



tgtn HP 2020/21-4: Antrieb Ottomotor

(Wahlaufgabe)

- 1 Der Schrägaufzug kann alternativ durch einen Viertakt-Ottomotor mit einem Zylinder angetrieben werden.

Daten

Volumen:	V_1	=	389 cm ³
Umgebungstemperatur:	ϑ_1	=	20°C
Druck der angesaugten Luft:	p_1	=	1 bar
Temperatur nach dem Zünden:	ϑ_3	=	2000°C
Drehzahl:	n	=	2500 min ⁻¹
Verdichtungsverhältnis (V_1/V_2)	ε	=	7,2

Rechnen Sie mit den Werten von Luft.

- 1.1. Skizzieren Sie den idealisierten Kreisprozess des Ottomotors (ohne Ladungswechselschleife) im p-V-Diagramm. 4,0
- Nummerieren Sie die Eckpunkte fortlaufend (Ziffer 1 bei Verdichtungsbeginn),
 - benennen Sie die einzelnen Zustandsänderungen
 - Kennzeichnen Sie die umgesetzten Wärmemengen, die zu- und abgeführte Arbeit sowie die Nutzarbeit.
- 1.2. Berechnen Sie die Masse der angesaugten Luft. 3,0
- 1.3. Ermitteln Sie die fehlenden Zustandsgrößen p_2 , T_2 , p_3 , V_3 und stellen Sie die Zustandsgrößen 1 bis 3 dieses Kreisprozesses in einer Tabelle dar. 6,0
- 1.4. Ermitteln Sie die zugeführte Wärmemenge Q_{23} und die abgeführte Wärmemenge Q_{41} bei $T_4 = 1031,36$ K und einer Masse $m = 0,463$ g. 3,0
- 1.5. Berechnen Sie die Nutzarbeit W_{nutz} sowie die abgegebene Leistung P_{ab} . 4,0



Die *Martens Hausbau OHG* ist ein mittelständisches Bauunternehmen und hat bereits öfters mit der *Holzbau Nagel GmbH* zusammengearbeitet. Die beiden Gesellschafter der *Martens OHG* sind Herr Christian Martens und Frau Ulrike Frühling.

Nun erhält die *Martens Hausbau OHG* einen Auftrag für den Bau von zehn Reihenhäusern in einem Neubaugebiet und möchte wieder die *Holzbau Nagel GmbH* für die Errichtung der Dachstühle beauftragen.

Die *Holzbau Nagel GmbH* kalkuliert für einen Dachstuhl mit folgenden Kosten:

- Fertigungsmaterial: 60.000 €
- Fertigungslöhne: 90.000 €

Weiterhin rechnet sie, auf Basis von vergangenen Aufträgen, mit folgenden Gemeinkostenzuschlagsätzen:

- Materialgemeinkosten: 4%
- Fertigungsgemeinkosten: 15%
- Verwaltungs- und Vertriebsgemeinkosten zusammen: 2%

- | | | |
|------|---|-----|
| | | 2,0 |
| 2 | Berechnen Sie für die <i>Holzbau Nagel GmbH</i> die Selbstkosten für die Errichtung eines Dachstuhls (auf volle Euro gerundet). | |
| 3 | Die <i>Holzbau Nagel GmbH</i> kalkuliert weiterhin mit einem Kundenrabatt von 5% sowie einem Kundenskonto von 3% und einem Gewinnzuschlag von 30%. Führen Sie die Kalkulation bis zum Nettoverkaufspreis für die Errichtung eines Dachstuhls aus (auf volle Euro gerundet). Gehen Sie dabei von den errechneten Selbstkosten aus Aufgabe 2 aus.
<i>Hinweis:</i> Gehen Sie von Selbstkosten in Höhe von 170.000 € für die Errichtung eines Dachstuhls aus, wenn Sie in Aufgabe 2 keinen Wert ermitteln konnten. | 2,0 |
| 4 | Der <i>Martens Hausbau OHG</i> ist der Nettoverkaufspreis der <i>Holzbau Nagel GmbH</i> für die Errichtung eines Dachstuhls zu hoch.

Analysieren Sie zwei Möglichkeiten, welche die <i>Holzbau Nagel GmbH</i> im Rahmen der Kostenträgerrechnung hat, um der <i>Martens Hausbau OHG</i> einen niedrigeren Preis anbieten zu können. | 2,0 |
| 5 | Der Prokurist der <i>Holzbau Nagel GmbH</i> , Herr Windisch, diskutiert mit der Geschäftsleitung über andere rechnerische Möglichkeiten der Angebotspreisermittlung.

Erläutern Sie in diesem Zusammenhang die Bedeutung der kurzfristigen Preisuntergrenze. | 1,0 |
| 6 | Nachdem sich die beiden Unternehmen schließlich über den Preis geeinigt haben, soll der Vertrag unterzeichnet werden. Herr Martens, von der <i>Martens Hausbau OHG</i> , kann selbst zur Unterzeichnung nicht anwesend sein, daher bittet er Frau Frühling dies zu übernehmen. | |
| 6.1. | Prüfen Sie mit Hilfe des Gesetzes, ob dann ein rechtswirksamer Vertrag zustande kommt. | 1,5 |
| 6.2. | Frau Frühling ist kurzfristig erkrankt und schickt einen Mitarbeiter aus der Buchhaltung zur Vertragsunterzeichnung für diesen Auftrag.

Prüfen Sie erneut mit Hilfe des Gesetzes, ob ein rechtswirksamer Vertrag zustande kommt | 1,5 |

30,0



Lösungen

1.1. Idealisiertes p-V-Diagramm Ottomotor siehe rechts

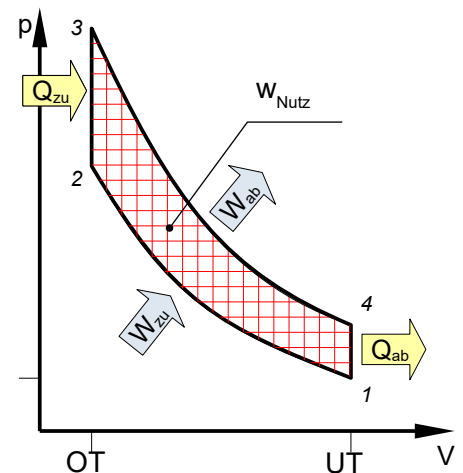
Zustandsänderungen (technische Vorgänge nicht gefordert)

Zustandsänderung 1 – 2: adiabatische Verdichten des Kraftstoff-Luft-Gemisches (KLG)

Zustandsänderung 2 – 3: isochore Verbrennung des KLG, dadurch Wärmezufuhr und Drucksteigerung

Zustandsänderung 3 – 4: adiabatisch Entspannen, dabei Abgabe mechanischer Energie

Zustandsänderung 4 – 1: isochorer Gaswechsel: Heißes Abgas wird abgegeben, kühleres Frischgas aufgenommen



1.2. Masse der angesaugten Luft mit V_1 als Volumen (gesamte Luftmasse im Zylinder)

$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T$$

$$\Rightarrow m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R_i \cdot T_1} = \frac{100\,000 \text{ N/m}^2 \cdot 0,000389 \text{ m}^3}{287 \text{ Nm/kgK} \cdot 293 \text{ K}} = 0,000462 \text{ kg} = 0,463 \text{ g}$$

Masse der angesaugten Luft mit Hubraum V_H als Volumen (frisch angesaugte Luftmasse im Zylinder):

$$\epsilon = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{\epsilon} = \frac{389 \text{ cm}^3}{7,2} = 54,03 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow V_{Hub} = V_1 - V_2 = 389 \text{ cm}^3 - 54,03 \text{ cm}^3 = 334,97 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow m = \frac{p_1 \cdot V_{Hub}}{R_i \cdot T_1} = \frac{100\,000 \text{ N/m}^2 \cdot 0,00033497 \text{ m}^3}{287 \text{ Nm/kgK} \cdot 293 \text{ K}} = 0,000398 \text{ kg} = 0,398 \text{ g}$$

1.3. Zustandsgrößen¹

Ermittlung V_2

(Verdichtungsverhältnis)

$$\epsilon = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{\epsilon} = \frac{389 \text{ cm}^3}{7,2} = 54,03 \text{ cm}^3$$

Ermittlung p_2 über Isentropengleichung $p \cdot V^\kappa = \text{konst.}$

(Adiabate Zustandsänderung 1 – 2)

$$p_1 \cdot V_1^\kappa = p_2 \cdot V_2^\kappa$$

$$\Rightarrow p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1^\kappa}{V_2^\kappa} = \frac{1 \text{ bar} \cdot (389 \text{ cm}^3)^{1,4}}{(54,03 \text{ cm}^3)^{1,4}} = 15,86 \text{ bar}$$

¹ Geringfügige Abweichungen resultieren aus den Rundungen von Vorgabe- und Zwischenwerten.



Ermittlung p_2 über Zustandsgleichung laut \rightarrow Formelsammlung
(Adiabate Zustandsänderung 1 – 2):

$$\left[\frac{p_1}{p_2} \right]^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left[\frac{V_2}{V_1} \right]^{\kappa-1} = \left[\frac{1}{\epsilon} \right]^{\kappa-1} \Rightarrow p_2 = p_1 \cdot \epsilon^{\kappa} = 1 \text{ bar} \cdot 7,2^{1,4} = 15,86 \text{ bar}$$

Ermittlung T_2

(Adiabate Zustandsänderung 1 – 2):

$$\frac{T_1}{T_2} = \left[\frac{V_2}{V_1} \right]^{\kappa-1} = \left[\frac{1}{\epsilon} \right]^{\kappa-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \epsilon^{\kappa-1} = (273+20) \text{ K} \cdot 7,2^{1,4-1} = 645 \text{ K}$$

Ermittlung V_3

(Isochore Zustandsänderung 2 – 3, daher $V_3 = V_2 = 54,03 \text{ cm}^3$)

Ermittlung p_3

(Isochore Zustandsänderung 2 – 3):

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2 \cdot T_3}{T_2} = \frac{15,86 \text{ bar} \cdot (273+2000) \text{ K}}{645 \text{ K}} = 55,89 \text{ bar}$$

Tabelle mit Zustandsgrößen für alle Zustände (1 bis 4)
(verlangt sind die Zustände 1 bis 3)

	1	2	3	4
p [bar]	1	15,86	55,89	3,52
V [cm³]	389	54,03	54,03	389
T [K]	293	645	2273	1032

Ermittlung p_4 und T_4

(Adiabate Zustandsänderung 3 – 4):

$$p_3 \cdot V_3^{\kappa} = p_4 \cdot V_4^{\kappa}$$

$$\Rightarrow p_4 = \frac{p_3 \cdot V_3^{\kappa}}{V_4^{\kappa}} = \frac{55,89 \text{ bar} \cdot (389 \text{ cm}^3)^{1,4}}{(54,03 \text{ cm}^3)^{1,4}} = 3,52 \text{ bar}$$

$$\frac{T_3}{T_4} = \left[\frac{V_4}{V_3} \right]^{\kappa-1} \quad \text{mit } \epsilon = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$$

$$\frac{T_3}{T_4} = [\epsilon]^{\kappa-1} \Rightarrow T_4 = \frac{T_3}{\epsilon^{\kappa-1}} = \frac{(273+2000) \text{ K}}{7,2^{1,4-1}} = 1032 \text{ K}$$



1.4. Ermittlung der zugeführten und abgeführten Wärmemengen Q_{23} und Q_{41}

$$Q_{23} = c_V \cdot m \cdot \Delta T_{23} = 718 \frac{J}{kgK} \cdot 0,000463 kg \cdot (2273 - 645 K) = 541,2 J$$

$$Q_{41} = c_V \cdot m \cdot \Delta T_{41} = 718 \frac{J}{kgK} \cdot 0,000463 kg \cdot (293 - 1031,36 K) = -245,46 J$$

1.5. Ermittlung der Nutzarbeit W_{Nutz}

$$\Sigma Q = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = 0 + 541,2 J + 0 - 245,67 J = 295,74 J$$

$$\Sigma Q + \Sigma W = 0 \Rightarrow W_{\text{Nutz}} = \Sigma W = -\Sigma Q = -295,74 J$$

Ermittlung der abgegebenen Leistung P_{ab} :

Hinweis: Beim Durchlauf des Kreisprozesses in einem 4-Takt-Motor dreht sich die Kurbelwelle 2-mal. Dies bedeutet, dass sich die Nutzarbeit W_{Nutz} auf 2 Umdrehungen der Kurbelwelle bezieht.

$$\text{Für die Leistung gilt: } P = \frac{W}{t}$$

$$\text{Für } t = \frac{1}{n} \text{ gilt daher: } P = W \cdot n$$

$$\Rightarrow P_{\text{ab}} = |W_{\text{Nutz}}| \cdot \frac{n}{2}$$

$$= 295,74 J \cdot \frac{41,67 \frac{1}{s}}{2} = 6161,25 W \approx 6,16 kW$$

2 und folgende hier keine Lösungen