedern ausreichen. 2,0

40,0



Lösungsvorschläge

Statik (9 P): Benannte BG freimachen; schiefe Ebene,
 Festigkeit (17 P): M_{bmax} ; Biegefestigkeit; IPE Verständnisfrage Biegung; Schrauben, Drahtseil
 Energie (14 P): kein Kreisprozess; Zustandsänderungen bestimmen und berechnen; pV-Diagramm zeichnen; Luftmasse;
 Kompressionsarbeit; alles adiabatisch; Zylinderkraft

1 Bergbahn¹

1.1 LS Bergbahn siehe rechts

$$1.2 \quad F_{Gx} = F_G \cdot \sin \alpha = 50 \text{ kN} \cdot \sin 30^\circ = 25 \text{ kN}$$

$$F_{Gy} = F_G \cdot \cos \alpha = 50 \text{ kN} \cdot \cos 30^\circ = 43,30 \text{ kN}$$

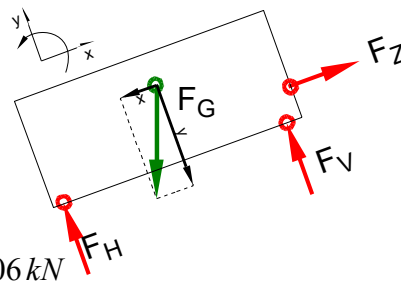
$$\Sigma M_{HZ} = 0 = -F_{Gy} \cdot l_1 + F_{Gx} \cdot (l_4 - l_3) + F_V \cdot l_2 \Rightarrow$$

$$F_V = \frac{F_{Gy} \cdot l_1 - F_{Gx} \cdot (l_4 - l_3)}{l_2} = \frac{43,3 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} - 25 \text{ kN} \cdot (0,8 - 0,1) \text{ m}}{7 \text{ m}} = 16,06 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_H - F_{Gy} + F_V \Rightarrow$$

$$F_H = F_{Gy} - F_V = 43,30 \text{ kN} - 16,06 \text{ kN} = 27,24 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0 = F_Z - F_{Gx} \Rightarrow F_Z = F_{Gx} = 25,0 \text{ kN}$$



Hinweis 1: Der Drehpunkt für das Drehmomentgleichgewicht liegt in den Schnittpunkt der Wirklinien von F_H und F_Z , damit diese Kräfte aus der Gleichung fallen.

2 Traverse²

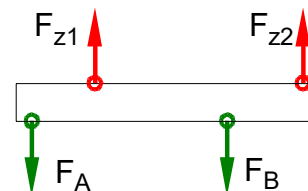
2.1 LS Traverse siehe rechts

$$\Sigma M_A = 0 = F_{z1} \cdot l_6 - F_B \cdot (l_7 - l_6) + F_{z2} \cdot l_7 \Rightarrow$$

$$F_B = \frac{F_{z1} \cdot l_6 + F_{z2} \cdot l_7}{(l_7 - l_6)} = \frac{15 \text{ kN} \cdot 0,5 \text{ m} + 10 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m}}{(2 - 0,5) \text{ m}} = 18,33 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 = -F_A + F_{z1} - F_B + F_{z2} \Rightarrow$$

$$F_A = F_{z1} + F_{z2} - F_B = 15 \text{ kN} + 10 \text{ kN} - 18,33 \text{ kN} = 6,67 \text{ kN}$$



2.2 M_{bmax} kann nur an einem inneren Kräfteeinleitungspunkt liegen, also bei F_{z1} oder F_B .

$$\Sigma M_{bz1}(\text{links}) = F_A \cdot l_6 = 6,67 \text{ kN} \cdot 0,5 \text{ m} = 3,33 \text{ kNm}$$

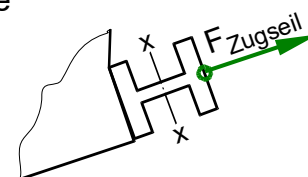
$$\Sigma M_{bB}(\text{rechts}) = F_{z2} \cdot l_6 = 10 \text{ kN} \cdot 0,5 \text{ m} = 5 \text{ kNm}$$

M_{bmax} beträgt 5 kNm und wirkt an der Stelle B

2.3 Die Einbaulage in Verbindung mit der Krafrichtung von F_Z sorgt für eine Biegung um die x-Achse des IPE-Profiles. Da dessen Widerstandsmoment W_x deutlich größer als W_y ist, kann das IPE-Profil so mehr Biegemoment aufnehmen als wenn es um 90° gedreht wäre.

Hinweis 2 (für zukünftige Konstrukteure, nicht für die Lösung): Das Biegemoment im Träger könnte gesenkt werden, indem die Befestigungen A und B und die Zugseile 1 und 2 einander angenähert würden.

(\rightarrow [EuroTabM] „DIN 1025“ oder „IPE-Träger“)



- 1 In der Originalaufgabe ist die Traverse nicht parallel zu den Schienen, sondern waagrecht angeordnet.
- 2 In der Originalaufgabe wurde die für Schraubenverbindungen verbreitete, aber nicht genormte symbolische Darstellung x---x verwendet.



2.4 $R_e = 235 \text{ N/mm}^2$ (aus der Bezeichnung von S235)

$$\sigma_{bF} = 1,2 \cdot R_e = 1,2 \cdot 235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 282 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (\text{Formel} \rightarrow [\text{EuroTabM}] \text{ „Biegebeanspruchung“})$$

$$\frac{\sigma_{bF}}{v} = \sigma_{bzul} > \sigma_b = \frac{M_{bmax}}{W} \Rightarrow$$

$$\sigma_{bzul} = \frac{\sigma_{bF}}{v} = \frac{282 \text{ N/mm}^2}{4} = 70,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$W_{xerf} = \frac{M_{bmax}}{\sigma_{bzul}} = \frac{5 \text{ kNm}}{70,5 \text{ N/mm}^2} = 70,9 \text{ cm}^3$$

gewählt: IPE 140 mit $W_x = 77,3 \text{ cm}^3$ (\rightarrow [EuroTabM] „DIN 1025“ oder „IPE-Träger“)

2.5 Gerechnet wird an der Stelle B, weil dort die größere Belastung F_B wirkt.³

$$R_e = 640 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ aus der Festigkeitsklasse 8.8}$$

$$\frac{\sigma_{zlim}}{v} = \sigma_{zzul} > \sigma_z = \frac{F_{Schraube}}{S} = \frac{F_B}{2 \cdot S} \Rightarrow$$

$$\sigma_{zzul} = \frac{R_e}{v} = \frac{640 \text{ N/mm}^2}{5} = 128 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$S_{erf} = \frac{F_B}{2 \cdot \sigma_{zzul}} = \frac{18,33 \text{ kN}}{2 \cdot 128 \text{ N/mm}^2} = \frac{9,17 \text{ kN}}{128 \text{ N/mm}^2} = 71,6 \text{ mm}^2$$

Gewählt: M12 mit $S = 84,3 \text{ mm}^2$

2.6 Berechnet wird das Seil 1, weil seine Belastung $F_{Z1} = 15 \text{ kN}$ größer als F_{Z2} ist.

Annahme 3: Mit „unzulässige Verformung“ ist vermutlich „plastische Verformung“ gemeint.⁴

$$\frac{\sigma_{zlim}}{v} = \sigma_{zzul} > \sigma_z = \frac{F_{Schraube}}{S} = \frac{F_B}{n \cdot S} \Rightarrow$$

$$\sigma_{zzul} = \frac{R_{p0,2}}{v} = \frac{250 \text{ N/mm}^2}{1,5} = 166,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$S_{gesamt} = \frac{F_{Z1}}{\sigma_{zzul}} = \frac{15 \text{ kN}}{166,6 \text{ N/mm}^2} = 90 \text{ mm}^2$$

$$S_O = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (1,3 \text{ mm})^2}{4} = 1,33 \text{ mm}^2$$

$$n \approx \frac{S_{gesamt}}{S_O} = \frac{90 \text{ mm}^2}{1,33 \text{ mm}^2} = 67,8$$

Gewählt: $n = 68$ oder größer

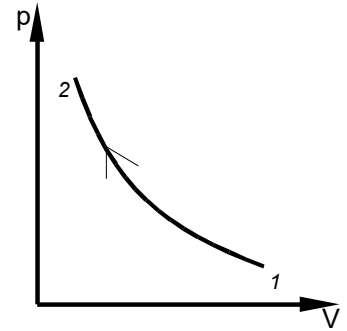
3 In der Originalaufgabe wurde nach dem „Gewinde- Nenndurchmesser“ gefragt.

4 Irgendwie muss man den Aufgabentext ja so interpretieren, dass man die Aufgabe mit Schülermitteln lösen kann. In der Praxis ist bei Drahtseilen (Seilwinden, Hängebrücken ..) ein gewisses Maß an plastischer Verlängerung zulässig, bevor sie ausgetauscht werden müssen.



3 Achsfederung mit Gasdruckfeder ⁵

3.1 „Ohne Wärmeaustausch“ bedeutet definitionsgemäß adiabatische Zustandsänderung. Das pV-Diagramm befindet sich rechts:



$$3.2 \quad V_1 = A_{\text{Kolben}} \cdot h_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h_1 = \frac{\pi \cdot (100 \text{ mm})^2}{4} \cdot h_1 = 7854 \text{ mm}^2 \cdot 150 \text{ mm} = 1,178 \text{ dm}^3$$

$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T \Rightarrow$$

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R_i \cdot T_1} = \frac{2 \text{ bar} \cdot 1,178 \text{ dm}^3}{0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot (273,15 + 20) \text{ K}} = \frac{2 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 1,178 \cdot (0,1 \text{ m})^3}{0,287 \frac{\text{Nm}}{\text{g}} \cdot 293} = 2,8 \text{ g}$$

$$3.3 \quad V_2 = A_{\text{Kolben}} \cdot h_2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h_2 = \frac{\pi \cdot (100 \text{ mm})^2}{4} \cdot (150 - 30) \text{ mm} = 7854 \text{ mm}^2 \cdot 120 \text{ mm} = 0,9425 \text{ dm}^3$$

$$\left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\kappa-1} \Rightarrow p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa} = p_1 \cdot \left(\frac{h_1 \cdot A}{h_2 \cdot A} \right)^{\kappa} = 2 \text{ bar} \cdot \left(\frac{150 \text{ mm}}{120 \text{ mm}} \right)^{1,40} = 2,73 \text{ bar}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left[\frac{V_2}{V_1} \right]^{\kappa-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} = T_1 \cdot \left(\frac{h_1}{h_2} \right)^{\kappa-1} = (273 + 20) \text{ K} \cdot \left(\frac{150}{120} \right)^{1,40-1} = 320 \text{ K}$$

3.4 Kompressionsarbeit W_{12} :

$$W_{12} = -\frac{m \cdot R_i \cdot T_1}{1 - \kappa} \cdot \left[\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} - 1 \right] = -\frac{2,8 \text{ g} \cdot 287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot (273 + 20) \text{ K}}{1 - 1,4} \cdot \left[\left(\frac{150}{120} \right)^{1,4-1} - 1 \right] = +54,9 \text{ J}$$

oder (ungenauer wegen abgeleiteter Werte):

$$W_{12} = -\frac{m \cdot R_i}{1 - \kappa} \cdot [T_2 - T_1] = -\frac{2,8 \text{ g} \cdot 287 \text{ J/kgK}}{1 - 1,4} \cdot [320 - (273 + 20)] \text{ K} = +54,2 \text{ J}$$

oder (ungenauer wegen abgeleiteter Werte):

$$W_{12} = -\frac{m \cdot R_i \cdot T_1}{1 - \kappa} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] = -\frac{2,8 \text{ g} \cdot 287 \text{ J/kgK} \cdot 293 \text{ K}}{1 - 1,4} \cdot \left[\left(\frac{2,73 \text{ bar}}{2 \text{ bar}} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} - 1 \right] = +54,7 \text{ J}$$

$$3.5 \quad A_{\text{Kolben}} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (100 \text{ mm})^2}{4} = 7854 \text{ mm}^2$$

$$p = \frac{F}{A} \Rightarrow F_{\text{Kolben}} = p_2 \cdot A_{\text{Kolben}} = 2,73 \text{ bar} \cdot 7854 \text{ mm}^2 = 2,73 \frac{\text{N}}{10 \text{ mm}^2} \cdot 7854 \text{ mm}^2 = 2144 \text{ N}$$

$$n_{\text{erf}} = \frac{F_{\text{Achse}}}{F_{\text{Kolben}}} = \frac{30 \text{ kN}}{2,144 \text{ kN}} = 14 > 12 = n_{\text{vorhanden}} \Rightarrow \text{nicht ausreichend}$$

oder

$$p_3 = \frac{F_{\text{Achse}}}{12 \cdot A_{\text{Kolben}}} = \frac{30 \text{ kN}}{12 \cdot 7854 \text{ mm}^2} = 0,318 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 3,18 \text{ bar} > 2,73 \text{ bar} = p_2 \Rightarrow \text{nicht ausreichend}$$

oder

$$W_{13} = -\frac{m \cdot R_i \cdot T_1}{1 - \kappa} \cdot \left[\left(\frac{p_3}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] = -\frac{2,8 \text{ g} \cdot 287 \text{ J/kgK} \cdot 293 \text{ K}}{1 - 1,4} \cdot \left[\left(\frac{3,18 \text{ bar}}{2 \text{ bar}} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} - 1 \right] = +83,6 \text{ J}$$

$$= 83,6 \text{ J} > 54,7 \text{ J} = W_{12} \Rightarrow \text{nicht ausreichend}$$

5 In der Originalaufgabe wurde der Begriff „Gasdruckdämpfer“ verwendet.