



Festigkeitslehre, Lager und Getriebe

Unterrichtsplanung für TGTM-J2

Inhaltsverzeichnis

Lehrplan.....2
 Vorbemerkungen.....
 Lehrplanübersicht Jahrgangsstufe 2.....
 LPE 20 Festigkeitslehre (40h).....
 LPE 21 Lager und Getriebe (21 h).....
 LPE 22 Energietechnik (15 h).....
 Register 4

Festigkeitsberechnungen.....3
 Kräfte ermitteln.....
 Äußere Kräfte: Freimachen (→ Statik).....
 Innere Kräfte: Freischneiden.....
 Beanspruchungsarten.....
 Belastungsfälle, Lastfälle.....
 Lastfall I: Ruhende Belastung.....
 Lastfall II: Schwellende Belastung.....
 Lastfall III: Wechselnde Belastung.....
 Überlagerte Spannungen.....
Allzweckformel für Festigkeitslehre.....4
 Übersicht über die Formelgrößen.....

Beanspruchungen im Einzelnen

Zugfestigkeit.....5
 Allzweckformel für Zugfestigkeit.....
 Festigkeitswerte σ_{zgrenz}
 Belastungsfall 1.....
 Belastungsfall 2.....
 Belastungsfall 3.....
 Sonderfälle.....
 Stahlseil mit Einzeldrähten.....
 iterative Rechnung.....
 (Rundglieder-)Kette.....
 Schrauben (Gewinde).....

Druckfestigkeit.....5
 Allzweckformel für Druckfestigkeit.....
 Festigkeitswerte σ_{dgrenz}

Scherung und Flächenpressung.....6
 Flächenpressung, Lochleibung.....
 Allzweckformel für Flächenpressung.....
 Festigkeitswerte p_{zul}
 Scherfestigkeit und Schneidkräfte.....
 Allzweckformeln für Scherung.....
 Festigkeitswerte τ_{agrenz}
 Auswahl treffen.....
 Normzahlen.....
 Sonderfälle.....
 Lochleibung.....
 Passfedern.....
 Stanzen.....
 Rollen- bzw. Hülsenketten.....
 Flyerketten.....

Biegefestigkeit.....7
 Biegemoment.....
 Biegespannung.....
 Spannungsverlauf im Biegequerschnitt.....
 Allzweckformel für die Biegefestigkeit.....
 Festigkeitswerte σ_{bgrenz}
 Biegetauglichkeit verschiedener Profile.....

Biegehauptgleichung.....8
 Herleitung für ein Rechteckprofil.....
 Biegehauptgleichung.....
 (axiales) Widerstandsmoment W
 Herleitung für ein Rundprofil.....

Herleitung im allgemeinen Fall.....
Max. Biegemoment M_{bmax} ermitteln.....9
 Grafische Lösung.....
 Freimachen (Lageskizze).....
 Querkraftverlauf.....
 Biegemomente M_b aus Querkraftverlauf.....
 Biegemomentenverlauf.....
 Schlussfolgerungen für KA, Abi & Co.....
 Lösungsmöglichkeiten für M_{bmax}
 Rechnerische Lösung aus der Lageskizze.....
 Freischneiden (!).....
 Biegemomente M_b nach links oder rechts.....
 Formeln im Tabellenbuch: unbrauchbar.....
Torsionsfestigkeit.....11
 Typische Aufgabe: Seilwinde.....
 Allzweckformeln für Torsionsfestigkeit.....
 Festigkeitswerte τ_{tgrenz}
 Verdrehwinkel.....
 Torsionshauptgleichung.....
 Herleitung für ein Rundprofil.....
 polares Widerstandsmoment W_p
 Klassenarbeit Festigkeitslehre
 Register 5

Maschinenelemente – Getriebe

Drehmoment- und Leistungsverhalten...12
 Laststeuerung eines Ottomotors.....
 Verbrauchskennfeld.....
 oder Muscheldiagramm.....
 Fahrverhalten ohne Schalten.....
 Fahrverhalten mit Schalten.....
 Schussfolgerungen.....

Übersetzungen.....13
 Bauarten.....
 Riementrieb.....
 Zahnradtrieb.....
 Transformator.....
 Größen.....
 Bestimmungsgrößen.....
 Übertragende Größen.....
 Übertragung ohne Verluste.....
 Übersetzung i ohne Verluste.....
 Übersetzung mit Verlusten.....
 Register 6

Wiederholung und Lumpensammler

Wiederholung Statik mit Aufgaben zu Wälzlager und Konstruktion.....29
 tgtn HP 2014/15-4 Antriebseinheit.....
 technische Diagramme.....
 Wälzlager: Lagerarten, Radiallast, Axiallast, Lebensdauerstreukurve.....
 Zahlenwertgleichungen.....
 Leitertafel.....
 Gewöhnung an tgtn-Aufgaben.....
 tgtn HP 2013/14-1: Hängeförderer.....
 Wälzlager ermitteln (Wdhg.).....
 Tausendertrennzeichen.....
 Projektionsmethoden (Wdhg.).....
 Gewöhnung an tgtn-Aufgaben.....
 Fest- und Loslager.....
 Punkt- und Umfangslast.....

Lagerung einzeichnen.....
 tgtn HP 2012/13-1: Hebevorrichtung.....
 Statik I extrem.....
 Wälzlager ermitteln (Wdhg.).....
 unklare Zeichnung.....
 Prinzipskizze.....
 Zahnzahlen für mehrstufiges Getriebe.....
 tgtn HP 2007/08-3: Rollenhalterung.....
 Extrem-Konstruktion.....

Sonstiges

Vergleich Wälzlager Gleitlager.....
 Gleitlager.....
 Wälzlager.....
 Klassenarbeit Getriebe und Lager

Datenspeicher

Wälzlager auslegen.....31
 Lebensdauer von Wälzlagern.....
 Lebensdauerstreukurve.....
 nominelle Lebensdauer L_{10}
 Dynamische Tragfähigkeit.....
 dynamische Tragzahl C
 statische äquivalente Lagerlast P (groß).....
 Berechnung der Lebensdauer.....
 Unterschiede in den Formeln.....
 Zahlenwertgleichungen.....
 Statische Tragfähigkeit.....
 Richtung der Belastung.....
 Druckwinkel α
 Lastwinkel β

Wälzlager.....32
 Aufbau.....
 Bauarten und Eigenschaften.....
 Rillenkugellager.....
 Zylinderrollenlager.....
 Pendelrollenlager.....
 Toroidalrollenlager.....
 Auswahlkriterien.....
 Ähnliche Maschinenelemente.....
 Schmierung.....
 Ein- und Ausbau.....
 Lageranordnung.....
 Sonstiges.....

Gleitlager.....33
 Reibungszustände.....
 trockene Festkörperreibung.....
 Mischreibung.....
 Flüssigkeitsreibung.....
 tragender Schmierfilm hängt ab von.....
 Bauarten.....
 Hydrodynamische Lager.....
 Hydrostatische Lager.....
 Werkstoffe für Gleitlager.....
 Sinterlager.....
 Gleitlagerbuchsen.....
 Eigenschaften für Lagerwerkstoffe.....
 Verbundgleitlager.....

Notizen.....34
 GFS.....

Literaturverzeichnis.....34



Lehrplan

Lehrpläne vom Sept. 2010 und Aug. 2011 sind inhaltlich identisch.

Vorbemerkungen

Die Arbeitswelt der Zukunft erwartet ein hohes Maß an Flexibilität und vernetztem Denken. Unternehmerischer Erfolg setzt nicht nur das Beherrschen technischer Lösungen voraus, sondern auch verstärkt wirtschaftliche Handlungskompetenz, um bei komplexen Problemstellungen erfolgreiche Entscheidungen treffen zu können.

Im Unterricht des Profulfaches Technik und Management gewinnen die Schülerinnen und Schüler Erfahrungen, Einsichten und erwerben Fähigkeiten, die ihnen die Denk- und Arbeitsweisen der Technik, verknüpft mit wirtschaftswissenschaftlichen Grundlagen anschaulich erschließen. Die Schüler begreifen, dass das Denken in Systemen eine für die Technik typische Vorgehensweise ist und technische Problemlösungen oft Kompromisse verlangen. Sie lernen die Übertragung und Umsetzung ingenieurwissenschaftlicher Erkenntnisse und Verfahren in technische Systeme unter Berücksichtigung wirtschaftlicher, rechtlicher und sozialer Gesichtspunkte. Lösungsansätze werden analysiert und technische wie wirtschaftliche Bewertungsverfahren durchgeführt. Die technischen und betriebswirtschaftlichen Lehrpläneinheiten sind aufeinander bezogen und werden vernetzt unterrichtet.

Das Profulfach beinhaltet zahlreiche Anknüpfungspunkte zu den Fächern Computertechnik (Eingangsklasse), Projektmanagement sowie dem Wahlfach Wirtschaft und Gesellschaft. Der Computereinsatz unterstützt die Analyse technischer und betriebswirtschaftlicher Sachverhalte und dient ebenso zur Aufbereitung entscheidungsrelevanter Informationen wie zur Informationsbeschaffung und zur Präsentation von Arbeitsergebnissen.

Ziele des Unterrichts sind:

- Grundlagenwissen aus den Bereichen Maschinenbau und Betriebswirtschaft am Beispiel ausgewählter Themen zu vermitteln,
- Ingenieur- und wirtschaftswissenschaftliche Arbeitsmethoden, Analysieren, Problem lösen, experimentelles Arbeiten und Bewerten erlernen,
- Umsetzen theoretischer Kenntnisse in die Praxis, Arbeiten im Team, systematische Darstellung und Beurteilung von Ergebnissen in einer Projektarbeit.

In der Eingangsklasse planen und realisieren die Schülerinnen und Schüler den Herstellungsprozess von Bauteilen. Sie berücksichtigen hierbei Konstruktion, Werkstoffeigenschaften und Fertigungsverfahren. Um diese technischen Inhalte mit betriebswirtschaftlichen Aspekten zu verbinden, erarbeiten sich die Schülerinnen und Schüler die Grundlagen des Vertragsrechts, sie organisieren und optimieren die Beschaffung und Lagerung des benötigten Materials sowie die Gestaltung des Fertigungsablaufs. In der Buchführung dokumentieren sie die anfallenden Zahlungsströme und ermitteln den wirtschaftlichen Erfolg in einem Jahresabschluss.

Aufbauend auf den Inhalten der Fertigungstechnik aus der Eingangsklasse erarbeiten die Schülerinnen und Schüler in der Jahrgangsstufe 1 nun vertieft computergesteuerte Fertigungsverfahren. Sie lernen die Funktion einer CNC-Maschine kennen und erhalten auf diese Weise Einblick in moderne Fertigungssysteme. Darüber hinaus verbinden sie weitere technische Themen mit betriebswirtschaftlichen Aspekten. Die Kostenrechnung ist ein wesentliches Bindeglied zwischen technischen Lösungen und betriebswirtschaftlichen Fragestellungen. Die Statik als physikalisch-mathematische Grundlage jeder technischen Konstruktion stellt Lösungsverfahren zur Ermittlung von Bauteilbelastungen bereit. Die Grundlagen der Steuerungstechnik ermöglichen den Entwurf von Schaltplänen und SPS-Programmen, um steuerungstechnische Problemstellungen zu lösen.

Mit Hilfe mathematischer Verfahren werden alternative Investitionsmöglichkeiten bewertet und ausgewählt. Die Auseinandersetzung mit den charakteristischen Merkmalen und deren Auswirkungen der verschiedenen Finanzierungsinstrumente ist Gegenstand der Lehrpläneinheit Finanzierung.

Die Projektarbeit verknüpft möglichst viele der bis dahin unterrichteten Inhalte des Profulfachs. Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten dabei weitgehend selbstständig fächerübergreifend eine Problemstellung. Die Problemstellung wird analysiert, strukturiert, praxisgerecht gelöst und die Ergebnisse präsentiert. Sie greifen dabei auf bisher gewonnene technische und betriebswirtschaftliche Erkenntnisse und Vorgehensweisen zurück.

In der Jahrgangsstufe 2 erweitern die Schülerinnen und Schüler ihre Erkenntnisse bezüglich Lager und Getriebe. Sie entwickeln und dimensionieren diese Komponenten unter Einbeziehung der Festigkeitslehre.

Im Bereich der Energietechnik wird die Problematik der Energieumsetzung am Beispiel gängiger Verbrennungsmotoren erörtert. Darüber hinaus planen die Schülerinnen und Schüler die Gründung einer Unternehmung, erarbeiten rechtliche Rahmenbedingungen und unterscheiden verschiedene Rechtsformen. Da am Erfolg eines Unternehmens immer auch die Mitarbeiter beteiligt sind, sind der Abschluss eines Arbeitsvertrages sowie die Wahl einer gerechten Vergütung von Bedeutung. Daher werden Rechte und Pflichten eines Arbeitsvertrages für Arbeitgeber und Arbeitnehmer erörtert, Fragen der sozialen Sicherung der Arbeitnehmer angesprochen und Möglichkeiten ihrer Interessenvertretung aufgezeigt.

Wahlthemen

Die in Jahrgangsstufe 2 angegebenen Themen ermöglichen es den Lehrerinnen und Lehrern in pädagogischer Verantwortung, je nach Interessenlage der Klasse und den Gegebenheiten der Schule, ein neues Wissensgebiet aufzugreifen.

Lehrplanübersicht Jahrgangsstufe 2

LPE 20 Festigkeitslehre (40h)

Die Schülerinnen und Schüler erkennen die an Bauteilen wirkenden Belastungen und unterscheiden die daraus herrührenden Beanspruchungsarten. Sie ermitteln die zulässigen Spannungen und dimensionieren Bauteile. Für die gewählten Abmessungen führen sie einen Spannungsnachweis durch. Vorhandene Bauteile untersuchen sie auf maximal zulässige Belastung.

Belastungsfälle (Vgl. LPE 7 Realisierung eines technischen Produkts)

- Zug- und Druckbeanspruchung
- Spannungsverteilung
 - gefährdeter Querschnitt

Flächenpressung

- Abscherbeanspruchung
- Scherspannung
 - Scherfläche
 - Scherkraft

- Biegebeanspruchung
- Spannungsverteilung
 - maximales Biegemoment

- Torsionsbeanspruchung
- Spannungsverteilung
 - Torsionsmoment

(Mit der Lehrplanänderung 2010 sind entfallen: Elastische Verformung und Schrauben)

LPE 21 Lager und Getriebe (21 h)

Die Schülerinnen und Schüler analysieren wesentliche Komponenten zum Stützen und Führen von technischen Systemen. Sie berechnen und dimensionieren Maschinenelemente und Getriebe.

Wälzlager, Gleitlager

- Getriebe als Drehfrequenz- und Drehmomentwandler
- Riemtrieb
 - Zahnradtrieb
 - Schneckentrieb
 - mehrstufige und gemischte Triebe
 - Wirkungsgrad

(Mit der Lehrplanänderung 2010 wurde die LPE umfassend geändert. Vollständig entfallen sind: Elektrische Antriebe, Wellen-Naben-Verbindungen und Führungen. Bei Getriebe wurden Tischantriebe gestrichen. Die LPE wurde umbenannt von „Maschinenelemente und Antriebstechnik“ zu „Lager und Getriebe“ und der Punkt „Lager“ zu „Wälzlager, Gleitlager“ konkretisiert. Die vorgesehene Zeit wurde um 15h gekürzt und Zeit für Energietechnik geschaffen)

LPE 22 Energietechnik (15 h)

Die Schülerinnen und Schüler wenden thermodynamische Grundlagen auf Kreisprozesse an. Sie erstellen Energiebilanzen von Kraftmaschinen.

- Allgemeine Gasgesetze
- p-V-Diagramm
- Zustandsänderungen
- Otto- und Dieselmotor
- Wirkungsgrad

(Mit der Lehrplanänderung 2010 ist diese LPE unverändert von J1 in J2 verschoben worden)

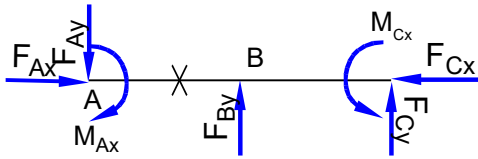


Festigkeitsberechnungen

Auch per Referate möglich, aber zeitintensiv

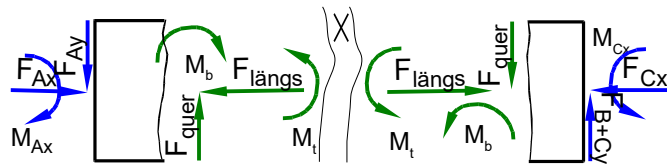
Kräfte ermitteln

Äußere Kräfte: Freimachen (→ Statik)

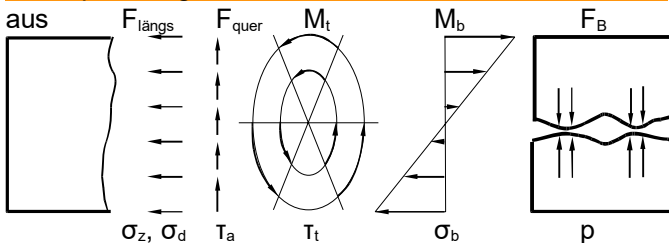


Innere Kräfte: Freischneiden

- An der Stelle x, die betrachtet werden soll
- Alle **externen** Kräfte auf einer Seite eintragen
- **Interne** Kräfte an der Schnittstelle ergänzen, bis das linke Teilstück im Gleichgewicht ist.
- Schnittstelle X ins Gleichgewicht bringen, ebenso rechtes Teilstück.



Beanspruchungsarten



Von links nach rechts: Zug-, Druck-, Scher-, Torsions-, Biegespannungen, Flächenpressung

Belastungsfälle, Lastfälle

Lastfall I: Ruhende Belastung

→ [EuroTabM] „Belastungsfälle, Festigkeitswerte“

Lastfall II: Schwellende Belastung

→ [EuroTabM] „Belastungsfälle, Festigkeitswerte“

Lastfall III: Wechselnde Belastung

(Knickung)

Überlagerte Spannungen

Überlagern sich Normal- und Schubspannungen, wird eine Vergleichspannung σ_v errechnet. Hypothesen:

- Normalspannungsh. NH, nach Rankine, 1861
- Schubspannungsh. SH, nach Tresca, 1868
- Gestaltänderungsh. GEH, nach v.Mises, 1913

Vertiefung

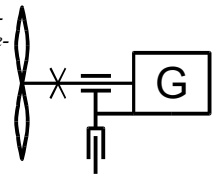
ODP für die einzelnen Aufgaben, z.B. [Böge Aufg.] Aufg. 741, Scherhülse Einarbeiten; [Decker 2009]; [Steinhilper 2007 I]; [Mattheck 2003]; [Hering 1992]; [Roloff/Mattek 1995]; [Bargel/Schulze 2005]

FO Referatsthemen zur Festigkeitslehre

Werkstoffkunde und Statik fließen hier zur Festigkeitslehre zusammen.

1) Welche Belastungen (Kräfte und Momente) wirken an der Stelle x auf die Welle eines Windgenerators?

- F_{Ax} : Windkraft auf Propeller
- F_{Ay} : Eigengewicht Propeller
- M_{Ax} : Drehmoment durch Wind auf Propeller (Torsion um die x-Achse)
- F_{By} : Stützkraft des Lagers
- F_{Cx} : Axiallager im Generator um Fay aufzufangen
- F_{Cy} : Radiallager im Generator
- M_{Cx} : Drehwiderstand im Generator durch Lorentzkraft



2) Welche Kräfte und Momente werden an der Stelle x übertragen?

Externe Kräfte (vereinfacht in der Ebene) ohne Betrag mit Richtung eintragen lassen.

3) Kräfte an der Schnittstelle eintragen lassen.

An der Schnittstelle der Welle wirken:

- $F_{längs}$: Druckkräfte heben F_{Ax} auf
- M_t : Torsionsmoment hebt M_{Ax} auf
- F_{quer} : Scherkräfte heben F_{Ay} auf
- M_b : Biegemoment entsteht durch F_{Ay} und den Hebelarm

Zum Verständnis: Innere und äußere Kräfte des linken Teilstückes heben sich auf, genau wie die inneren Kräfte links und rechts der Schnittstelle (des Schnittufers) und die Kräfte am rechten Teilstück.

[Decker 2009]: Äußere Kräfte (Belastung) bewirken innere Kräfte (Schnittlasten).

Begriff Beanspruchungsarten siehe [Decker 2009] S.25

4) Wie verteilen sich die Kräfte im Werkstück? → Spannungen

- $F_{längs}$ (Normalkraft zur Schnittfläche) bewirkt Druck-/Zugspannungen (Normalspannungen).
- p (Flächenpressung) Druckbeanspruchung an Berührungsflächen.
- F_{quer} (Querkraft zur Schnittfläche) bewirkt Scherspannungen (Schubspannungen).
- M_t (Torsionsmoment) erzeugt Torsionsspannungen (Schubspannungen). Sie verlaufen etwa 45° zur Schnittfläche, zum Beweis **Torsionsbruch einer Kreide** zeigen.
- M_b (Biegemoment) erzeugt Dehnung, die linear abhängig vom Abstand zur Drehachse ist (Strahlensatz). Dehnung erzeugt Druck-/Zug- (Normalspannungen), die ebenfalls linear zusammenhängen (Hookesches Gesetz), sodass der Spannungsverlauf im elastischen Bereich theoretisch linear ist. Im plastischen Bereich (Umformen) gilt dies nicht mehr. Die Beanspruchungen bewirken eine Längenänderung (Hooke'sches Gesetz, für viele Stoffe annähernd linear) und Querschnittsänderungen.

5) anhand → [EuroTabM] „Belastungsfälle“

Ruhende Belastung halten Teile am besten aus. Vgl. Pyramiden: Ruhend belastet halten sie seit Jahrtausenden, wenn man genauso lange mit einem kleinen Hämmerchen daran geklopft hätte, wären sie längst Sand.

tgtn_NP201011 Aufgabe 1.1.4: „wird schwellend beansprucht“.

tgt: Bisher nur Lastfall 1

tgtn: Alle Belastungsfälle möglich

Knickung ist bei langen schlanken Körpern einer wesentlich größeren Belastung als Druck, steht aber nicht im Lehrplan (TG, FTM). Bei Flächen tritt Beulung auf.

Details: [Decker 2009] S.28f

Beispiel für überlagerter Normalspannungen: Eine Spannbetonbrücke wird unten durch Stahleinlagen auf Druck gespannt. Biegt sich die Brücke unter Last, wird der Beton (geringe Zugfestigkeit) nicht auf Zug belastet, sondern vom Druck entlastet, während die Stahleinlagen noch mehr Zug aushalten müssen. Ähnlich: Verspannungsschraubild Schrauben, übereinander geschraubte Geschützrohre.

Kein Abithema

[Böge Aufg.] Aufgabe 651-656 (nicht erforderlich)



Allzweckformel für Festigkeitslehre am Beispiel der Zugfestigkeit

$$\frac{\sigma_{grenz}}{\nu} = \sigma_{zul} > \sigma = \frac{F}{S} \quad \left[\frac{N}{mm^2} = MPa \right]$$

- F äußere Kraft [N]
- oder andere Belastung: Moment M_b oder M_t [Nm]
- S Querschnittsfläche [mm²]
(gemeint ist immer die Fläche, die kaputt geht)
- oder andere Flächenkennwerte
- Widerstandsmomente W oder W_p
- σ tatsächliche Spannung [N/mm²] im Werkstoff, mithilfe Rechnung geschätzt
- oder Schubspannung τ
- σ_{grenz} Grenzspannung [N/mm² = MPa] im Werkstoff
- Werkstoffkennwert, z.B. R_m , R_e , $R_{p0,2}$, σ_{bF} , T_{tF}
- ν Sicherheitszahl []
- ist eine typische Ingenieurslösung!
- vom Konstrukteur festgelegt nach:
 - Umfang der Unwägbarkeiten (Belastung, -sfall, überlagerte Spannungen..)
 - Risiko, Wert
 - gesetzliche Vorschriften
 - Erfahrung
 - Veränderung während der Lebensdauer (Korrosion, Alterung, Verschleiß, Ermüdung..)
- σ_{zul} zulässige Spannung [N/mm²] im Werkstoff vom Konstrukteur festgelegt

Diese Formel ist für alle Belastungsarten einsetzbar, nur die Formelzeichen wechseln

AB entwerfen

Zur Übersicht die betrachteten Spannungen, ihre übliche Abkürzungen und Grenzwerte. Normalspannungen σ , Schubspannungen τ . Tatsächliche Spannungen erhalten Kleinbuchstaben als Indices, Grenzspannungen Großbuchstaben

Die Indices z und d dienen zur Unterscheidung von Zug- und Druckspannungen. Flächenpressung ist zwar keine typische Spannung und erhält deshalb einen anderen Buchstaben. Da sie aber wie Spannungen gerechnet wird, wird sie hier aufgenommen.

τ und σ meinen die maximale Spannung an der Außenfläche des Profils. Flächenpressung ist die Beanspruchung der Berührungsfächen zweier gegeneinander gedrückter fester Bauteile und heißt bei Nieten auch Lochleibungsdruck. Es ist eigentlich keine innere Spannung und hat deshalb eine andere Abkürzung, wird aber ähnlich berechnet.

1) Ein: Bungeespringen. Welche Größen sind bei der Auswahl des Seiles zu berücksichtigen? Von rechts nach links durchgehen.

Belastung (Kraft) wird mithilfe der Statik (bzw. Dynamik) näherungsweise ermittelt und ist in schulischen Aufgaben vorgegeben.

Querschnitt S und Werkstoff sind die Freiheiten des Konstrukteurs.

Aus Kraft und Querschnitt ergibt sich die vorhandene Spannung, die immer nur geschätzt ist, denn die folgenden Werte sind nicht exakt:

- Die Belastung F oder M F beruht im Wesentlichen auf Annahmen
- Der Querschnitt stimmt bestenfalls zu Beginn des Lebenszyklus
- Die Formel selbst ist nur eine Annäherung. [Roloff/Matek 1995], S.35: "Aus der Vielzahl der Festigkeitshypothesen haben sich für die Festigkeitsberechnung bewährt"

Hinweis zum Unterschied zw. Mathematik und Technik: In der Mathematik sind einmal gefundene Zusammenhänge „wahr“ im Sinne von überall und ewig gültig. In der Technik beruhen Formeln noch mehr als in den Naturwissenschaften auf Hypothesen, die nur so lange gültig sind, bis bessere gefunden wurden.

Die Werkstofffestigkeit wird mit σ_m eingebracht. Für Grenzspannung ist der Belastungsfall zu beachten (im Abi nur Belastungsfall 1, statische Belastung). Die angegebenen Werte gelten nur für einachsige Spannungszustände, mehrachsige (überlagerte) Spannungen siehe oben.

→ [EuroTabM] „Festigkeitswerte“, „Werkstoffe“

$$MPa = 10^6 \frac{N}{m^2} = 10^6 \frac{N}{(1000 mm)^2} = 1 Mio \frac{N}{mm^2} = \frac{N}{mm^2}$$

Die Sicherheitszahl ν ist eine typische Ingenieurslösung: Probleme werden durch Erfahrungswerte gelöst, auch wenn sie noch nicht vollständig verstanden sind. Alle Unwägbarkeiten werden mit der Sicherheitszahl abgedeckt. Sie ist aber kein Freibrief, um eine Konstruktion zu überlasten.

→ [EuroTabM] „Sicherheitszahlen“

[Roloff/Matek 1995], S.52: „Die Höhe der erforderlichen Sicherheit kann für den Anwendungsbereich Maschinenbau allgemein nicht angegeben werden. Es liegt im Ermessensbereich des Konstrukteurs, für jeden Einzelfall nach den zu erwartenden Betriebsbedingungen (Häufigkeit der Höchstlast, Art des Lastkollektivs, Spannungsverhältnis κ u.a.) die Sicherheit eigenverantwortlich festzulegen ...“

- kleinere Sicherheit, wenn die äußeren Kräfte sicher erfasst werden können und ein etwaiger Bruch des betreffenden Bauteils keinen großen Schaden anrichtet und dieser schnell behoben werden kann;
- höhere Sicherheit, wenn äußere Kräfte nicht genau zu erfassen sind und bei einem etwaigen Bruch des betreffenden Bauteils großer Schaden (Lebensgefahr, Betriebsstörungen) entstehen kann.“

FO [Roloff/Matek 1995] S.52: „Eine genaue rechnerische Vorhersage der vorhandenen Bauteilsicherheit kann aufgrund der nur schwer erfassbaren Einflussgrößen, der z.T. recht erheblichen Streuung der Festigkeitswerte und der Vereinfachung im Rechnungsansatz nicht gemacht werden.“

Die Sicherheitszahl kann reduziert werden, z.B. aus Gewichtsgründen im Flugzeugbau: komplexere Rechenmodelle (FEM), mehr Versuche, erhöhter Q-Aufwand, häufigere Wartung, polierte Oberflächen.

Mit dieser Formel können Zug- und Druckspannungen, Flächenpressung und Scherung berechnet werden. Die Frage bleibt nur, welche Spannung, Kraft und Fläche man einsetzen muss.

Formel: und Kennwerte → [EuroTabM] „Festigkeitswerte“

Grenzwerte oder Festigkeitskennwerte:

Festigkeit ist die innere Widerstandskraft eines Werkstoffes. Festigkeit ist der Widerstand gegen Verformung oder Bruch.

Grenzspannungen erhalten Großbuchstaben als Indices. Sie gelten nur unter Prüfbedingungen, im wirklichen Leben müssen sie meist reduziert werden (zulässige Grenzspannungen). Überschreiten von (Fließ-)Grenzen führt zu plastischer Verformung. Überschreiten von Festigkeiten führt zum Bruch.

Überarbeiten

Übersicht über die Formelgrößen

Spannung	Abk.	Grenzwerte (statisch)	Ursächliche Kraft	Profilkennwert
Zugspannung	σ, σ_z	Streckgrenze R_e bzw. Dehngrenze $R_{p0,2}$ Zugfestigkeit R_m	Zugkraft F_z	Querschnittsfläche S_0
Druckspannung	σ, σ_d	Druckfließgrenze σ_{dF} Druckbruchgrenze σ_{dB}	Druckkraft F_d	Querschnittsfläche S_0
(Ab-)Scherspannung	τ_a	Scherfließgrenze τ_{aF} Scherfestigkeit τ_{aB}	Querkräfte F_a	Querschnittsfläche S_0
Torsionsspannung	τ_t	Torsionsfließgrenze τ_{tF} Torsionsbruchgrenze τ_{tB}	Torsionsmoment M_t	polares Widerstandsmoment W_p
Biegespannung	σ_b	Biegefließgrenze σ_{bF}	Biegemoment M_b	axiales Widerstandsmoment W
Flächenpressung	p	zulässige Flächenpressung p_{zul}	Normalkraft F_N	projizierte Fläche A_{proj}
Knickung				



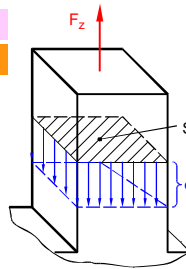
Beanspruchungen im Einzelnen

Zugfestigkeit

Allzweckformel für Zugfestigkeit

$$\frac{\sigma_{zgrenz}}{\nu} = \sigma_{zul} > \sigma_z = \frac{F_z}{S}$$

Normalspannung ist gleichmäßig auf dem Querschnitt verteilt.



Festigkeitswerte σ_{zgrenz}

Belastungsfall 1

= statische Belastung

– R_e bzw. $R_{p0,2}$: gg. plast. Verformung

– R_m : gegen Bruch:

→ [EuroTabM] „Baustähle, Stähle, ..“

Belastungsfall 2

= schwelende Belastung

– σ_{zsch} : gegen plast. Verformung

→ [EuroTabM] „Festigkeitswerte“

Belastungsfall 3

= wechselnde Belastung

– σ_{zw} : gegen plast. Verformung

→ [EuroTabM] „Festigkeitswerte“

Vertiefung

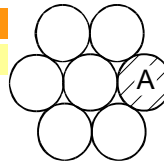
MVK: [EuroRBM]; TG: Festigkeit_Ub_Abi

Sonderfälle

Stahlseil mit Einzeldrähten

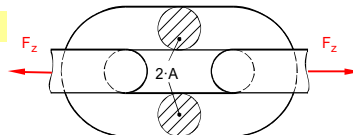
$$\sigma_z = \frac{F_z}{S} = \frac{F_z}{n \cdot A}$$

n: Anzahl der Einzeldrähte



(Rundglieder-)Kette

$$\sigma_z = \frac{F_z}{S} = \frac{F_z}{2 \cdot A}$$



Schrauben (Gewinde)

Festigkeitsklasse

→ [EuroTabM] „Festigkeitsklassen ...“

ist im Schraubenkopf eingeprägt. Beispiel: 6.8

$$6: \rightarrow R_m = 6 \cdot 100 \frac{N}{mm^2} = 600 \frac{N}{mm^2} = 600 MPa$$

$$.8: \rightarrow R_e = 0,8 \cdot R_m = 0,8 \cdot 600 \frac{N}{mm^2} = 480 \frac{N}{mm^2} = 480 MPa$$

FTM, MVK, TG:

1) Variante 1: Beanspruchungen als HA in Einzel- oder Partnerarbeit erarbeiten und anschließend im Unterricht vortragen lassen.

Dazu sollen die Vortragenden die Vorgehensweise anhand des TabB erklären und als Beispiel 2 passende Aufgaben aus Hauptprüfungen vorrechnen. Zugspannungen soll von 2 Schülern vorgetragen werden, da hier σ_z , σ_{zul} , σ_{lim} erklärt werden muss.

Wdhg: Zugversuch, Spannungs-Dehnungs-Diagramm, R_m , R_e , $R_{p0,2}$, Kennwerte, Formeln

2) Variante 2: Wiederholung Zugversuch.

→ [EuroTabM] „Zugversuch“

FTM, MVK, TGME: nur Belastungsfall 1

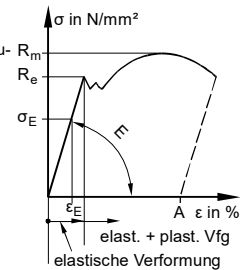
TGTM: Belastungsfälle 1 – 3

Belastungsfall 4 (?) (= allgemein schwingend) → war in [Euro- R_m roTabM] Aufl. 38-41 aufgeführt.

Für Grenzspannung ist der Belastungsfall zu beachten:

→ [EuroTabM] „Festigkeitslehre“, „Druckspannung“

→ [EuroTabM] „Festigkeitswerte“, „Stähle...“, „Werkstoffe“, „Sicherheitszahlen“...



FTM: [Böge Aufg.] 661ff „Beanspruchung auf Zug“

661-662: Warmlauf; 663-664: Gewinde; 665 Drahtseil; 666 Drahtseil mit Eigengewicht entweder analytisch oder iterativ ausrechnen; 668, 673 Rundgliederkette, 670, 674, 677, 679

Im Laufe der Übungen folgende Besonderheiten zeigen:

Möglichst gar nicht erst den Gesamtquerschnitt S ausrechnen. Es gibt nämlich Schüler, die aus dem Gesamtquerschnitt einen Gesamtdurchmesser ausrechnen und den dann durch die Anzahl der Drähte teilen.

iterative Rechnung

[Böge Aufg.] 666 Drahtseil mit Eigengewicht entweder analytisch oder iterativ ausrechnen: 1. Gewicht schätzen; 2. Querschnitt und das daraus folgende Gewicht berechnen; 3. Schätzung und Rechnung sind idealerweise gleich, wenn nicht: 1. Neue Schätzung anhand der Rechnung; 2. ...

Video „Drahtseil spleißen“

Heißen auch Gliederkette bzw. Rundstahlkette

Die Erfahrung zeigt, dass Rundgliederketten halten, wenn man die beiden parallelen Querschnitte A dimensioniert.

Das gleiche gilt für Hülsen-, Rollen-, und ähnliche Ketten.

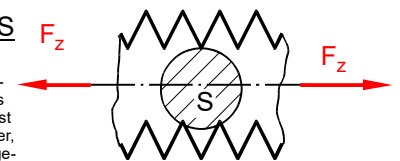
Video Herstellung „Kette Rundstahl“

Spannungsquerschnitt S

→ TabB „Gewinde“

Der Querschnitt des KernØ des Gewindes ist eine brauchbare Schätzung des Spannungsquerschnitt S. Tatsächlich ist der Spannungsquerschnitt etwas größer, da sich die Täler des Gewindes nicht gegenüberliegen. Da man sowohl für die Schätzung als auch für den korrekten Wert das Tabellenbuch aufschlagen muss, kann man gleich den korrekten Spannungsquerschnitt S nehmen.

[Schneider21] S.4.90: verwendet für Schrauben den Begriff 'Güte 10.9'



Festigkeit_TA_Zug.odt

Druckfestigkeit

Allzweckformel für Druckfestigkeit

$$\frac{\sigma_{d grenz}}{\nu} = \sigma_{dzul} > \sigma_d = \frac{F_d}{S}$$

Festigkeitswerte $\sigma_{d grenz}$

gegen bleibende Verformung:

– $\sigma_{dF} \approx R_e$ bzw. $R_{p0,2}$ (Stahl)

gegen Bruch

– $\sigma_{dB} \approx R_m$ (Stahl)

– $\sigma_{dB} \approx 4 \cdot R_m$ (GGL)

FTM, MVK, TG:

Druckfestigkeit kommt im Abi selten vor, vermutlich weil Knickung i.d.R. die größere Belastung ist. Knickung steht nicht im Lehrplan.

Bilder ähnlich wie im Zugversuch

→ [EuroTabM] „Festigkeitslehre“, „Druckbeanspruchung“

→ [EuroTabM] „Festigkeitswerte“ einschließlich Fußnote

Gusseisen mit Lamellengrafit GJL hat eine sehr hohe Druckfestigkeit. (Eselsbrücke GJL – Guss Jron Lamelle). Im Englischen wird das I (großes India) öfters als J geschrieben, wenn Verwechslungsgefahr mit I (kleines Lima) besteht.

Bild / Spannungs-Dehnungsdiagramm von GJL

Vertiefung

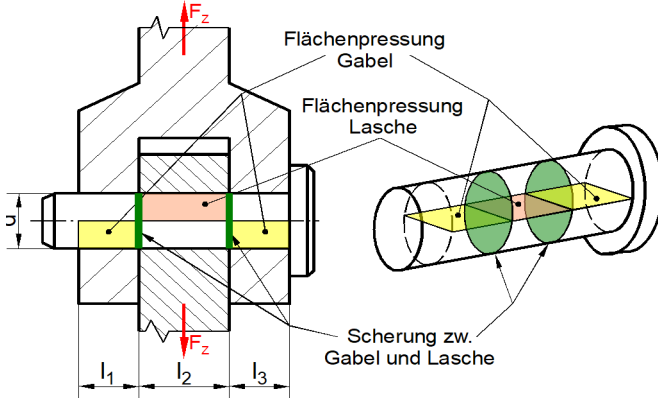
Mbm: [EuroRBM]; TG: -----; FTM: [Böge Aufg.] 714ff, „Beanspruchung auf Druck“



Scherung und Flächenpressung

treten oft gemeinsam auf

→ beide berechnen und die größere Auslegung wählen



Flächenpressung, Lochleibung

Allzweckformel für Flächenpressung

$$p_{zul} > p = \frac{F}{A} \left[\frac{N}{mm^2} = MPa \right]$$

– p_{zul} : zulässige Flächenpressung

– A: Fläche senkrecht zur Kraft = projizierte Fläche

Festigkeitswerte p_{zul}

$$p_{zul} = \frac{R_e}{1,2} \quad \text{ohne Sicherheitszahl zu rechnen}$$

→ [EuroTabM] „Flächenpressung“

Scherfestigkeit und Schneidkräfte

Allzweckformeln für Scherung

$$\frac{\tau_{agrenz}}{\nu} = \tau_{azul} > \tau_a = \frac{F}{n \cdot S} \left[\frac{N}{mm^2} = MPa \right]$$

– τ_{aB} : Scherfestigkeit; τ_{aF} : Scherfließgrenze

– S: Fläche zwischen zwei gegenläufigen Kräften

– n: Anzahl der Scherflächen

Festigkeitswerte τ_{agrenz}

– $\tau_{aF} \approx 0,6 \cdot R_e$ für zähe Werkstoffe (Stahl)

→ [EuroTabM] „Festigkeitswerte“, auch für andere Werkstoffe

wenn es halten muss (z.B. Bolzen)

– $\tau_{aBmax} \approx 0,8 \cdot R_{mmax}$

→ [EuroTabM] S.371 „Schneidkraft“

wenn es brechen soll (Scheren, Stanzen)

Auswahl treffen

Konstruktion auf die größere Belastung auslegen.

Normzahlen

Vertiefung

Im Laufe der Übungen Besonderheiten zeigen:

Sonderfälle

Lochleibung

Leibungsdruck: Flächenpressung für Bolzen oder Schrauben in Bohrungen. Es muss sich nicht um Passschrauben oder -bolzen handeln. [Duden 2006] Laibung (bevorzugt!), Leibung = innere Mauerfläche bei Wandöffnungen, innere Wölbfläche bei Wölbungen.

Passfedern

Geänderte Berechnung: Bisher wurde bei rundstirnigen Passfedern im Sinne der projizierten Fläche die volle Länge berücksichtigt. Ab [EuroTabM] 48. Auflage, S.253 „Passfedern, Flächenpressung“ gilt dies in Umsetzung der „DIN 6892 Passfedern-Berechnung und Gestaltung“ von 1998 nicht mehr und die Rundung muss auf die erf. Länge aufgeschlagen werden: $l \geq l_{erf} + b$

Stanzen

Rollen- bzw. Hülsenketten

Video Herstellung „Kette Rollen“

FTM, MVK, TG:

AB Tafelzirke

Scherung und Flächenpressung treten oft meist gemeinsam auf, deshalb muss man eine Konstruktion auf beide Belastungen hin prüfen und auf die größere auslegen. In neueren Abi-Aufgaben wurde dies oft nicht mehr ausdrücklich, wohl aber stillschweigend gefordert. Ein Konstrukteur muss die Flächenpressungen für die innere und äußeren Laschen (innere und äußere Fläche einer Passfeder ...) getrennt untersuchen, aber in Prüfungen genügt es meist, seine diesbezügliche Fähigkeiten an einer Fläche zu demonstrieren. Welche das ist, erfuhr man im Abi bisher im Aufgabentext oder mit der Bemaßung – unbemaßte Elemente kann man nicht berechnen.

Leider ist es auch schon vorgekommen, dass man aus der Bemaßung schließen musste, ob auf Scherung oder Flächenpressung berechnet werden sollte – aber zu einfach soll ein Abi ja auch nicht sein :-)

Wenn man nicht weiß, welche Fläche gerechnet werden muss, stelle man die Frage:

Welche Fläche geht kaputt?

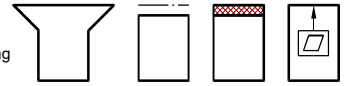
Einarbeiten: [Decker 2009] S.193, Bild 8.10

[Schneider21] Tabelle 8.50c: Grenzabscherkräfte je Scherfuge, abhängig von Schraubengröße, Festigkeitsklasse im Schaft, im Gewinde oder im Schaft von Passschrauben. → Im Bauingenieurwesen werden gewöhnliche Schrauben auf Scherung belastet.

Fläche wird senkrecht zur Krafrichtung ermittelt: z.B. Gleitlager: $A = d \cdot L$; z.B. Berührungsfläche Gewinde $p = F / (\pi \cdot d_2 \cdot H_1) \cdot (P/m)$ mit m = Mutterhöhe und p/m = Anzahl tragender Gewindegänge. Weitere Darstellungen siehe → [EuroTabM] „Flächenpressung“

Im Beispiel: $p_{Lasche} = \frac{F}{b \cdot l_2}$ und $p_{Gabel} = \frac{F}{b \cdot (l_1 + l_3)}$

Im Abi muss bisher nur eine Variante (innen, außen) berechnet werden. Erkennlich ist dies daran, dass nur eine Variante bemaßt ist. Maßnahmen zur Senkung der Flächenpressung oder Erhöhung der zul. Flächenpressung: 1) Verbreitern (Säulen, Stempel); 2) Härten; 3) Mörtel; 4) Planflächen 5) hydrostat. Lagerung



Flächenpressung p = „Druck“ zwischen festen Berührungsflächen. Da Oberflächen nicht genau plan sind, berühren sich 2 Teile nicht mit ihrer ganzen Fläche → zulässige Flächenpressungen sind deutlich kleiner als zul. Druckspannungen.

Vereinfachend wird angenommen, dass die Flächenpressung gleichmäßig über die projizierte Fläche verteilt ist. Gegenbeispiel Steckstift unter Biegelast: [Decker 2009] S.308f. Die Kennwerte in [EuroTabM] „Flächenpressung“ sind zulässige Werte, Sicherheitszahlen sind nicht mehr nötig. Es scheint sich um eine Vereinfachung zu handeln, denn in [Roloff/Matek 1995] wird mit Sicherheitszahl gerechnet;

Verteilung der Flächenpressung in Zapfenlagern, zB. [Böge, Techn. Mechanik] S.227

Im Beispiel: $\tau_a = \frac{F}{2 \cdot \pi \cdot d^2 / 4}$

→ [EuroTabM] „Normzahlen“

– Mbm: [EuroRBM]; TG: Festigkeit_Ub_Abi

– FTM: [Böge Aufg.] 714ff, „Beanspruchung auf Druck und Flächenpressung“; 714, 716, (717,) 718, 720, 721, 722; [Böge Aufg.] 738ff, „Beanspruchung auf Abscheren“ 738, 739, 740, (742,) 743, 744, (748,) 749, 751

[Schneider21] S.8.52: „Die Tragsicherheit auf Lochleibung ist nachgewiesen, wenn die vorhandene Abscherkraft ... je Bauteil und je Schraube die Grenzlochleibungskraft ... nicht überschreitet.“ Tabelle 8.53 enthält Grenzlochleibungskräfte abhängig vom Lochabstand und für Lochdurchmesser etwa der Reihe mittel!!

Bei rundstirnigen Passfedern trägt die Rundung nicht zur Flächenpressung $L = l_{erf} + b$ bei, sie muss entsprechend länger gewählt werden. Der kleine Unterschied in Kraft und Flächenpressung zwischen Nabe und Welle wird in der überschlägigen Berechnung nach DIN 6892 vernachlässigt. (→ [Steinhilper 2007 I] S.519; [Decker 2009] S.292, [Haberhauer 2008] S.146).

[Roloff/Matek 2011] S.378: „Die ebenfalls auftretende Scherspannung ist bei zum Wellendurchmesser gehörigen Passfederabmessungen unkritisch.“ Dem Schüler nutzt das aber nichts, weil in Aufgaben trotzdem häufig verlangt wird, auf Scherung zu rechnen.

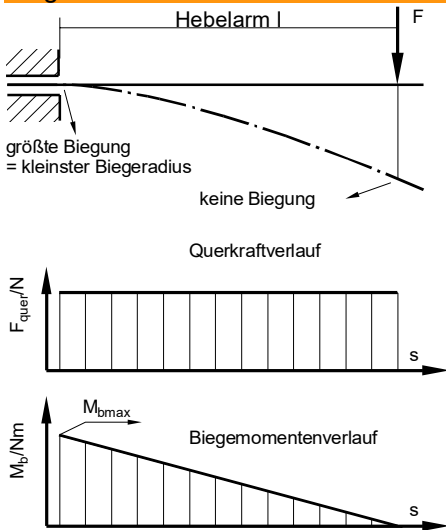
Flyerketten



Biegefestigkeit

wird bei äußerem Biegemoment $M_b = F \cdot l$ benötigt.

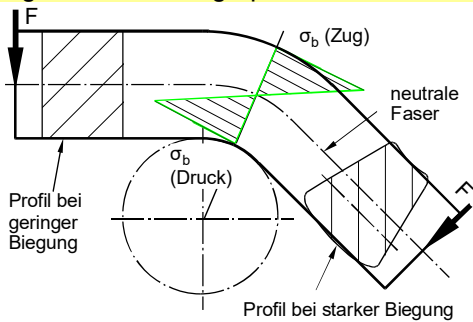
Biegemoment



Biegespannung

Biegemomente bewirken Verformungen und diese wiederum Spannungen:

Spannungsverlauf im Biegequerschnitt



- maßgebend die größte Biegespannung σ_b
- Material trägt außen mehr zur Biegefestigkeit bei

Allzweckformel für die Biegefestigkeit

$$\frac{\sigma_{bgrenz}}{v} = \sigma_{bzul} \geq \sigma_b = \frac{M_{bmax}}{W} \quad \left[\frac{N}{mm^2} = \frac{Nm}{cm^3} \right]$$

- Biegehauptgleichung: $\sigma_b = M_{bmax} / W$
- W: (axiales) Widerstandsmoment [cm³]
- Kennzahl für die Biegetauglichkeit eines Profiles
- [EuroTabM46] S.45 „Widerstandsmoment“ für geometrisch einfache Querschnitte
- [EuroTabM46] S.45 „T-Stahl, U-Stahl, IPB...“ für handelsübliche Profile

Festigkeitswerte σ_{bgrenz}

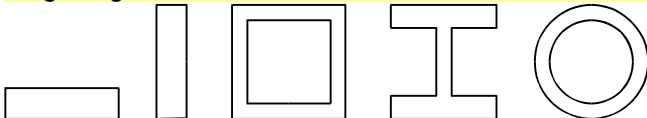
- $\sigma_{bF} = 1,2 \times R_e$: Biegefließgrenze (gegen plast. Vfg.)
- $\sigma_{bB} = R_m$: Biegefestigkeit (gegen Bruch)
- statische Belastung, Stahl → [EuroTabM46] S.41
- σ_{bSch} , σ_{bW} : dynamische Belastung → [EuroTabM46] S.46

Vertiefung

Böge 835ff

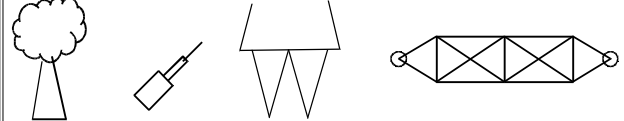
Darstellung: [Haberhauer 2008] S.9ff

Biegetauglichkeit verschiedener Profile



FTM, MVK, TG:

- 1) *Tafellineal*: Ein Ende mit einer Hand fest „einspannen“, das andere Ende mit einem Finger biegen?
- 2) Wo ist das Lineal am stärksten gebogen?
- 3) Wodurch wird Biegung bewirkt?
- 4) Begründen Sie die Form des Baumstamm, Angelrute Beine



Die sogenannte Blutrinne in Schwertern dient ebenfalls der Senkung des Gewichtes ohne wesentliche Beeinträchtigung der (Biege-)Festigkeit.

Außen: Zugspannungen σ_z
 Innen: Druckspannungen σ_b
 Mitte: neutrale Faser ohne axiale Spannungen
 Die neutrale Faser oder Nulllinie wandert bei starker Biegung nach innen, dadurch steigen die Zugspannungen außen noch stärker, sodass der Bruch gewöhnlich außen beginnt. Anforderung eines Herstellers von Lackierrobotern: „Die Schlauchführung soll im Roboter durch die neutrale Phase erfolgen.“ heißt, die Schläuche sollen im Inneren der Roboterarme geführt werden, sind dadurch von der Umgebung geschützt und erfahren weniger Biegung.

[Haberhauer 2008]: Querschnittsformen, die an der Randfaser eine große Materialanhäufung aufweisen ... haben einen einen wesentlich größeren Widerstand gegen Biegung als mittenerstifte Querschnittsformen.
 Skythischer Reiterbogen → [SdW] 08/91

Bisher kannten die Schüler als Kennwert für ein Profil nur die (Querschnitts-)Fläche A, aber es gibt auch andere Kennwerte, die andere Eigenschaften eines Profiles beschreiben:

- (axiales) Widerstandsmoment W, z.B. bei Belastung mit einem Biegemoment.
- polares Widerstandsmoment W_p , z.B. bei Belastung mit einem Torsionsmoment.
- Flächenmoment 0. Grades (Querschnittsfläche A), z.B. bei Zugbelastung.
- Flächenmoment 1. Grades, z.B. bei Drehbeschleunigung, Pirouetteneffekt
- Flächenmoment 2. Grades (Flächenträgheitsmoment I), z.B. bei Knickung, Durchbiegung

Die Spannung, bei der unter Biegebelastung die plastische Verformung beginnt, heißt Biegefließgrenze σ_{bF} . Sie ist etwas größer als die Streckgrenze R_e , da beim Biegen die äußeren Atome von den inneren auch dann noch auf Position gehalten werden, wenn R_e schon überschritten ist. [Decker 2009] S.30, Lämpfle: Einführung in Festigkeitsberechnung
 „Biegeversuche zur Ermittlung von Werkstoffkennwerten haben nur wenig Bedeutung, z.B. für spröde Werkstoffe... Das Biegeverhalten homogener, zäher Werkstoffe lässt sich bis zum Erreichen der Streckgrenze.. hinreichend genau aus den Kennwerten des Zugversuchs abschätzen.“ [Bargel/Schulze 2005] S.101.]

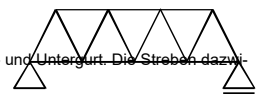
Visualisierung

FO skythischer Kompositbogen

Begründen Sie die Form einer Blattfeder, Balkenbrücke, eines Baumstammes, einer Angelrute? Warum wird eine (Vogel-)Feder außen dünner ?
 FTM: [Böge Aufg.] Aufg. 835-863 Freitragler mit Einzellasten
 TG: Festigkeit_Ub_Abi „Biegefestigkeit“ Aufg. 3.1-3.3

Überschrift

- 5) *Bewerten Sie die gezeichneten Profile*
 Fachwerkbrücken und I-Träger bringen Material in Ober- und Untergurt. Die Ströben dazwischen halten vornehmlich die Gurte zusammen.
- 6) *Begründen Sie den Aufbau von Wellpappe.*
 Wellpappe ist ähnlich wie die Fachwerkbrücke aufgebaut. Ihre Biegefestigkeit ist richtungsabhängig (anisotrop) und vermutlich nicht der Hauptgrund für den Aufbau. Dies sind eher die Druckfestigkeit und die Knickfestigkeit (Widerstandsmoment!), alle bei geringer Dichte.



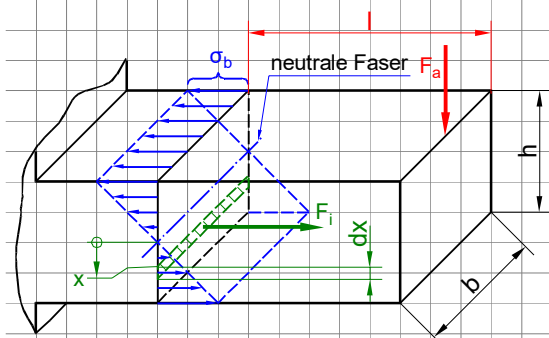


Biegehauptgleichung

Herleitung für ein Rechteckprofil

(gerade Biegung)

Äußeres Moment $M_b = F_a \cdot l$



Inneres Moment $M_i = \sum F_i \cdot x$ bzw. $M_i = \int F_i \cdot dx$

Es muss gelten: äußeres = inneres Moment

$$M_b = \sum M_i \quad \text{oder} \quad M_b = \text{Summe aller } M_i$$

$$dA(x) = b \cdot dx$$

$$\sigma(x) = \sigma_b \cdot \frac{x}{h/2}$$

$$dF_i(x) = \sigma(x) \cdot dA(x) = \sigma_b \cdot \frac{2 \cdot b}{h} \cdot x \cdot dx$$

$$dM_i(x) = x \cdot dF_i(x) = \sigma_b \cdot \frac{2 \cdot b}{h} \cdot x^2 \cdot dx$$

$$M_b = \int_{-h/2}^{+h/2} dM_i(x) = \sigma_b \cdot \frac{2 \cdot b}{h} \cdot \int_{-h/2}^{+h/2} x^2 \cdot dx = \sigma_b \cdot \frac{2 \cdot b}{h} \cdot \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-h/2}^{+h/2} = \sigma_b \cdot \frac{2 \cdot b}{h} \cdot \left(\frac{(+h/2)^3}{3} - \frac{(-h/2)^3}{3} \right) = \sigma_b \cdot \frac{2 \cdot b}{h} \cdot \frac{h^3}{12} = \sigma_b \cdot \frac{b \cdot h^2}{6}$$

Biegehauptgleichung

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W}$$

(axiales) Widerstandsmoment W

$$W = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

für ein Rechteckprofil

= Maß für den Widerstand eines Profils gegen Biegung

- hängt von Form, Maßen des gebogenen Profils ab und wird in der Praxis aus Tabellen entnommen
- Biegeachse beachten

Herleitung für ein Rundprofil

$$dA = 2\sqrt{r^2 - x^2} dx$$

$$\sigma(x) = \sigma_b \cdot \frac{x}{r}$$

$$dF(x) = \sigma(x) \cdot dA(x) = \sigma_b \cdot \frac{x}{r} \cdot 2\sqrt{r^2 - x^2} dx$$

$$dM(x) = dF(x) \cdot x = \sigma_b \cdot \frac{x^2}{r} \cdot 2\sqrt{r^2 - x^2} dx$$

$$M_b = \frac{2 \cdot \sigma_b}{r} \int_{-r}^{+r} \sqrt{r^2 - x^2} \cdot x^2 dx = \frac{2 \cdot \sigma_b}{r} \cdot \frac{\pi r^4}{8} = \sigma_b \cdot \frac{\pi r^3}{4}$$

$$M_b = \sigma_b \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

Herleitung im allgemeinen Fall

$$dA = b(x) \cdot dx$$

$$s(x) = x \cdot s_0$$

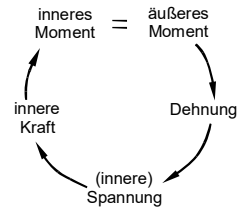
$$\int dF(x) = \int s(x) \cdot dA(x) = s_0 \cdot \int x \cdot dA = 0$$

→ neutrale Faser = Schwerlinie

FTM, TG: Herleitung; MVK: überspringen
 σ für Normalspannungen

1) Ein:

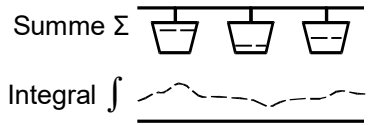
- Bei der Berechnung der maximalen Biegespannung geht man von kleinen Biege winkeln (großen Biegeradien) und den folgenden, vereinfachenden Voraussetzungen aus:
 - Gerade Biegung heißt, dass sie um eine Hauptachse stattfindet (F_a greift mittig an).
 - Das äußere Biegemoment M_b bewirkt einachsige Dehnung / Stauchung senkrecht zum Biegequerschnitt, der Querschnitt wird nicht verändert. Tatsächlich verändert sich der Querschnitt bei größeren Biegungen und die neutrale Faser verschiebt sich nach innen.
 - Die Faserschicht, die ihre ursprüngliche Länge beibehält, heißt neutrale Faser (Nulllinie). Das Maß der Dehnung / Stauchung im restlichen Querschnitt hängt aus geometrischen Gründen linear vom Abstand von der neutralen Faser ab.
 - Durch die Dehnung entstehen außen Zug- und innen Druckspannungen. Bei Werkstoffen und Belastungen, für die das Hooke'sche Gesetz annähernd gilt, hängen Dehnung und Spannung im elastischen Bereich linear zusammen. Es ergibt sich der skizzierte lineare Verlauf der Normalspannungen senkrecht zum Querschnitt.



Für Festigkeitsberechnungen rechnet man mit der maximalen Biegespannung σ_b (innen bzw. außen am Biegequerschnitt), weil dort die Bauteile zuerst kaputt gehen.

Summe ↔ Integral

Wird Kies mit einer Eimerkette transportiert, kann man die Netto-Gewichte der Eimer addieren = Summe. Bei einem Förderband muss man integrieren = kleinste Abschnitte addieren



2) Kann übersprungen werden.

- Wir betrachten ein schmales Flächenelement dA (grün), das parallel zur neutralen Faser (= Biegeachse) liegt. Die Flächenelemente $dA(x)$ werden so gewählt, weil innerhalb jeden Elementes der Hebelarm x zur Biegeachse und die Spannung $\sigma(x)$ konstant sind.
- Die Größe der Fläche dA hängt von der Breite b und von dx ab. Im Rechteckprofil ist b konstant, bei anderen Profilen abhängig von x . In diesem allgemeinen Fall schreibt man $dA(x)$ und $b(x)$ und erhält ein komplizierteres Integral.
- Die Spannung $\sigma(x)$ im betrachteten Element wird mit dem Strahlensatz aus der maximalen Biegespannung σ_b an einer Außenseite des Biegequerschnittes abgeleitet.
- Die Normalspannungen bewirken in jedem Flächenelement Kräfte $F_i(x) = \sigma(x) \cdot dA(x)$. F_i bewirken über den Hebelarm zur Biegeachse innere Biegemomente M_i .

Das innere Biegemoment dM_i in jedem Flächenelement ist Moment = Kraft \times Hebelarm. Alle Spannungen sind Normalspannungen senkrecht zum Biegequerschnitt.

- Die Summe aller inneren Biegemomente M_i muss dem äußeren Biegemoment M_b das Gleichgewicht halten.
- Auch das Integral ist übrigens eine weitere Vereinfachung, weil Werkstoffe nicht infinit homogen sind (Kristalle, Gitterfehler, Atome ...).
- Die maximale Biegespannung σ_b hängt vom Biegemoment M_b und einem Kennwert, dem axialen Widerstandsmoment W , ab.
- Das Widerstandsmoment W ist ein profilspezifischer Flächenkennwert, der die Eigenschaften der Fläche bei Biegung beschreibt. Der Querschnitt einer Fläche ist auch nur ein (sehr bekannter) Kennwert, der zum Beispiel für den Schneidstoffverbrauch beim Durchsägen gebraucht wird. Es gibt weitere Kennwerte für verschiedene Anforderungen.

3) Zwingend

Aus dem Biegemoment und einem Kennwert für das Profil ergibt sich der Betrag der maximalen Biegespannung.

Die Bezeichnung 'axial' ist nicht zwingend erforderlich, dient aber der Unterscheidung zum polaren Widerstandsmoment.

Kombinationen aus mehreren Profilen

Warum entspricht das Widerstandsmoment eines Kastenprofils nicht der Differenz zwischen den außen und innen begrenzenden Rechtecken? → W herleiten!

Nicht unterrichten, werden aus Tabellen entnommen

Biegespannung abhängig vom Abstand zur Mittelachse

- Mathelehrer: $\int_a^b f(x) dx = [F(x)]$ von a bis b

- [Schneider21] S2.23: $\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b$

Es ergeben sich die folgenden Änderungen:

Für beliebige Profile und Biegeachsen ist die Breite nicht konstant. Bei unsymmetrischen Profilen muss zunächst die Lage der neutralen Faser bestimmt werden. Dazu wird die Spannung auf die Vergleichsspannung σ_0 im Abstand 1 von der neutralen Faser bezogen.

Zur Bestimmung der Lage der neutralen Faser wird die Gleichgewichtsbedingung $\sum F=0$ angesetzt. Beim Thema $\int dA(x)$ handelt es sich um das Flächenintegral 1. Grades bezüglich der neutralen Faser. Da es gleich null ist, muss die neutrale Faser in der Schwerlinie liegen.

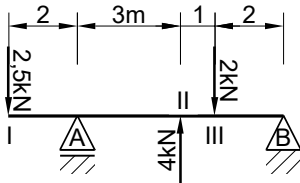
Festigkeit_TA_Biegehauptgleichung.odt



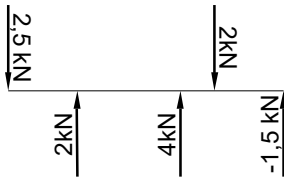
Max. Biegemoment M_{bmax} ermitteln

Grafische Lösung

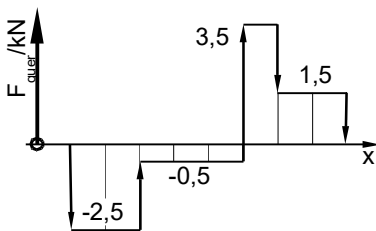
Beispiel 1



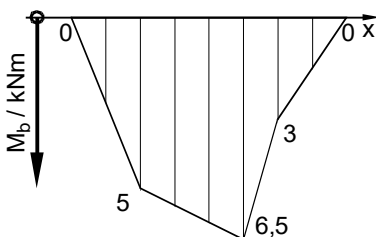
Freimachen (Lageskizze)



Querkraftverlauf



Biegemomentenverlauf



$M_b = 0$ gilt für alle äußeren Lager, wenn sie drehbar gelagert sind. Gegenbeispiel: Balkenplatte

Schlussfolgerungen für KA, Abi & Co

für Punktlasten gilt:

– M_{bmax} kann nur an einem inneren Kräfteinleitungspunkt liegen („innen“ = „liegt zwischen anderen Kräften“)

Diese (im Abi bisher max. 3) Punkte kann man ohne grafische Lösung relativ schnell berechnen

– wo der Querkraftverlauf die Nulllinie schneidet

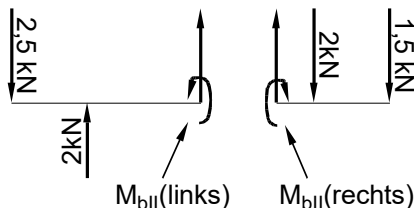
– Querkraftverlauf und Nulllinie können sich mehrfach schneiden.

Rechnerische Lösung aus der Lageskizze

ohne Kenntnis des Biegemomentenverlaufs

Freischneiden (!)

an der Stelle II:



Biegemomente M_b nach links oder rechts

Stelle II von links $M_{bII}(li) = 2,5\text{ kN} \cdot 5\text{ m} - 2\text{ kN} \cdot 3\text{ m} = 6,5\text{ kNm}$

Stelle II von rechts $M_{bII}(re) = -1,5\text{ kN} \cdot 3\text{ m} - 2\text{ kN} \cdot 1\text{ m} = -6,5\text{ kNm}$

Stelle A von links $M_{bA} = 2,5\text{ kN} \cdot 2\text{ m} = 5,0\text{ kNm}$

Stelle III von rechts $M_{bIII} = -1,5\text{ kN} \cdot 2\text{ m} = -3\text{ kNm}$

$M_{bmax} = 6,5\text{ kNm}$ (der größte der Beträge)

FTM, MVK, TG: Die grafische Lösung des Biegemomentes ist im Lehrplan TGT zwar nicht explizit aufgeführt, aber gelegentlich doch in Prüfungen verlangt: tgt_NP2010/11-2 Motorradbühne, Aufgabe 3.1 (Querkraftlinie)

Achtung: Tafel wird knapp

1) Beispiel vorgeben

2) Lageskizze, Querkraftverlauf, Biegemomentenverlauf zur Anschaulichkeit genau darunter zeichnen..

Auflagerkräfte ermitteln

$\Sigma M_A = 0 = 2,5\text{ kN} \cdot 2\text{ m} + 4\text{ kN} \cdot 3\text{ m} - 2\text{ kN} \cdot 4\text{ m} + F_B \cdot 6\text{ m} \rightarrow$

$F_B = \frac{-5 - 12 + 8}{6}\text{ kN} = -1,5\text{ kN}$

$\Sigma F_y = -2,5\text{ kN} + F_A + 4\text{ kN} - 2\text{ kN} + (-1,5\text{ kN}) \rightarrow F_A = 2\text{ kN}$

oder grafisch per Schlusslinienverfahren

Biegemomente M_b aus Querkraftverlauf

3) Nach dem Querkraftverlauf, parallel zum Biegemomentenverlauf.

Das Moment M_{n+1} baut auf M_n auf, das vereinfacht die Rechnung, was ja der Sinn grafischer Lösungen ist. Hinweis: Vor Einführung des Taschenrechners etwa 1970 wurden alle, danach noch sehr viele Bauwerke mit grafischen Methoden berechnet.

$M_I = 0\text{ kNm}$

$M_A = M_I - 2,5\text{ kN} \cdot 2\text{ m} = -5\text{ kNm}$

$M_{II} = M_A - 0,5\text{ kN} \cdot 3\text{ m} = -6,5\text{ kNm}$

$M_{III} = M_{II} + 3,5\text{ kN} \cdot 1\text{ m} = -3,0\text{ kNm}$

$M_B = M_{III} + 1,5\text{ kN} \cdot 2\text{ m} = 0$

Die Berechnung der Biegemomente beginnt hier von links, deshalb ergeben sich mit den üblichen Vorzeichenregeln negative Werte. Von rechts wären sie positiv.

Biegemomentenverlauf = Flächenintegral der Querkraft

Der Biegemomentenverlauf entspricht der Querkraftfläche (= Flächenintegral der Querkraft).

4) Nachträgliche Erklärung, nachdem der Biegemomentenverlauf skizziert ist: Querkraftverlauf abdecken, dann die Abdeckung nach rechts (links) wegziehen. Der Biegemomentenverlauf entspricht der jeweils sichtbaren Fläche unter dem Querkraftverlauf.

$M_b(x) = \int F(x)dx$

Lösungsmöglichkeiten für M_{bmax}

– M_{bmax} mit Biegemomentenverlauf ermitteln

.. oder ..

– Querkraftverlauf zeichnen und M_b dort berechnen, wo die Querkraftlinie die Nulllinie kreuzt

.. oder .. (meist schneller)

– M_b an allen inneren Kräfteinleitungspunkten berechnen und M_{bmax} nach Betrag auswählen

[Skolaut 2014] S.68 verwendet statt „von links / rechts“ die Begriffe „positives/ negatives Schnittufer“ → VZ klären, Erwähnen zur Veranschaulichung

Wenn man alle Momente an einem Bauteil berechnet, muss ihre Summe gemäß den Gleichgewichtsbedingungen der Statik Null ergeben. Das gilt für jedes Teil und auch für jedes Bruchstück davon. Deshalb schneidet man das Teil gedanklich an der untersuchten Stelle auf und betrachtet nur eine Seite (eines der beiden „Bruchstücke“). Bei beiden Teilen müssen die Momente einschließlich des Biegemomentes im Gleichgewicht stehen.

Links unten sind die Momente an der Stelle II einmal von links $M_{b(II)l}$ und einmal von rechts $M_{b(II)r}$ berechnet. In beiden Gleichungen entfällt $F_I = 1\text{ kN}$, weil sein Hebelarm 0 ist. Die beiden Momente $M_{b(II)l}$ und $M_{b(II)r}$ müssen sich gemäß der Gleichgewichtsbedingung aufheben, und haben deshalb den gleichen Betrag, aber unterschiedliche Vorzeichen. Innerhalb der Gleichungen verwenden wir das gewohnte Koordinatensystem mit der positivem VZ bei c.w. Bei der Auswahl von M_{bmax} zählt nur der Betrag (ohne Vorzeichen).

In der Praxis kann man zur Kontrolle beide Seiten rechnen, aber nötig ist es nicht. Es genügt, eines der Momente von der „bequemer“ Seite her zu rechnen. Im Abi sollte man die Kontrollrechnung vermeiden, weil manchmal ungenaue Werte vorgegeben werden, die von links und rechts gerechnet unterschiedliche Biegemomente ergeben, und das kann verwirren. Bei Systemen, die statisch im Gleichgewicht sind, dürfte das nicht vorkommen.

Im Abi keine Kontrollrechnungen für M_b !!

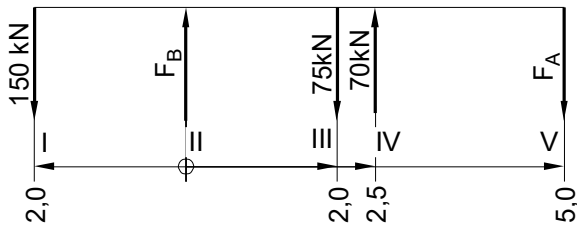
Links stehen die Rechnungen für jeden inneren Kräfteinleitungspunkt, an der Stelle II sogar doppelt. Da man diese Rechnungen ohne die obigen Vorbereitungen (außer Lageskizze) durchführen kann, ist dies im Abi der schnellste Weg zu M_{bmax} . Deshalb

M_{bmax} an inneren Kräfteinleitungspunkten suchen.

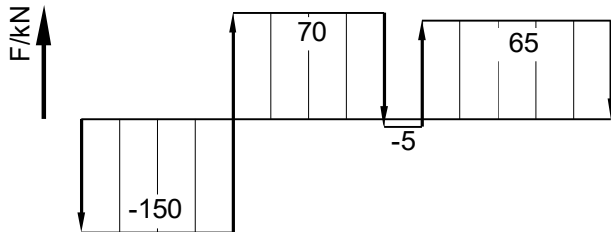


Beispiel 2

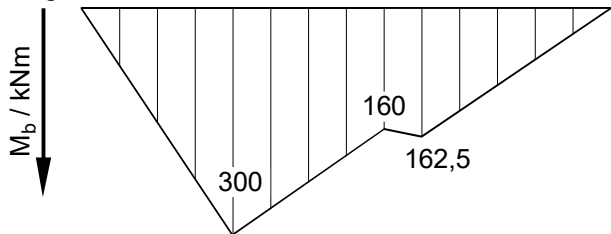
Lageskizze



Querkraftverlauf



Biegemomentenverlauf



Auflagerkräfte ermitteln

$$\Sigma M_{II} = 0 = +150 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} - 75 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} + 70 \text{ kN} \cdot 2,5 \text{ m} - F_B \cdot 5 \text{ m} \Rightarrow$$

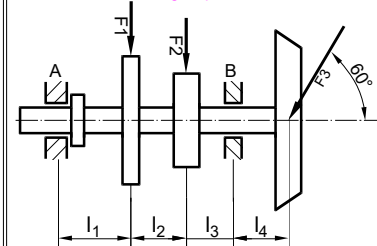
$$F_A = \frac{+150 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} - 75 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} + 70 \text{ kN} \cdot 2,5 \text{ m}}{5 \text{ m}} = 65 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = -150 \text{ kN} + F_B - 75 \text{ kN} + 70 \text{ kN} - 65 \text{ kN} \Rightarrow F_B = 220 \text{ kN}$$

oder grafisch per Schlusslinienverfahren

Beispiel Getriebewelle

Umstellen auf Kraftangriffspunkt am Teilkreis



Ermittlung der Eckpunkte

Von links nach rechts:

$$M_I = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{II} = 0 \text{ kNm} + 150 \text{ kN} \cdot 2,0 \text{ m} = 300 \text{ kNm}$$

$$M_{III} = 300 \text{ kNm} - 70 \text{ kN} \cdot 2,0 \text{ m} = 160 \text{ kNm}$$

$$M_{IV} = 160 \text{ kNm} + 5 \text{ kN} \cdot 0,5 \text{ m} = 162,5 \text{ kNm}$$

$$M_V = 162,5 \text{ kNm} - 65 \text{ kN} \cdot 2,5 \text{ m} = 0$$

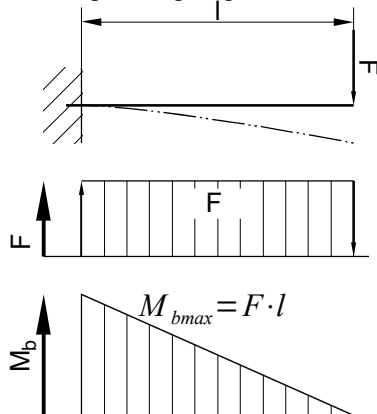
Vertiefung

FTM: [Böge Aufg.] Aufg. 864 ff; TG: Beispiel HP 1997/98-1 Verladeanlage

Formeln im Tabellenbuch: unbrauchbar

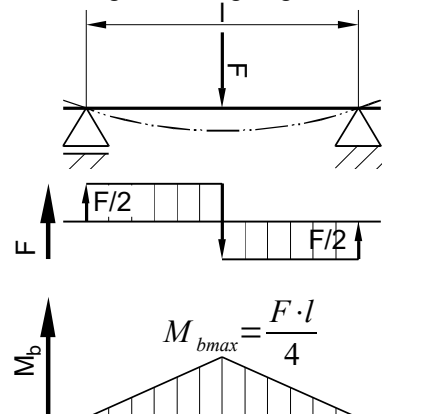
- behandeln nur Sonderfälle, z.B. zentrische Last
- führen mit der biegesteifen Einspannung in die Irre

einseitig starr gelagert



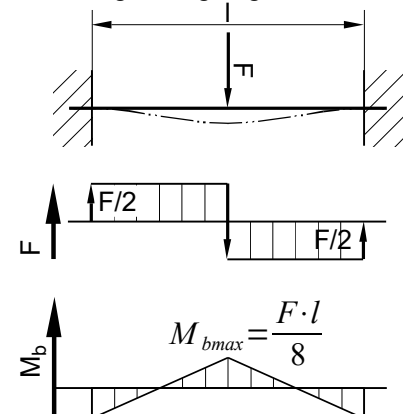
Das maximale Moment wird wg. des max. Hebelarmes im Lager erreicht, nach außen nimmt es linear ab. Elastische Verformung im Lager ändert nichts!

beidseitig drehbar gelagert



Halbe Kraft je Seite mal halbe Länge zum max. Moment = Viertel Moment

beidseitig starr gelagert



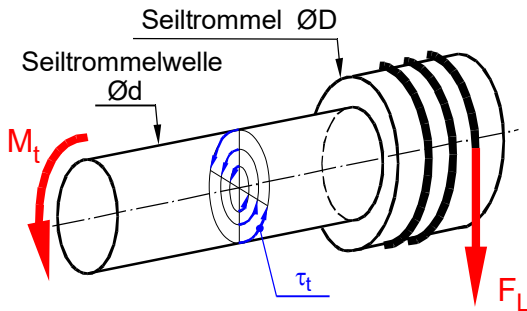
Bei vollkommen biegesteifer Einspannung ist die Steigung des gebogenen Balkens in den Lagern und in der Mitte waagrecht. Aus Symmetriegründen müssen dort die Biegemomente gleich groß sein. Wenn die Einspannung nachgibt, nähert sich die Belastung der Situation „beidseitig drehbar“ -> Deshalb sollte diese zur Sicherheit immer angenommen werden. Elastische Lagerung ist statisch überbestimmt und nur schwer zu berechnen (E-Modul, Temperaturendeckung, Spannungen, exakte Maße usw.)



Torsionsfestigkeit

= Spannung durch Verdrehung „in sich“

Typische Aufgabe: Seilwinde



Last F_L erzeugt an der Seiltrommel ($\varnothing D$) ein Torsionsmoment M_t

$$M_t = F_L \cdot \frac{D}{2}$$

Seiltrommelwelle ($\varnothing d$) muss M_t aushalten

Allzweckformeln für Torsionsfestigkeit

$$\frac{\tau_{\text{igrenz}}}{\sqrt{}} = \tau_{\text{zul}} > \tau_t = \frac{M_t}{W_p}$$

- Torsionshauptgleichung: $\tau_t = M_t / W_p$
- W_p : Polares Widerstandsmoment [cm^3]
- Kennzahl für die Verdrehfestigkeit eines Profils
- [EuroTabM46] S.45 „Widerstandsmoment“ für geometrisch einfache Querschnitte

Festigkeitswerte τ_{igrenz}

$\tau_{tF} = 0,7 \times R_e$: Torsionsfließgrenze (Stahl gg. plast. Vfg.)

$\tau_{tB} = 0,8 \times R_m$: Torsionsfestigkeit (gegen Bruch) statische Belastung, Stahl → [EuroTabM46] S.41

τ_{tSch}, τ_{tW} : dynamische Belastung → [EuroTabM46] S.46

Vertiefung

TG: Festigkeit_Ub_Abi.odt

FTM: [Böge Aufg.] S.809ff

815ff: Aufgaben mit Verdrehwinkel auslassen

826 Lösung durch Ausprobieren

831: kombinierte Aufgaben

Torsionshauptgleichung

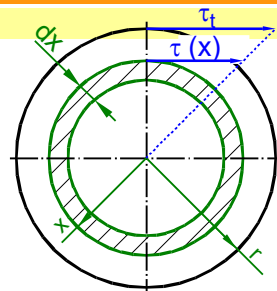
Herleitung für ein Rundprofil

Kreisringfläche

$$dA(x) = 2\pi \cdot x \cdot dx$$

Spannung im Kreisring

$$\tau(x) = \tau_t \cdot \frac{x}{r}$$



$$dF(x) = \tau(x) \cdot dA(x) = \tau_t \cdot 2 \frac{\pi}{r} \cdot x^2 \cdot dx$$

$$dM = x \cdot dF(x) = \tau_t \cdot 2 \frac{\pi}{r} \cdot x^3 \cdot dx$$

$$M_t = \tau_t \cdot \frac{2\pi}{r} \cdot \int_0^r x^3 \cdot dx = \tau_t \cdot \frac{2\pi}{r} \cdot \frac{r^4}{4} = \tau_t \cdot \frac{\pi \cdot r^3}{2} = \tau_t \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

polares Widerstandsmoment W_p

$$M_t = \tau_t \cdot \frac{2\pi}{r_a} \cdot \int_{r_i}^{r_a} x^3 \cdot dx = \tau_t \cdot \frac{2\pi}{r_a} \cdot \frac{r_a^4 - r_i^4}{4} = \tau_t \cdot \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{16 \cdot D}$$

FTM, MVK, TG: bis Formeln für Torsionsfestigkeit.

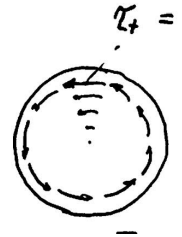
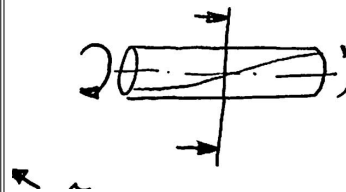
- 1) Torsionsspannung analog zur Biegespannung schnell erklären.
- 2) Herleitung der Torsionshauptgleichung nur bei viel Zeit.

- τ für Schubspannungen
- Als Torsionsspannung τ_t bezeichnet man die innerhalb der Spannungsverteilung maximale Torsionsspannung an der Oberfläche, die auch zum Bruch führt.
- Die Spannung verläuft im Innern theoretisch im Kreis. Tatsächlich gibt es Schubspannung, die zum typischen Torsionsbruch mit einer wendelförmigen Bruchfläche führt.

AM Kreide bis zum Bruch verdrehen

Erklärung Schubspannung bei Torsion

Torsion



Die maximale Torsionsspannung τ_t hängt vom Torsionsmoment M_t und einem profilspezifischem Kennwert, dem polaren Widerstandsmoment W_p , ab. Aus dem Torsionsmoment und einem Kennwert für das Profil ergibt sich der Betrag der maximalen Torsionsspannung.

Das axiale Widerstandsmoment hängt von Form und Maßen des tordierten Profils ab. „Tordieren“ steht nicht im [Duden 2006], ist aber in der Technik gebräuchlich (z.B. [Böge, Techn. Mechanik]). Im Duden, 15.Auflage, von 1961 stehen „Torsion“ (=Verdrehung, Verdrehung, Verwindung) und „torquieren“ (= techn. krümmen, drehen; veraltet für peinigen)

Verdrehwinkel

(Nur zur Info für Aufgaben im [Böge Aufg.]

$$\phi [^\circ] = \frac{\tau_t \cdot l}{G \cdot d} \cdot \frac{360^\circ}{\pi} = \frac{M_t \cdot l}{W_p \cdot G \cdot d} \cdot \frac{360^\circ}{\pi}$$

- l, d : Länge und \varnothing der verdrehten Welle
- G : Gleitmodul des Werkstoffes (vgl. E-Modul), $G(\text{Stahl}) = 80 \text{ kN/mm}^2$

TG: Nur auf Nachfrage

Bei der Berechnung der maximalen Torsionsspannung geht man von kleinen Torsionswinkeln und den folgenden Voraussetzungen aus:

- Das äußere Torsionsmoment M_t bewirkt einachsige Dehnung, der Querschnitt wird nicht verändert. Tatsächlich? Das Torsionsmoment wirke genau um die Stabachse.
- Durch die Dehnung entstehen Schubspannungen. Bei Werkstoffen und Belastungen, für die das Hooke'sche Gesetz annähernd gilt, hängen Dehnung und Spannung im elastischen Bereich linear zusammen. Es ergibt sich der skizzierte lineare Verlauf der Schubspannungen parallel zum Querschnitt.

Wir betrachten einen schmales kreisförmiges zentrisches Flächenelement. Dieser Ansatz ist zweckmäßig, weil darin Hebelarm und Spannung konstant sind. Die Fläche wird nicht mit der Kreisringformel, sondern mit Umfang mal dx berechnet. Dies ist korrekt, weil dx sehr klein ist.

Die Spannung τ im betrachteten Element wird auf die maximale Torsionsspannung τ_t an der Oberfläche des Profils bezogen, weil nur diese für die Festigkeitsberechnung interessiert.

Die Schubspannungen bewirken in jedem Flächenelement Kräfte. Die Kraft F im Flächenelement ergibt sich aus Spannung und Fläche.

Die Kräfte bewirken über den Hebelarm zum Mittelpunkt innere Torsionsmomente M . Das innere Torsionsmoment dM aus dem Flächenelement ergibt sich aus Moment = Kraft x Hebelarm. Alle Schubspannungen verlaufen tangential.

Die Summe aller inneren Torsionsmomente M muss dem äußeren Torsionsmoment M_t das Gleichgewicht halten.

Das Rohrprofil wird wie das Rundprofil (voll) berechnet, nur die Grenzen des Integral reichen vom inneren bis zum äußeren Radius (r_i, r_a) bzw. Durchmesser (d, D).

Festigkeitslehre_TA_Torsion.odt

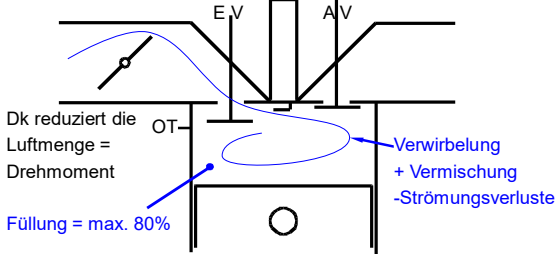


Maschinenelemente – Getriebe

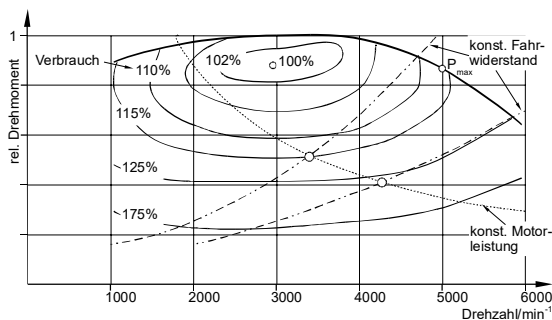
Diese Einheit dient dem Nachweis der Notwendigkeit von Getriebe und Kupplung in Pkw. Es ist z.T. eine Wdhg der Energietechnik und soll die Schüler in der Auswertung technischer Darstellungen (Diagramme) üben, sie hinsichtlich ihres Fahrverhaltens beeinflussen und allgemein ihr technisches Verständnis steigern. Dafür erscheint der Zeitbedarf von fast 90' für eine Einleitung gerechtfertigt. Bei Zeitknappheit kann man diese Einheit einfach weglassen.

Drehmoment- und Leistungsverhalten eines 4-Takt- Ottomotors

Laststeuerung eines Ottomotors



Verbrauchskennfeld oder Muscheldiagramm



Fahrverhalten ohne Schalten

Zeitbedarf: ca. 90'

1) Vorgehensweise anhand

Verbrauchskennfeld_AB.

AM OH-Modell mit Ventilen

1) Wer arbeitet in einem Viertakt-Ottomotor ?

KLK wird gezündet, verbrennt, wird heiß und will sich ausdehnen. Da die Ausdehnung behindert ist, entsteht Druck. Die Kraft, die auf den Pleuelstange wirkt, wird vom Pleueltrieb in Motor-moment umgewandelt.

2) Von welcher Größe wird das abgegebene Moment bestimmt ?

Bei gegebenem Motor kann das Drehmoment durch die Menge des KLG (Füllungsgrad) beeinflusst werden.

3) Wie kann man sie beeinflussen ?

Der ungedrosselte und ungebremste Motor läuft mit maximaler Drehzahl ohne Abgabe von Drehmoment. Wenn er Drehmoment abgeben könnte, würde er seine Drehzahl steigern.

4) Welche Aufgabe hat die Dk ?

Die Dk dient der Senkung / Steuerung der Füllmenge.

Quelle: [Bosch 21]

Der Mitteldruck ist der durchschnittliche Druck, der während des Arbeitstaktes auf den Pleuelstange wirkt. Der effektive Mitteldruck ist um die Verluste bereinigt, enthält somit den mechanischen (?) Wirkungsgrad des Motors und ist ein Maß für das abgegebene Motor-moment. Der relative Mitteldruck verzichtet auf absolute Werte (etwa 15bar ?).

Die Drehzahl wird traditionell in U/min angegeben. Bei 3000/min (= 50Hz) dauert eine 1 KW-Umdrehung 0,02s, der Einlasstakt umfasst mehr als 180°KW und dauert knapp über 1/100s (für typisch 0,5l Frischgas). Deshalb erreichen Saugmotoren maximal 80% Liefer-grad.

Die Füllung als Maß für das erreichbare Motor-moment hängt von der Dk-Stellung (Isolinien) und der Drehzahl ab. Unter der LL-Drehzahl erzeugt der Motor nicht genügend Moment, um seine eigene Reibung zu überwinden, er stellt ab. Um die LL-Drehzahl herum läuft der Motor, gibt aber kein Moment ab. Bei steigender Drehzahl steigt das Moment, weil die Verhältnisse (Resonanz, Strömungsverhalten, Zündverzögerung, Steuerzeiten usw.) für die Energie-wandlung günstiger werden. Die Lage des maximalen Motor-momentes wird konstruktiv beeinflusst, darüber sinkt das Drehmoment, vor allem wegen steigender Strömungsverluste.

Aufgabe in Partnerarbeit: Tragen Sie in das Diagramm ungefähr ein:

- eine Isolinie für die konstante Dk-Stellung bei etwa 50% Öffnung (Lsg: die Linie für maximales Drehmoment entspricht 100% Öffnung, 50% verläuft parallel darunter.
- eine Isolinie für konstante Motorleistung bei verschiedenen Drehzahlen. Lsg $P = 2\pi Mn$.

- zwei Linien für Fahrwiderstand abhängig von der Drehzahl bei 2 verschiedenen Übersetzungen (Stufensprung 0,8). Lsg: der Fahrwiderstand steigt überproportional mit der Drehzahl an, weil der Luftwiderstand im Quadrat eingeht.

Aufgabe: Gegeben sei ein Kfz mit Tempomat, das auf ebener Strecke auf einen Berg zu-fährt. Der Tempomat regelt die Geschwindigkeit auf einen konstanten Wert. Der Fahrer greift nicht ein. Beschreiben Sie das Fahrverhalten anhand des Muscheldiagrammes, wenn der Tempomat nur auf die Dk wirkt und ein Schaltgetriebe vorliegt.

1. Kräftegleichgewicht auf dem Kfz ist gestört, es beschleunigt negativ
2. Drehzahl sinkt geringfügig, Tempomat öffnet Dk, bis das Fz beschleunigt oder VL erreicht ist.
3. Wenn VL erreicht ist, steigt bei sinkender Drehzahl das Drehmoment, bis die Kräfte auf dem Pkw im Gleichgewicht sind oder bis das maximale Drehmoment erreicht wird.
4. Wenn das maximale Drehmoment unterschritten ist, sinken Drehzahl und Drehmoment immer schneller, bis der Motor abwürgt (außer die Fahrwiderstandslinie schneidet sich mit der Momentenkurve).

5) Wie kann man das Abwürgen verhindern ?

5. Herunterschalten: bei konstanter Leistungsabgabe steigt die Drehzahl und sinkt das notwendige Drehmoment. Dadurch erhält man eine Drehmomentreserve. Wenn nach dem Herunterschalten kein Moment mehr verfügbar ist, nützt Schalten nichts mehr.

Erinnerung: beim Erreichen der Steigung müssen wir zur Erhöhung des Drehmomentes zu-rückschalten, nicht zur Erhöhung der Fahrgeschwindigkeit !

Mofas kommen ohne Getriebe aus, da sie nur einen kleinen Drehzahlbereich benötigen. Fahrzeuge mit hydrodynamischem Drehmomentwandler benötigen weniger Gänge, weil durch die Drehmomentverstärkung des Wandlers der erste Gang eingespart werden kann. Dieselmotoren haben etwa einen waagerechten Drehmomentverlauf. Sie sind deshalb instabil und benötigen einen Drehzahlregler, wenn sie nicht nur äußere Umstände stabilisiert werden (z.B. Fahrwiderstandsverlauf beim Kfz).

Unter dem elastischen Bereich ist das Drehzahlverhalten eines Ottomotors instabil, weil bei jeder Erhöhung des Fahrwiderstandes und daraus bedingter Drehzahlverringering das Mo-tormoment abfällt und die Drehzahl weiter verringert.

Über dem elastischen Bereich ist zwar das Drehzahlverhalten immer noch stabil, aber aus-gereizt, weil auch Zurückschalten Drehmoment / Leistungsabgabe nicht mehr steigert.

Fahrverhalten mit Schalten

Schlussfolgerungen

Notwendigkeit von Kupplung und Getriebe

- Ottomotoren haben nur einen engen nutzbaren Dreh-zahlbereich. In Kfz benötigt man deshalb
- eine schaltbare Kupplung zum Anfahren und Anhalten
 - und ein Wechsel-Getriebe (Drehmomentwandler), um den Geschwindigkeitsbereich zu erweitern.

elastischer Bereich

Zwischen M_{max} und P_{max} ist das Drehzahlverhalten eines Ottomotors stabil (elastischer Bereich).

- Nfz- und Pkw: maximales Drehmoment bei niedrigen Drehzahlen (komfortabler zu fahren)
- Sportwagen: maximales Drehmoment bei niedrigen Drehzahlen (höhere Leistung)

Vertiefung

FO QEII: Warum benötigt die QEII weder Anfahrkupplung noch Getriebe ? Weil das Schiff einen Hybridantrieb hat, d.h. die Verbrennungsmotoren treiben nur Generatoren an, d.h. sie müssen nicht unter Last anfahren und arbeiten nur bei einer Drehzahl. Warum benötigen Mofa keine Getriebe ? Weil sie mit geringem Geschwindigkeitsbereich ar-beiten.

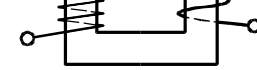
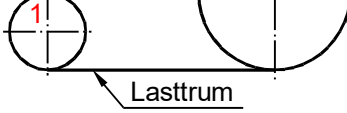
Aufgaben mechanischer Getriebe

- Drehmomentänderung
- Drehzahländerung
- Drehsinnänderung

Dazu können auch Antriebe gerechnet werden, die geradlinige in drehende Bewegung u.u. umwandeln: Kurbelschwingengetriebe, Ventilsteuerung durch Nockenwelle, Pleueltrieb.

Aufgaben von Kupplungen

Verbindung von Wellen; Unterbrechung des Drehmomentes, z.B. im Kfz zum Schalten; Drehzahlangleichung z.B. zum Anfahren mit dem Kfz, auch zum Bremsen !; Überlastschutz, z.B. bei Seilwinden oder NC-Maschinen für den Kollisionsfall; Dämpfung von Schwingungen und Stoßen, z.B. Förderanlagen; Ausgleich von Wellenversetzungen, z.B. Gelenkwelle, Kar-danwelle, Topfgelenk, Kreuzgelenkwelle usw.



Übersetzung i ohne Verluste

wird bei Momenten wie der Wirkungsgrad berechnet.
Entnahme aus dem Tabellenbuch.

Übersetzung mit Verlusten

aus $\eta = \frac{P_2}{P_1}$ folgt

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \left(\frac{M_2}{M_1} \right) = \frac{d_2}{d_1}$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \left(\frac{M_2}{M_1} \right) = \frac{z_2}{z_1}$$

$$i = \frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{2\pi \cdot n_2 \cdot M_2}{2\pi \cdot n_1 \cdot M_1} = \frac{1}{i} \cdot \frac{M_2}{M_1}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{2\pi \cdot n_2 \cdot M_2}{2\pi \cdot n_1 \cdot M_1} = \frac{1}{i} \cdot \frac{M_2}{M_1}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{I_2 \cdot U_2}{I_1 \cdot U_1} = \frac{1}{i} \cdot \frac{U_2}{U_1}$$

$$\downarrow$$

$$i \cdot \eta = \frac{M_2}{M_1}$$

$$\downarrow$$

$$i \cdot \eta = \frac{M_2}{M_1}$$

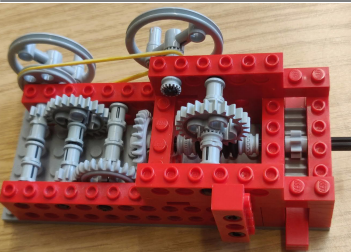
$$\downarrow$$

$$i \cdot \eta = \frac{U_2}{U_1}$$

$$P_{ab} = F_{ab} \cdot v_{ab}$$

$$P = \Phi \cdot \dot{\Phi} \cdot const$$

Sonstiges



Andere Beispiele

Die 5 einfachen Maschinen der Antike: Welle und Rad, Hebel, Flaschenzug, Keil, Schraube

Kraft x Weg = const. (bei verschiedenen Steigungen, Schraubenschlüssel auf Axialbewegung)

OH-Projektor

Lichtstärke x Bildgröße = const.

7) *Übersetzung ?*

Momente in Klammern, weil sie Verlusten unterliegen; gilt auch für Drehzahl bei Riementrieben.

8) *Einbeziehung der Verluste ?*

Im TabB nachtragen lassen

Tatsächlich haben Riementriebe auch bei der Drehzahl Verluste (ohne Schlupf gibt es keine Kraftübertragung!), aber dies wird am TG vernachlässigt.

Das Produkt der bestimmenden Größen bleibt konstant (Goldene Regel der Mechanik).

Vertiefung

[Getriebe_Ub](#)



Wiederholung und Lumpensammler

Wiederholung Statik mit Aufgaben zu Wälzlager und Konstruktion

TG: Die letzte LPE in tgtn ist nicht scharf abgegrenzt und es sind noch Überraschungen im Abi möglich. Das systematisches Unterrichten der Inhalte kann also viel Zeit kosten ohne Garantie, alles abzudecken. Außerdem ist kurz vor dem Abi Wiederholung sinnvoll und wann, wenn nicht jetzt, sollten SuS ihr gesammeltes Wissen und Können anwenden können. Deshalb unterrichte ich dieses Thema, indem ich alte Abi-Prüfungen löse lasse und Fragen bei Bedarf beantworte.

tgtn HP 2014/15-4 Antriebseinheit

technische Diagramme

Blockschaltbild, Energieflussdiagramm (Sankey-Diagramm)

Übersetzungen (Wdhg.)

Rillenkugellager

Wälzlager: Lagerarten, Radiallast, Axiallast, Lebensdauerstreuurve

→ TA Wälzlager auslegen

Zahlenwertgleichungen

In der Technik häufig:

- Werte in der vorgegebenen Einheit einsetzen
- Einheiten nicht umrechnen

Für TGLer ist dies an sich nicht ungewöhnlich, neu ist nur, dass man es darf :-)

- Einheit des Ergebnisses ist ebenfalls vorgegeben

Leitertafel

Nomogramme waren in der Zeit vor Taschenrechnern sehr beliebt.

Sensoren (Wdhg.)

Gewöhnung an tgtn-Aufgaben

tgtn HP 2013/14-1: Hängeförderer

Auflager, Trägersauswahl (Wdhg.)

Wälzlager ermitteln (Wdhg.)

Tausendertrennzeichen

- In der Originalaufgabe wurde die Schreibweise „20.000 h“ statt „20 000 h“ verwendet, die im Maschinenbau nicht üblich ist.
- Die Archivierung auf Mikrofilm mag kein Argument mehr sein, aber in Zeichnungen für den Weltmarkt werden auch US-Normen verwendet, die bei „Kommazahlen“ einen Punkt einsetzen. Dort bedeutet „20.000 mm“ eben nicht „20 m“, sondern „20 mm“ und diese Verwechslung riskiert man einfach nicht.
- Im Maschinenbau verwendet man die Schreibweise mit Leerstelle („20 000 h“ für „20000 h“) gemäß [Duden 2006] S.100: „Ganze Zahlen aus mehr als drei Ziffern können von der Endziffer aus durch Zwischenräume in dreistellige Gruppen gegliedert werden.“ Alternativ erlaubt Duden einen Hochpunkt, aber dafür gibt es noch kein Sonderzeichen.

Projektionsmethoden (Wdhg.)

Getrieberechnungen (Wdhg.)

Gewöhnung an tgtn-Aufgaben

- Wahllose Nummerierungen, Bezeichnungen usw. sind vorhersehbare Fallstricke bei jeder Form der Arbeit:
- Wer die Wahl hat und systematisch vorgeht, reduziert seine Fehlerquote, auch im Berufsleben.
- Wer keine Wahl hat, sollte eine alte Schülerregel beherzigen:
- Wer Aufgaben sorgfältig liest, hat Vorteile...

Fest- und Loslager

Punkt- und Umfangslast

Lagerung einzeichnen

Wer nichts auf's Blatt bringt, bekommt keine Punkte!

→ Jede Lösung ist besser als keine!!

1) Aufg. 1: Diagramme sind dankbare Aufgaben.

- HP 2011/12-1 Fördereinrichtung: „Stellen Sie die Energiewandlungskette mittels Blockschaltbild dar und berechnen Sie den Gesamtwirkungsgrad.“
- HP 2009/10-1 Lastenlift: „Zeichnen Sie den Energiefluss für das System ..“ schlägt als Lösung ein Energieflussdiagramm vor, aber m.E. kann es auch ein Blockschaltbild sein.

2) Aufg. 2 und 3

3) Aufg. 4

Formeln und Tabellen „Technik und Management“

4) Lösen Sie das Problem mit „Formeln und Tabellen..“

Die Problemlösung findet man „rückwärts“:

- Die Wälzlager tabellen enthalten Maße und C bzw. C₀
- C ist in der Gleichung und Leitertafel für nominelle Lebensdauer enthalten. Dazu braucht man weitere Werte
 - n und L_{10h} sind gegeben
 - (klein) p siehe Parameterliste
 - (groß) P siehe äquivalente Belastung P
- Dazu braucht man weitere Werte
 - Radialkraft F_r ist gegeben; mit x=1
 - Axialkraft F_a ist nicht gegeben, kann man als 0 annehmen; oder: y=0

5) Aufg. 5.1

6) Aufg. 5 und 6

- „Ermitteln Sie einen Lösungsansatz zur Bestimmung der maximal erfassbaren Drehzahl“ typisch tgtn-Sprech, reicht wohl nicht: Lesen muss man's, aber allzu wörtlich sollte man's nicht nehmen, denn nicht jedem Korrektor genügt der „Lösungsansatz“ ohne Ergebnis.
- „Bestimmen Sie ..“ Einfache Konstruktionen sind weniger fehleranfällig :-)

1) Aufg. 1, 2.1, 2.2

- 1.1 „Schneiden Sie xy frei“ ist eine typische tgtn-Aufgabe. Das Anspruchsvollste wird vorgegeben, .. aber deswegen werden die Notenschnitte nicht besser .. :-).
- 1.2 Träger auswählen ohne Biegemoment berechnen zu müssen und das für 4,0 Punkte, sollte man annehmen!
- 1.2 „Stellen Sie Ihre Lösung normgerecht dar.“ Natürlich muss eine Lösung normgerechte Einheiten usw. verwenden, aber hier ist das *gewählte Profil* gemeint..
- 2.1 „Zeichnen Sie ..“: Natürlich genügt eine Skizze.
- 2.2 „Entwickeln Sie einen Lösungsansatz zur Ermittlung .. . Ermitteln Sie diese.“ statt simpel „Ermitteln Sie ..“ ist typisch tgtn-Sprech. Übrigens: Wenn der Nachsatz „Ermitteln Sie diese.“ fehlt, muss man es trotzdem tun.

2) Aufg. 2.3

3) Aufg. 2.3

- In BWL ist die Verwechslungsgefahr vermutlich nicht gegeben, weil Währungen fast immer 2 Nachkommastellen haben, die man kaum mit den 3 Stellen eines Tausenderblocks verwechseln kann.
- Man könnte noch die Frage stellen wie sich die Beziehung zu Normen und Amerikanern zwischen BWLern und Maschinenbauern unterscheiden :-)
- In Abi-Prüfungen erlebe ich regelmäßig, dass SuS den Punkt statt Komma falsch interpretieren. Das ist insofern unkritisch, weil ich dies nicht als Fehler werte. Ein Problem wird es aber, wenn SuS das falsche Ergebnis bewerten müssen, und sei es nur in einer Plausibilitätskontrolle: Ein Ergebnis, das um den Faktor 1000 zu klein ist...

4) Aufg. 3

- Die Angaben „Vorderansicht“ und „Draufsicht“ in der Skizze des Antriebs sollte man als einmaliges freundliches Entgegenkommen werten und nicht als Aufforderung, die Projektionsmethoden nicht zu kennen.

5) Aufg. 3.1 und 3.2

6) Aufg. 3.3

- Normalerweise nummeriert man die Größen in Reihenfolge des Kraftflusses, also müssten die Riemenscheiben d_1 und d_2 sein. Hier wurde aber d_2 für den Seiltrommel \emptyset verwendet, der in der Zeichnung auch noch knapp neben der 2ten Riemenscheibe liegt. → da sind Fehler vorhersehbar („forced error“).

In tgtn-Aufgaben muss man mit Allem rechnen :-)

7) Aufg. 3.4

- In Aufg. 2.1 bekommt man 3P für die Lageskizze einer vorgegebenen Baugruppe vorgegeben, und hier soll man einen Lagersitz konstruieren und zeichnen für 5P.
- In tgtn kann man aus der Punktzahl nicht immer auf Umfang und Schwierigkeit einer Aufgabe schließen.

Immerhin: Im offiziellen Lösungsvorschlag wurde auf die Problematik Punkt- und Umfangslast nicht eingegangen. Da ich von meinen SuS im Abi nie mehr verlange als ein oLV, habe ich keine Abzüge gemacht. In meiner Klassenarbeit sähe das anders aus.

ME_TA_tgtn.odt



tgmt HP 2012/13-1: Hebevorrichtung

Statik I extrem

Wälzlager ermitteln (Wdhg.)

Scherfestigkeit

Auflagerkräfte, M_{bmax} ermitteln

unklare Zeichnung

Prinzipskizze

Getriebeberechnung (Wdhg.)

Zähnezahlen für mehrstufiges Getriebe

- 1) *Aufg. 1.1*
 – Tatsächlich haben SuS mit dieser einfachen Aufgabe überraschend viele Probleme.
 – „...berechnen Sie ..“: Ich würde bei einer grafischen Lösung nicht viele Abzüge machen
- 2) *Aufg. 1.2*
 – Dimensionieren = Baugröße festlegen. Wichtig, weil häufig.
- 3) *Aufg. 1.3*
- 4) *Aufg. 2.1 und 2.2*
 – „Dokumentieren Sie den Lösungsweg.“ ist in schriftlichen Prüfungen reine Floskel.
- 5) *Aufg. 2.3*
- 6) *Aufg. 3.1*
- 7) *Aufg. 3*
- 8) *Aufg. 3.3: Zum Selberdenken*

tgmt HP 2007/08-3: Rollenhalterung

Extrem-Konstruktion

Schraubenfestigkeit

Schraubenlänge und Bohrungstiefe

Alternative Befestigungsstrukturen

Wälzlager

Lagerung zeichnen mit Stückliste

- 1) *Aufg. 1*

ME_TA_tgmt.odt

Sonstiges

Vergleich Wälzlager Gleitlager

Gleitlager

- + hohe Drehzahl möglich,
- + außer beim Anlauf kein Verschleiß im Dauerlauf unbegrenzte Lebensdauer
- + höhere Tragfähigkeit (außer bei kleinen Drehzahlen)
- + unempfindlich gegen Stoßbelastung
- hohes Anlaufmoment
- aufwendige Schmierung, Überwachung nötig
- hohe Rundlaufgenauigkeit

Wälzlager

geringer Reibung und Wärmeentwicklung
 hohe Tragfähigkeit bei kleinen Drehzahlen
 empfindlich gegen Schmutz und Stöße
 laut
 begrenzte Lebensdauer und Drehzahl (zu hohe Drehzahl: Fliehkräfte; zu kleine Drehzahl: Last nur auf wenigen Wälzkörpern)
 geringer Schmierstoffverbrauch
 genormte Lagergrößen
 Ausgleich von Fluchtungsfehlern durch Pendellager

ME_TA_Lager-Vergleich.odt
 Klassenarbeit Getriebe und Lager
 Seitenumbruch



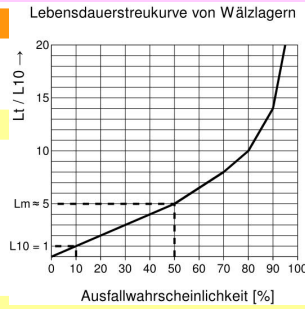
Datenspeicher

Wälzlager auslegen

Lebensdauer von Wälzlagern

Die Lebensdauer von Wälzlagern streut erheblich!

Lebensdauerstreucurve



nominelle Lebensdauer L10

Lebensdauer mit ≤10% Ausfallwahrscheinlichkeit

→ wird von 90% der Lager erreicht

mittlere Lebensdauer Lm ca. 5 mal L10 (sic!, Zufall!)

höchste Lebensdauer max. 4 mal Lm

L10: in Mio Umdrehungen; L10h: in Stunden

Dynamische Tragfähigkeit

dynamische Tragzahl C

die Last, mit der 90% der Wälzlager 1 Mio Umdrehungen überleben

statische äquivalente Lagerlast P (groß)

= Ersatzkraft, wenn die Belastung nicht rein radial ist

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a$$

F_r, F_a: Radialkraft, Axialkraft
 X, Y: → Tabelle

Berechnung der Lebensdauer

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P} \right)^{p(\text{klein})} \quad [\text{in Mio Umdrehungen}]$$

In Mio Umdrehungen, weil C für 1 Mio Umdrehungen gemessen wurde

mit p (klein) → Tabelle

p = 3 für Kugellager
 p = 10/3 für Rollenlager

Zahlenwertgleichungen

In der Technik häufig:

- Werte in der vorgegebenen Einheit einsetzen
 - Einheiten nicht umrechnen
 - Einheit des Ergebnisses ist ebenfalls vorgegeben
- Für TGLer ist dies an sich nicht ungewöhnlich, neu ist nur, dass man es darf :-)

Schlecht, wenn in [EuroTabM46] S.264 eine Zahlenwertgleichung nicht als solche gekennzeichnet ist.

Statische Tragfähigkeit

bei Drehzahl < 10min⁻¹

– C₀: Statische Tragzahl

= Belastung, bei der die plastischen Verformungen max. 0,01% WälzkörperØ betragen.

– P₀: statische äquivalente Lagerlast

$$P_0 = X_0 \cdot F_r + Y_0 \cdot F_a$$

– s₀: Sicherheit gegen plast. Verformung

$$s_0 = \frac{C_0}{P_0}$$

Richtung der Belastung

Druckwinkel α

– Richtung, in der die Lagerkraft zw. Außen- und Innenring übertragen wird.

Lastwinkel β

– Richtung der Resultierenden aus F_a und F_r:

$$\beta = \arctan \frac{F_a}{F_r}$$

Nach [Haberhauer 2008]

1) ..

FO Lebensdauerstreucurve

Die Lebensdauer von Wälzlagern streut erheblich. D.h. auch bei einem Mercedes kann einmal ein Radlager ausfallen, aber nicht 5 Stück, wie bei meinem .. :-)

Berechnung und Definition der Lebensdauer L₁₀ nach DIN ISO 281.
 Lebensdauerstreucurve von Wälzlagern [Roloff/Matek 1995] Bild 14-18
 Definitionen: [Haberhauer 2008] S.364, [Decker 2009] S.502f, [Dubbel 20] G93,

Unterschiede in den Formeln:

Beispiel: L = 2 500 000 Umdrehungen, Ergebnisse mit Einheiten gemäß Legende der Quelle

L = 2500000 [Umdrehungen]
 [Decker 2009]

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P} \right)^p \cdot 10^6$$

L₁₀ = 2,5 [Mio Umdrehungen]

[tgtn13] S.4; [Steinhilper 2007 II] S.175; [Haberhauer 2008] S.364
 [Roloff/Matek 1995] S.351 verwendet L statt L₁₀.

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P} \right)^p$$

= 2500000 [Mio Umdrehungen] ist falsch!

[EuroTabM46] S.264: 1) Widersprüchliche Infos: Über der Formel steht „in Umdrehungen“, daneben in der Legende „in 10⁶ Umdrehungen“

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P} \right)^p \cdot 10^6$$

In [EuroTabM46] S.264: 10⁶ bei L₁₀ weg, bei L_{10h} hinzu

2) Umrechnung von L₁₀ auf L_{10h}?

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P} \right)^p = \frac{L}{1 \text{ Mio}} \quad ; \quad L_{10h} = \frac{L}{n} = \frac{10^6}{n} \cdot L_{10}$$

3) Woher kommt die 60? Beispiel!

Beispiel: C=20kN; P=10kN; n=1000min⁻¹; Kugellager; L_{10h} = ?

$$L_{10h} = \frac{10^6}{1000 \cdot \frac{1}{\text{min}}} \cdot L_{10} = \frac{10^6}{1000 \cdot \frac{60}{h}} \cdot L_{10} = \frac{10^6}{60} \cdot \frac{L_{10}}{1000} \cdot h$$

$$= \frac{10^6}{60} \cdot \frac{1}{1000} \cdot \left(\frac{20 \text{ kN}}{10 \text{ kN}} \right)^3 \cdot h = \frac{16666}{1000} \cdot 2^3 \cdot h = 16,6 \cdot 8 \cdot h = 133 \text{ h}$$

Relevanz?

Art der Verformungen im Wälzlager → [Haberhauer 2008] S.362

- s₀ soll sein
- 0,7..1,0 bei geringen Anforderungen
- 1,0..1,5 bei normalen Anforderungen
- 1,5..2,5 bei hohen Anforderungen oder Stoßbelastung

Relevanz?

[Haberhauer 2008] Bild 4.65 ergänzen

- Der Druckwinkel hängt von der Geometrie des Lagers ab.
- Druck- und Lastwinkel werden von der Radialen aus gemessen. → α = 0° bei Zylinder.
- Unter Belastung verschieben sich die Lagerringe unter Ausnutzung der Lagerluft axial (wenn α ≠ β) und verändern den Druckwinkel.
- Die höchste Belastbarkeit hat ein Lager, wenn α ≈ β ist



Wälzlager

Entwicklung mündlich, dann Eintrag ins

AB Wälzlager: Bauarten und Betriebsbedingungen

andere Anwendungen:

AM Kugelumlaufspindel, Linear-Wälzlager

Aufbau

- innerer und äußerer Laufring (können entfallen)
- Wälzkörper (Kugeln, Zylinder, Kegel, Tonnen, Nadeln, mehrreihig?)
- Lagerkäfig (kann entfallen)
- Schmiermittel

Bauarten und Eigenschaften

→ [EuroTabM46] "Wälzlager, Auswahl"

Rillenkugellager

- mittlere radiale und axiale Kräfte
- höhere Drehzahlen (wg. Flächenträgheitsmoment)
- billiger

Zylinderrollenlager

- größere Kräfte möglich

Pendelrollenlager

Toroidalrollenlager

Wälzkörper sind ähnlich länglichen Tonnen

Auswahlkriterien

Platzverhältnisse, Belastung, Schiefstellung, Genauigkeit, Drehzahl, Geräuscharmer Lauf, Steifigkeit, axiale Verschiebbarkeit, Ein- und Ausbau, Abdichtung

Vertiefung

Schmierung

Fett (häufig auf Lebensdauer) schützt gegen Schmutz
Öl (-bad, -umlauf, -nebel)

Ein- und Ausbau

schrumpfen
pressen
schmutzempfindlich

Lageranordnung

Jede Lagerung benötigt genau ein Festlager, das axiales Verschieben verhindert (axiale Kräfte aufnimmt). Alle anderen Lager müssen Loslager sein, damit die Lagerung nicht verkleben kann.

Sonstiges

Vertiefung

AM mitlaufende Zentrierspitze

- 1 Welches Bauteil (Reitstockspitze, Körnerspitze, Pinole)
- 2 Welche Kräfte muss das Teil aufnehmen und wohin werden sie geleitet
hohe radiale Kräfte durch Gewicht des Werkstückes und Zerspankräfte; hohe axiale Einspannkräfte drücken auf die Zentrierspitze; geringe axiale Kräfte durch Eigengewicht und beim Ausspannen sollen über den Werkzeugkegel in den Reitstock
- 3 Zentrierspitze muss drehbar gelagert werden. Wie ist sie gelagert?
Wälzlager, der Begriff fasst Kugellager und Rollenlager zusammen.
- 4 Warum verwendet man keine Gleitlager
Gleitlager benötigen hohe Drehzahlen, haben hohes Anlaufmoment und Verschleiß beim Anlaufen, beim Drehen gibt es häufig niedrige Drehzahlen und Anlaufen.

AM verschiedene Wälzlager, Perla aufgeklappt

- 5 Welche Teile haben alle Wälzlager gemeinsam?
- 6 Aufgaben des Lagerkäfigs
Wälzkörper gleichmäßig auf Umfang verteilen verhindert bei zerlegbaren Lagern das Auseinanderfallen der Wälzkörper
- 7 Eigenschaften und Werkstoffe für Lagerkäfig und Lauffläche?
Lauffläche: gehärteter, geschliffener, polierter Stahl für geringen Verschleiß
Käfig aus weichem Messing, siehe Werkstoffe für Gleitlager
- 8 Aufbau eines Wälzlagers beschriften
AB Wälzlager
- 9 Welcher nicht zum Lager gehörende Stoff ist unverzichtbar: Schmierstoff
- 9 Tragen Sie die Kräfte ein, die auf die Zentrierspitze wirken.
- 10 Wie nennt man Kräfte, die in Richtung Drehachse / Radius wirken?
- 11 Wählen Sie geeignete Lager aus der Übersicht aus?
- Kriterien: Aufnahme der Kräfte, Einbaumaße: Nadellager nach Abmaßen; Axiallager wegen der großen axialen Kraft; Kerola, Schrörola oder Rikula für kleine axiale Kraft
Veranschaulichung der größeren Auflagefläche
Versuch Wälzkörper (Rolle, Kugel) auf Folie stempeln

Eigenschaften laut [SKF 2008] S.34

- für mittlere Radiallasten und Axiallasten
- geringe Reibung
- sehr hohe Genauigkeit möglich
- geräuscharm möglich

AB Wälzlager Aufgabe 4

AM zerlegte Zentrierspitze

Enthält Radial-Rikula (Lager billig, genau, mittlere axiale Kräfte möglich, nicht nachstellbar)

Eigenschaften laut [SKF 2008] S.34

- sehr hoch belastbar
- winkelbeweglich

Eigenschaften laut [SKF 2008] S.780: „CARB Toroidalrollenlager sind einreihige Lager mit langen, leicht balligen Rollen. Die Laufbahnen im Innen- und Außenring sind konkav ausgeführt und liegen zentrisch zur Lagermitte. Die optimal aufeinander abgestimmten Laufbahnprofile stellen eine vorteilhafte Spannungsverteilung im Lager und reibungsarmen Lauf sicher.

- winkelbeweglich
 - axial beweglich
 - sehr hohe Tragfähigkeit
- [Steinhilper 2007 II] S.140

Ähnliche Maschinenelemente

Linearwälzlager, Kugelumlauführung

Bild Linearwälzlager → [Steinhilper 2007 II] S.147

tgtm NP2009/10-3 Seilwinde

tgtm HP2007/08-3 Rollenhalterung

Schrumpfen mit Trockeneis bei -50°C oder im Ölbad bei 80-100°C.

Ein- oder auspressen mit Abziehvorrichtung oder Montagehülse, damit die Kraft nicht über die Wälzkörper geleitet wird.

Korrosionsschutzmittel nie entfernen als Schutz gegen Schmutz

1) Wie viel Spiel soll die Spindel haben?

Das Lagerspiel soll gering sein und ist mit einem Hakenschlüssel über die Mutter einstellbar. Die Mutter soll auch gegen Schmutz von außen und Fett von innen dichten. Lager mit einstellbarem Spiel sind einreihige SchröKula, KeRola (Rolloff/Matek).

2) Wie verändert sich die Spindel beim Dauereinsatz?

Reibung, Wärme, Temperaturerhöhung, Längenausdehnung, Verspannen, Klemmen.

3) Rechenbeispiel

Stahl, l=100mm, Dt=10K, Dl=0,01mm; Rikula, Normalklasse, BohrungsØ 30mm, Lagerluft (radial l) = 2...20 µm (SKF Hauptkatalog 1984 S113)

Bilder von Wälzlagerschäden → [Steinhilper 2007 II] S.188ff

FO verschiedene Lagerungen

FO Kreissägenwelle o.ä.

Ütg können Rikula als Loslager eingesetzt werden?

Ja, bei geeigneter Auswahl der Passungen → TabB



Gleitlager

Reibungszustände

trockene Festkörperreibung

Oberflächen berühren sich und verformen sich. Bei Bewegung führen Schwingungen zu Wärme und Energieverlust (Reibung). Hoher Druck, Geschwindigkeit und ungünstige Werkstoffe führen zu teilweiser oder völliger Verschweißung (z.B. Kolbenfresser). Reibung und Verschleiß sehr groß, Einfluss auf Maß und Oberflächen

Mischreibung

Schmierstoff zwischen Gleitflächen, diese berühren sich aber noch stellenweise. Reibung und Verschleiß sind geringer als bei trockener Reibung, aber für Dauerbetrieb ungeeignet

Flüssigkeitsreibung

ist verschleißfrei

tragender Schmierfilm hängt ab von:

- Umfangsgeschwindigkeit der Welle
- den äußeren Kräften
- Lagertoleranz und Oberfläche
- Ölviskosität
- Lagerabmessungen (Breite, Durchmesser)
- konstruktive Hilfen zur Schmierfilmbildung

Bauarten

Hydrodynamische Lager

- Ölzufuhr im Bereich geringen Druckes
- Schmierkeil verstärkt den Druck
- Verschleiß beim Anlaufen

Hydrostatische Lager

- Öldruck wird künstlich aufgebaut
 → drehzahlunabhängig
- konstruktiv aufwendig
- nur für hochbelastete Ausführungen

Werkstoffe für Gleitlager

Cu-Legierungen, Sintermetalle, Kunststoff (PTFE Polytetrafluorethylen), Sn, Pb, Zn, Al, Gusseisen

Werkstoffe für Lager und Zapfen und Schmierstoff müssen abgestimmt sein

Sinterlager

- mit Schmierstoff getränkt :
 P Notlaufeigenschaften, wartungsarm

Gleitlagerbuchsen

→ [EuroTabM] "Gleitlager, Buchsen"

Verbundgleitlager

Entwicklung anhand

AB Gleitreibungsarten

Im Stand: Festkörperreibung

Beim Anlauf wird Schmierstoff mitgenommen und zwischen Lager und Zapfen gepresst (gepumpt). Durch Viskosität und die Verengung (Keilwirkung) entsteht Druck, der die Welle anhebt.

Mit steigender Drehzahl steigt der Druck, die Welle wird zentriert. Die Festkörper sind völlig getrennt, es gibt keinen Verschleiß mehr. Reibung findet nur noch im Schmierstoff statt, hier schadet die Viskosität.

FO Wasserski-Schleppanlage

Vgl.: Wasserski, Aquaplaning, Lebensdauer des Turbinenrades vor der GS Lörrach

Ütg: Welche konstruktive Hilfen gibt es?

FO Druckverteilung in einem hydrodynamischen Gleitlager (HTFK1 S316)

: Mehrflächengleitlager EuroM50 S317 B4: Keilform beachten

FO Öltaschen, Keilspalt HTFK1 S315

Hydrodynamisch: Schmierstoff wird im Bereich geringen Druckes zugeführt (Zufuhrdruck, darf tragenden Film nicht unterbrechen), wird aber kurz vor Bereich des höchsten Druckes gebraucht: darf tragenden Film nicht unterbrechen, muss aber dort schnell zur Verfügung stehen.

Keilspalt ist konstruktiv aufwendig und von der Drehrichtung abhängig, baut aber den Druck besser auf. Sie können mit Ölzufuhr kombiniert werden.

Ütg Wie kann Nachteil des hydrodynamischen Lagers bei geringen Drehzahlen ausgeglichen werden

FO Hydrostatisches Lager HTFK1 S315

Schmieröl wird an mehreren Stellen ins Lager gepresst (p bis 200bar), die Welle schwimmt unabhängig von der Drehzahl in der Lagerschale.

z.B. Turbinen, Kraftwerksgeneratoren

FO Kippbare Lager HTFK1 S316

Sonstige: Kippbare Lager gleichen Wellenversatz und Fluchtungsfehler aus

Vgl: Kugelbrunnen

[Roloff/Matek 1995] S.461

1) *Gleiteigenschaften mündlich durchsprechen, damit die Schüler ein gewisses Verständnis für die Anforderungen entwickeln.*

2) *Werkstoffe durchgehen anhand*
 → [EuroTabM] "Gleitlager, Werkstoffe"

Eigenschaften für Lagerwerkstoffe

Belastbarkeit: etwa: zulässige mittlere Flächenpressung im Betrieb

Schmiegsamkeit: Fähigkeit, sich ohne bleibende Schäden durch elastische und plastische Verformung an Beanspruchung anzupassen

Anpassungsfähigkeit: Ausgleich von Abtragung durch Schmiegun und Verschleiß

Einlaufverhalten: Anpassung an erhöhte Anfangsreibung und Anfangsverschleiß

Einbettfähigkeit: Fähigkeit, Fremtteilchen aufzunehmen

Verschleißwiderstand: Reaktion auf Abtrennung kleinster Teilchen

Verschleißwiderstand: Widerstand gegen adhäsive Bindung mit dem Gegenwerkstoff

Notlaufeigenschaften: Fähigkeit, zeitlich begrenztes Gleiten bei ungünstiger Schmierung aufrecht zu erhalten.

Riefenbildungswiderstand

Wärmeleitfähigkeit

Ütg: Wie meist gibt es den idealen Werkstoff mit allen Eigenschaften nicht:

FO Verbundgleitlager

- Stahlstützschale, Tragschicht, Nickeldamm, Laufschrift (gesinterte Bronze mit PTFE oder Blei als Schmiermittel), meist zweiteilig für leichteren Einbau



Notizen

- Der Antikythera-Mechanismus ist ein astronomischer Taschenrechner aus dem 2.Jhd. v.u.Z. Er umfasst 82 Einzelteile, darunter zahlreiche Zahnräder, mit denen astronomische Konstellationen dargestellt wurden, und muss ein feinmechanisches Meisterwerk gewesen sein. Er wurde 1900 von Schwammtauchern vor der grch. Insel Antikythera gefunden und vielleicht in Syrakus hergestellt. [SdW]05/2010 S.62ff
- [Troitzsch 1987]

GFS

- Pflicht ist eine in E und weitere insgesamt 3 in J1/J2
- In J1/J2 kann eine GFS eine Klassenarbeit ersetzen (pro Fach /Semester muss mind. 1 KA geschrieben werden)

Beschluss TG 28.06.11

- In den ersten 3 Semestern der Jahrgangsstufen muss je 1 GFS geschrieben werden.
- Überprüfung in der Notenkonferenz
- GFS soll im Niveau einer KA entsprechen
- GFS-Plan muss für alle 3 Semester bis Herbstferien J1 vorliegen
- Jede GFS muss in einem anderen Fach erfolgen

Ideen / Themen

- Stromtransport: Welche Bedeutung haben die Spannungsebenen (20kV, 110kV, 380kV)
- Biographie eines Ingenieurs / Technikers
- Übersicht über bedeutende Ingenieure (Wissenschaftler, Mathematiker ..) aus der Region
- Übersicht über die Wasserkraftwerke an der Wiese
- Industrialisierung des Wiesentals

ProMan Präsentationen

- Welche Genehmigungen sind erforderlich
- Welche Institutionen unterstützen
- Technische Alternative
- grobe technische Planung einer Alternative
- Grundflächenbedarf
- Anschluss an die Infrastruktur

Ideen / Themen

- BHKw für Einfamilienhaus
- Solaranlage für Einfamilienhaus
- Abreißblock für Ausreden
- Einsatzgebiete eines Planetengetriebes

tg_TA_Allgemeines.odt

Literaturverzeichnis

- [Troitzsch 1987] Ulrich Troitzsch, Wolfhard Weber: Die Technik - von den Anfängen bis zur Gegenwart, Unipart-Verlag Stuttgart, 1987
- [tgtn13] Norbert Wipfler: Technik und Management: Hilfestellungen zur Umsetzung in der Jahrgangsstufe 1, Lehrplaneinheit 13, Landesinstitut für Schulentwicklung Stuttgart, 2007
- [Steinhilper 2007 II] Albers u.a.: Konstruktionselemente des Maschinenbaus 2, Springer-Verlag Berlin, 2007
- [Steinhilper 2007 II] Albers u.a.: Konstruktionselemente des Maschinenbaus 2, Springer-Verlag Berlin, 2007
- [Steinhilper 2007 I] Albers u.a.: Konstruktionselemente des Maschinenbaus 1, Springer-Verlag Berlin, 2007
- [Steinhilper 2007 I] Albers u.a.: Konstruktionselemente des Maschinenbaus 1, Springer-Verlag Berlin, 2007
- [Skolaut 2014] Werner Skolaut (Hrsg.): Maschinenbau - Ein Lehrbuch für das ganze Bachelor-Studium, Springer Vieweg Berlin Heidelberg, 2014
- [SKF 2008] n.n.: SKF Hauptkatalog - Das Wälzlagerhandbuch für Studenten, o.A. o.A., 2008
- SdW: wechselnde Autoren, Spektrum der Wissenschaft,
- SdW: wechselnde Autoren, Spektrum der Wissenschaft,
- [Schneider21] Andrej Albert ua.: Bautabellen für Ingenieure, 21.Auflage., Bundesanzeiger Verlag Köln, 2014
- [Schneider21] Andrej Albert ua.: Bautabellen für Ingenieure, 21.Auflage., Bundesanzeiger Verlag Köln, 2014
- [Schneider21] Andrej Albert ua.: Bautabellen für Ingenieure, 21.Auflage., Bundesanzeiger Verlag Köln, 2014
- [Roloff/Matek 2011] Herbert Wittel et al.: Roloff/Matek Maschinenelemente, Vieweg+Teubner Wiesbaden, 2011
- [Roloff/Matek 1995] Matek et al.: Maschinenelemente, Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig, 1995
- [Roloff/Matek 1995] Matek et al.: Maschinenelemente, Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig, 1995
- [Roloff/Matek 1995] Matek et al.: Maschinenelemente, Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig, 1995
- [Roloff/Matek 1995] Matek et al.: Maschinenelemente, Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig, 1995
- [Mattheck 2003] Claus Mattheck: Warum alles kaputt geht, Forschungszentrum Karlsruhe, 2003
- [Hering 1992] Ekbert Hering ua.: Physik für Ingenieure, vdi verlag Düsseldorf, 1992
- [Haberhauer 2008] Horst Haberhauer, Ferdinand Bodenstern: Maschinenelemente - Gestaltung, Berechnung, Anwendung, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008
- [Haberhauer 2008] Horst Haberhauer, Ferdinand Bodenstern: Maschinenelemente - Gestaltung, Berechnung, Anwendung, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008
- [Haberhauer 2008] Horst Haberhauer, Ferdinand Bodenstern: Maschinenelemente - Gestaltung, Berechnung, Anwendung, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008
- [Haberhauer 2008] Horst Haberhauer, Ferdinand Bodenstern: Maschinenelemente - Gestaltung, Berechnung, Anwendung, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008
- [EuroTabM46] Roland Gommeringer ua.: Tabellenbuch Metall 46.Auflage, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten, 2014
- [EuroTabM46] Roland Gommeringer ua.: Tabellenbuch Metall 46.Auflage, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten, 2014
- [EuroTabM46] Roland Gommeringer ua.: Tabellenbuch Metall 46.Auflage, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten, 2014
- [EuroTabM46] Roland Gommeringer ua.: Tabellenbuch Metall 46.Auflage, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten, 2014
- [EuroTabM46] Roland Gommeringer ua.: Tabellenbuch Metall 46.Auflage, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten, 2014
- [EuroTabM] diverse: Tabellenbuch Metall, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten,
- [EuroTabM] diverse: Tabellenbuch Metall, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten,
- [EuroTabM] diverse Autoren: Tabellenbuch Metall, Europa-Verlag, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten,
- [EuroTabM] diverse Autoren: Tabellenbuch Metall, Europa-Verlag, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten,



- [EuroTabM] diverse Autoren: Tabellenbuch Metall, Europa-Verlag, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten,
- [EuroTabM] diverse Autoren: Tabellenbuch Metall, Europa-Verlag, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten,
- [EuroRBM] : Europa Rechenbuch Metall, Europa Haan-Gruiten,
- [EuroRBM] : Europa Rechenbuch Metall, Europa Haan-Gruiten,
- [EuroRBM] : Europa Rechenbuch Metall, Europa Haan-Gruiten,
- [Duden 2006] -: Duden - Die deutsche Rechtschreibung, VDI-Verlag Mannheim, 2006
- [Duden 2006] -: Duden - Die deutsche Rechtschreibung, VDI-Verlag Mannheim, 2006
- [Duden 2006] -: Duden - Die deutsche Rechtschreibung, VDI-Verlag Mannheim, 2006
- [Dubbel 20] Wolfgang Beitz ua.: Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, 2001
- [Decker 2009] Decker et al.: Maschinenelemente, Carl Hanser Verlag München, 2009
- [Decker 2009] Decker et al.: Maschinenelemente, Carl Hanser Verlag München, 2009
- [Decker 2009] Decker et al.: Maschinenelemente, Carl Hanser Verlag München, 2009
- [Decker 2009] Decker et al.: Maschinenelemente, Carl Hanser Verlag München, 2009
- [Bosch 21] Ulrich Adler ua.: Kraftfahrtechnisches Taschenbuch, Robert Bosch GmbH Stuttgart, 1991
- [Böge, Techn. Mechanik] Alfred Böge: Technische Mechanik Statik - Dynamik - Fluidmechanik - Festigkeitslehre, Vieweg + Teubner , 2009
- [Böge, Techn. Mechanik] Alfred Böge: Technische Mechanik Statik - Dynamik - Fluidmechanik - Festigkeitslehre, Vieweg + Teubner , 2009
- [Böge Aufg.] Alfred Böge ua.: Aufgabensammlung Technische Mechanik, Vieweg , 1999
- [Böge Aufg.] Alfred Böge ua.: Aufgabensammlung Technische Mechanik, Vieweg , 1999
- [Böge Aufg.] Alfred Böge ua.: Aufgabensammlung Technische Mechanik, Vieweg , 1999
- [Böge Aufg.] Alfred Böge ua.: Aufgabensammlung Technische Mechanik, Vieweg , 1999
- [Böge Aufg.] Alfred Böge ua.: Aufgabensammlung Technische Mechanik, Vieweg , 1999
- [Böge Aufg.] Alfred Böge ua.: Aufgabensammlung Technische Mechanik, Vieweg , 1999
- [Böge Aufg.] Alfred Böge ua.: Aufgabensammlung Technische Mechanik, Vieweg , 1999
- [Bargel/Schulze 2005] H.-J. Bargel, G. Schulze: Werkstoffkunde, Springer Berlin, 2005
- [Bargel/Schulze 2005] H.-J. Bargel, G. Schulze: Werkstoffkunde, Springer Berlin, 2005