



Fachrechnen

Unterrichtsplanung für alle

Inhaltsverzeichnis

- Literaturverzeichnis.....1
- Drehmoment, Hebel.....2**
 - z.B. Schraubenschlüssel.....
 - z.B. Fahrradpedal.....
- Gleichgewichtsbedingungen.....
 - z.B. Schubkarre.....
 - z.B. Wippe.....
- Kräftepaare.....
- PS und kW.....3**
 - Leistungsmessung nach James Watt.....
 - Göpelantrieb.....
 - Drehmoment und Leistung bei Verbrennungsmotoren.....
 - wie stark etwas ist.....
 - bei Geradeausbewegung.....
 - Kraft F.....
 - bei Drehbewegung.....
 - Drehmoment M.....
 - Getriebe.....
- Drehmoment – Leistung – Drehzahl.....4**
 - Kraft.....
 - Drehmoment und Drehzahl.....
 - Getriebe.....
 - Leistung.....
- Berechnungen.....
 - Raddrehzahl.....
 - Leistungsverlauf.....
- Leistung P.....5**
- Dichte.....6**
 - 1001 Stahlkugeln → m (V, ρ).....
 - Kupferkabel → Aluminium.....
 - Goldraub → m (V, ρ).....
 - Goldraub 2 → m (V, ρ).....
 - Gold 3.....
 - Formel 1.....

- Motorblock.....
- Frostschutzspindel → ρ (V, m).....
- Würfel mit 1l Wasser → ρ (V, m).....
- Sektgläser.....

Kfz-Technik

- Wo tanken ?.....8**
 - Welche Größen spielen eine Rolle?.....
 - Beispielrechnung.....
 - Einfluss des Tankmenge.....
 - Einfluss des Verbrauches.....
- Ergebnisse.....
- Kostenvergleich Otto-Dieselfahrzeuge.....9**
 - Annahmen.....
 - Kosten.....
 - Vectra GTS 1.8 (Otto).....
 - Vectra GTS 2.2 TDI (Diesel).....
 - Grundpreis.....
 - Gesamtkosten.....
 - Verbrauch.....
- Kühflüssigkeit mischen.....9**
 - Beispiel.....
- Drehzahl.....10**
 - Raddrehzahl.....
 - Abrollumfang.....
 - Getriebeübersetzung.....
 - Spritsparend fahren.....
 - Aufgabe eines Getriebes.....
 - Übersetzung in Pkw.....
- Wo tanken ?.....11**
 - Welche Größen spielen eine Rolle?.....
 - Beispielrechnung.....
 - Einfluss des Tankmenge.....
 - Einfluss des Verbrauches.....

- Ergebnisse.....

Winkelfunktionen

- Rechtwinklige Dreiecke.....12**
 - Zusammenhänge.....
 - Pythagoras.....
 - Winkelfunktionen.....
 - Verlauf der Winkelfunktionen.....
 - Übungen / Anwendungen.....
 - Kontrollmaßberechnungen.....
 - CNC-Koordinaten.....
 - Pyramidalabweichung.....
 - Gewindeprüfen mit der.....

Grundlagen

- Bruchrechnen.....14**
 - Algorithmen (Rechenvorschrift).....
 - Brüche addieren.....
 - Brüche subtrahieren.....
 - Brüche multiplizieren.....
 - Brüche dividieren.....
- Rechenregeln.....15**
 - Grundrechenarten.....
 - Beispiel für die Regeln.....
 - Strichrechnung.....
 - Punktrechnung.....
 - Bruchrechnen.....
 - Verknüpfung der Grundrechenarten.....
 - Potenzrechnen.....
- Einheiten umrechnen.....16**
- Vertiefung.....16**
- Prozent.....16**
- Schnittgeschwindigkeit.....16**

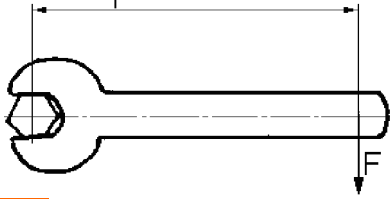
Literaturverzeichnis

Böge Aufg.: Alfred Böge ua., Aufgabensammlung Technische Mechanik, Vieweg, 1999
 EuroRBM: , Europa Rechenbuch Metall, Europa,
 EuroTabM: Ulrich Fischer ua., Tabellenbuch Metall, Europa-Lehrmittel,
 HJTabKfz: Elbl, Föll, Schüler, Tabellenbuch Fahrzeugtechnik, Holland+Josenhans,
 Schneider21: Andrej Albert ua., Bautabellen für Ingenieure, 21.Auflage,, Bundesanzeiger Verlag,2014
 SdW: wechselnde Autoren, Spektrum der Wissenschaft,



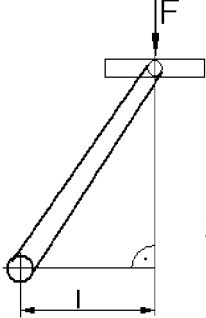
Drehmoment, Hebel

z.B. Schraubenschlüssel



(Dreh-)Moment $M = F \times l$ [in Nm]
Kraft x Hebelarm

z.B. Fahrradpedal

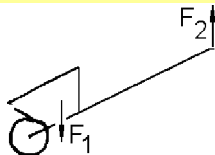


Hebelarm senkrecht zur Kraftlinie
oder
Der Hebelarm ist der kürzeste Abstand
zwischen Drehpunkt und Kraftlinie

Gleichgewichtsbedingungen

bei mehreren Momenten

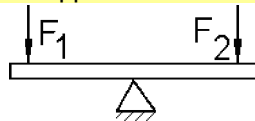
z.B. Schubkarre



einseitiger Hebel

$\Sigma M = 0$ (Summe aller Momente)
 $\Sigma F = 0$ (Summe aller Kräfte)

z.B. Wippe



zweiseitiger Hebel

oder $\Sigma M_{li} = \Sigma M_{re}$
Summe der links drehenden Momente = Summe der rechts drehenden Momente

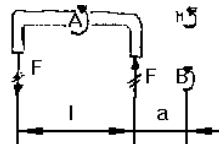
Kräftepaare

bestehen aus zwei gleich großen, parallelen, entgegengesetzt wirkenden Kräften. Sie drehen einen freibeweglichen Körper ohne ihn zu verschieben.

z.B. Fahrradlenker

A: $M = F \cdot \frac{l}{2} + F \cdot \frac{l}{2} = F \cdot l$

B: $M = F \cdot (l + a) - F \cdot a = F \cdot l$



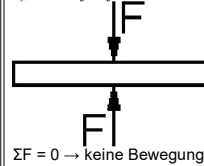
Vertiefung

FTM, MVK: ca. 90' Zeitbedarf (ca. 45' ohne Übungen)

TG: entfällt

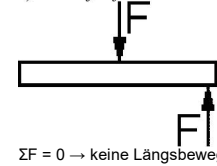
1) Ein: Bleistift o.ä. auf dem OH-Projektor anschieben

2) Kräfte fluchten



$\Sigma F = 0 \rightarrow$ keine Bewegung

3) Kräfte fluchten nicht

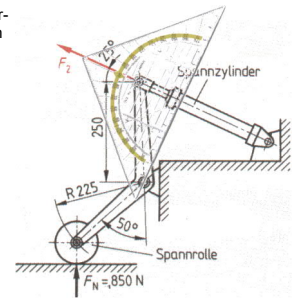


$\Sigma F = 0 \rightarrow$ keine Längsbewegung
aber Drehbewegung

4) Wie erfasst man „Drehkräfte“ ?

Merke: Einheit Nm = J gilt auch für die Arbeit und darf dennoch nicht verwechselt werden
 $W = F \times s$ $F \parallel s$ parallel
 $M = F \times l$ $F \perp l$ rechtwinklig

Der Hebelarm kann mit dem Geodreieck ermittelt werden: Kraft auf die 90°-Linie, Hypotenuse durch den Drehpunkt, Hebelarm an der Skale ablesen:
Quelle des Bilduntergrundes: [EuroRBM]



1) Wie Verhältnisse, wenn mehrere Momente auftreten

Erinnere: Gleichgewichtsbedingung bei Kräften

\rightarrow Gleichgewichtsbedingung bei Drehmomenten

Zwar mit $\Sigma F = 0$ beginnen, dies zunächst eine Zeile frei lassen und dann $\Sigma M = 0$ darüber schreiben, weil man bei der Berechnung damit anfangen sollte.

gebogene Pfeile ergänzen

Ültg: Schüler sollen einen Gegenstand mit einer Kraft drehen.

Geht nicht, immer ist Reibung, Gravitation, Trägheit oä. im Spiel.

1. Einzelkräfte gibt es nicht und 2. sie würden sie keine Drehung bewirken. Ohne Reibung, Lager, Trägheit o.ä. gäbe es nur eine Verschiebung.

Wird durch je zwei kurze Striche gekennzeichnet (wie parallele Linien)

Für das Moment am Lenker spielt es keine Rolle, ob man es im Punkt a oder im Punkt B berechnet: Die Differenz der Hebelarme ist an jedem Punkt gleich, deshalb ist das Drehmoment an jedem Punkt gleich. Da die Kräfte sich ansonsten aufheben, kann dieses Kräftepaar durch jedes andere mit gleichem Drehmoment ersetzt werden.

Am Faden aufgehängtes Lineal einführen

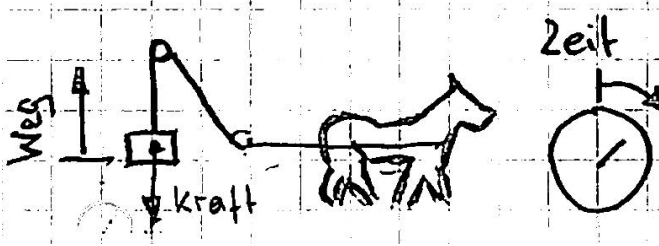
FTM: [Böge Aufg.] Aufgabe 1..8

MVK: [EuroRBM]



PS und kW

Leistungsmessung nach James Watt



1) Was ist PS? Wie wird es gemessen? Warum wurde es eingeführt?
Praxistaugliche (atmosphärische) Dampfmaschinen (nach Newcomen) wurden ab 1712 eingesetzt, um Bergwerke zu entwässern. Wegen ihres niedrigen Wirkungsgrads von ca. 1% waren weiterhin und überwiegend andere Antriebe in Gebrauch, z.B. Pferde u.a.
Um 1765 hat James Watt begonnen, Newcomens Dampfmaschine entscheidend zu verbessern. Um seine Maschinen zu vermarkten, benötigte er eine Vergleichsgröße für ihre Leistungsfähigkeit. Dazu verwendete er einen Maßstab, den seine Kunden kannten: Pferde.

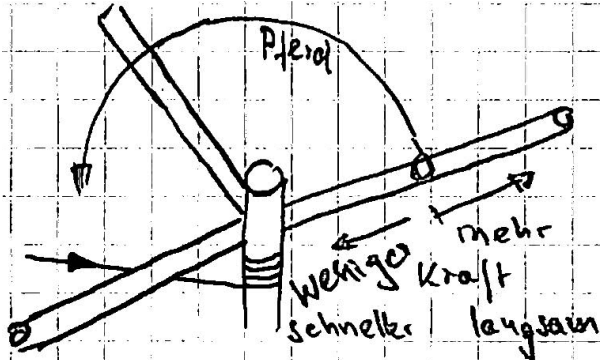
Versuchsanordnung für eine Pferdestärke
2) Welche Größen muss man messen, um einen Vergleich zu haben
Gewicht, Weg (= Höhenänderung des Gewichtes), Zeit

1 PS = 75 kg in 1 s um 1 m anheben →
 $1 \text{ PS} = \frac{m \cdot g \cdot h}{s} = \frac{75 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 736 \text{ W}$

3) Wie ermittelt man daraus die Leistung? Wird die Leistung größer bei mehr Kraft, mehr Weg, mehr Zeit?

$\text{Leistung} = \frac{\text{Kraft} \cdot \text{Weg}}{\text{Zeit}}$

Göpelantrieb



1) Was kann man tun, wenn die Last für ein Pferd zu schwer ist und mehr Pferde oder ein Getriebe zu teuer sein? → Göpel

Zeichnung FO Agricola S.138, Zeichnung FO Agricola S.168
Ein Göpel ist eine Maschine zur Nutzung von Muskelkraft. Vgl. südbadisch: Göppel (=altes Fahrrad) wird ebenfalls mit Muskelkraft betrieben.

2) Wie kann man die Zugkraft verändern? Auf welche Kosten?

Größerer Hebelarm erhöht die Kraft am Seil, senkt aber die Geschwindigkeit u.u.

3) Welche Größen bringt das Pferd auf?

Kraft F, Geschwindigkeit v, Leistung P in Längsbewegung.

$\text{Leistung} = \text{Kraft} \cdot \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}} = \text{Kraft} \cdot \text{Geschwindigkeit}$

4) Ein Verbrennungsmotor macht keine Längsbewegung, sondern die Kurbelwelle dreht sich wie die Göpelwelle im Kreis. Welche Größen wirken an der Göpelwelle

(Dreh-)Moment M, Drehzahl n, Leistung P in Drehbewegung.

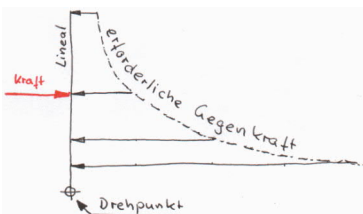
$\text{Leistung} = 2 \pi \cdot \text{Moment} \cdot \text{Drehzahl}$

Drehmoment und Leistung bei Verbrennungsmotoren

Man gibt an,

bei Geradeausbewegung

z.B. Zugmaschine, Seilwinde, Bremskolben



Kraft ist am Rad nicht einheitlich, deshalb:

bei Drehbewegung

z.B. Motor, Antriebswelle

Getriebe

In einem Getriebe können Drehmoment und Drehzahl gegeneinander eingetauscht werden, zB.

bergauf braucht man Drehmoment, muss zurück schalten und verliert Drehzahl

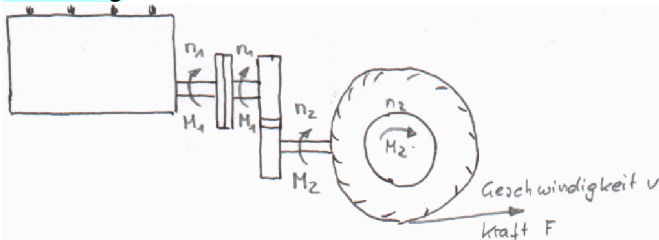
bergab braucht man weniger Drehmoment, kann hoch schalten und gewinnt Drehzahl

Schalten muss man wegen des Drehmomentes

Doppeltes Drehmoment ⇒ halbe Drehzahl u.u.

Antriebsstrang

Vertiefung



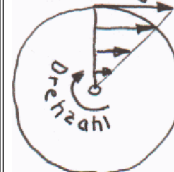
Überleitung zum Motor

wie stark etwas ist,

Kraft F

Einheit: N (Newton)

Geschwindigkeit



Geschwindigkeit ist am Rad nicht einheitlich, deshalb.

Drehmoment M

Einheit: Nm (Newtonmeter)

1) Dieselmotoren haben hohes Drehmoment und niedrige Drehzahl, Otto umgekehrt, trotzdem sind Beschleunigung und Höchstgeschwindigkeit fast gleich? Wie ist das möglich?

2) Radfahrer können mit Kraft oder schnellen Pedalumdrehungen fahren und sind (fast) gleich schnell.

Verbrennungsmotoren können bei niedriger Drehzahl kein Drehmoment abgeben, deshalb brauchen Fahrzeuge eine Anfahrhilfe (Kupplung). Außerdem haben sie einen relativ kleinen nutzbaren Drehzahlbereich, deshalb brauchen sie ein Getriebe, wenn ein größerer Geschwindigkeitsbereich genutzt werden soll (Gegenbeispiel Mofa: kein Getriebe). Motoren, die bei niedriger Drehzahl ein hohes Drehmoment abgeben, benötigen keine Kupplung, z.B. E-Motoren, Dampfmaschinen

3) Eintragen: Moment M, Drehzahl n, Geschwindigkeit v, Antriebskraft F

Drehmoment und Leistungsverläufe von Motoren → VW Studienprogramme

Vertiefung FTM

Böge Aufgabe 526ff



Drehmoment – Leistung – Drehzahl

- 1) 1) Drei durchtrainierte Sportler machen mit beim Wettbewerb: „Wer zieht des schwersten Lkw“. Es sind:
- ein Weitspringer, der die größte Höchstgeschwindigkeit erreicht
 - ein Radfahrer / Fußballer / Zehnkämpfer, der die größte Dauerleistung schafft
 - ein Gewichtheber, der am meisten Kraft hat
- Wer wird den Wettbewerb voraussichtlich gewinnen und warum ?
Der Kraftsportler, weil zum Anfahren Kraft benötigt wird.
- 2) Ein Rad-/Pkw-Fahrer fährt mit Höchstleistung auf einen steilen und langen Berg zu. Wie muss er sich verhalten, um fahrend über den Berg zu kommen ?
Zurückschalten, damit am Antriebsrad mehr Kraft verfügbar wird. Allerdings geht dies auf Kosten der Geschwindigkeit.

Kraft

Zum Fahren (Anfahren, Steigungen, Beschleunigen, Fahrwiderstand) benötigt man vor allem Antriebskraft.

Drehmoment und Drehzahl

Bild Versuch mit dem Lineal

Bei drehenden Teilen sind Kraft und Geschwindigkeit nicht einheitlich. Deshalb gibt man bei Motoren an:

Drehmoment M statt Kraft F

Drehzahl n statt Geschwindigkeit v .

Bild Motor – Kupplung – Getriebe – Antriebsstang – Differential – Rad

Eintragen: Moment, Drehzahl, Geschwindigkeit v , Antriebskraft F

Getriebe

Im Getriebe können Drehmoment und Drehzahl gegeneinander eingetauscht werden, zB.
bergauf braucht man Drehmoment, muss zurück schalten und verliert Drehzahl
bergab braucht man weniger Drehmoment, kann hoch schalten und gewinnt Drehzahl
Schalten muss man wegen des Drehmomentes

Leistung

Hohe Leistung heißt, dass das ein großes Drehmoment auch bei hohen Drehzahlen möglich ist. Damit kann man den Fahrwiderstand auch bei hohen Geschwindigkeiten überwinden.
Mit niedriger Leistung kann man dennoch jede Arbeit verrichten, allerdings nur langsam.

Berechnungen

Raddrehzahl

möglicher Lösungsweg:
Kfz-Schein: Reifen (20, 21) und Höchstgeschwindigkeit
TabB: dynamischer Halbmesser
Umfang des Reifens berechnen
Anzahl der Umdrehungen per Dreisatz.

Leistungsverlauf

Vertiefung

Datenblätter von Pkws mit Otto- und Dieselmotoren mit vergleichbarer Leistung, zb. aus mot

- 3) Im Vergleich von Pkws mit Diesel- und Otto-Motoren vergleichbarer Leistung stellt man fest, dass die mit Dieselmotor meist schneller von 0 auf 100 km/h beschleunigen. Warum?
Dieselmotoren haben ein höheres Drehmoment (=Antriebskraft), das man zum Beschleunigen braucht. (Einschränkung s.u.)
- 4) Bei manchen Fahrzeugen ist der 5. Gang so lang übersetzt, dass sie ihre Höchstgeschwindigkeit im 4. Gang erreichen. Wie kann es dazu kommen, und warum wird der letzte Gang so stark übersetzt ?
Mit höherem Gang wird die Rad-Drehzahl erhöht, aber das Drehmoment am Antriebsrad (=Antriebskraft) gesenkt. Wenn der höchste Gang zu lang übersetzt ist, reicht die Kraft nicht mehr aus, um den Fahrwiderstand bei Höchstgeschwindigkeit zu überwinden. Ähnlich geht es bei einem Pkw-/Radfahrer, wenn er am Berg einen zu hohen Gang wählt: dann kann er langsamer werden als im niedrigen Gang.

FO Truck Pulling

- II 1) Wenn die Antriebskraft so wichtig ist, wo steht sie im Kfz-Schein ?
Gar nicht: Kfz-Schein enthält rechtlich bzw. steuerlich wichtige Angaben.
- 2) Autozeitschriften sind kundenfreundlicher. Wo steht dort die A-Kraft ?
Für Motoren wird nur Drehmoment angegeben
- 3) Warum gibt man bei Motoren Drehmoment statt Kraft an ?
Versuch: Drehmoment mit den Tafellineal (oder einer Türe)
Ein Tafellineal wird in der Öse drehbar eingehängt. Der Lehrer drückt bei 50cm, ein Schüler soll dagegen halten. Erkenntnis: Die Gegenkraft, die der Schüler aufbringen muss, hängt davon ab, wo er dagegen hält. Je näher am Drehpunkt er eingreift, desto mehr Kraft muss er aufbringen.
Außen braucht man wenig Kraft, erreicht aber eine große Geschwindigkeit. Anwendung: Schnellzugdampflok mit großen Rädern ersparen Getriebe.
Innen braucht man viel Kraft, bzw. kann der Widerstand leicht überunden werden. Anwendung: Lager mit kleinem Radius haben weniger Widerstandsmoment; Kuhfuß; Brechstange; Kapselheber; Schalthebel; Bremspedal;
- 4) Auch die Geschwindigkeit hängt vom Radius ab:
Versuch: Schülerreihe um einen Drehpunkt schwenken
Eine Gruppe Schüler stellt sich nebeneinander und schwenkt um den äußeren linken Schüler. Alle Zweifler stehen rechts in der Reihe, sie müssen sehr schnell laufen, um nebeneinander zu bleiben.

- III 1) Diesel haben hohes Drehmoment und niedrige Drehzahl, Otto umgekehrt, trotzdem sind Beschleunigung und Höchstgeschwindigkeit fast gleich ? Wie ist das möglich ?
- 2) Jan Ullrich fährt mit viel Kraft und langsamem Tritt, Lance Armstrong schnell mit weniger Kraft, auch sie sind (fast) gleich schnell.

IV 1) Wo bleibt die Leistung ? Was sagt sie aus ?

- 1) Ein alter Traktor / Bulldog mit 13 PS kann einen schweren Anhänger einen steilen Berg hoch ziehen. Ein modernes Auto mit 100 PS tut sich damit schwer. Warum ?
Der Traktor macht es sehr langsam. Das Auto kann es nicht, weil es mit seinem Getriebe gar nicht so langsam kann, dass genügend Drehmoment da ist.

Interview mit Mario Illien, DER SPIEGEL 07/2003

Mögliche Fortsetzung:

- Drehmomentverlauf, Leistungsberechnung, Leistungsverlauf
- Drehzahlberechnungen
- Übersetzungen

- 1) Wie groß ist die Raddrehzahl bei Höchstgeschwindigkeit ?
- 2) Vorgehensweise
Lösung in Kleingruppen erarbeiten lassen
Eine Gruppe trägt vor, Diskussion
Lehrer stellt den Lösungsweg übersichtlich dar
Anschließend Zettelarbeit mit neuer Aufgabe
- 3) Ziel
Lösung selbstständig finden bzw. austauschen.

- 1) Drehmoment, Leistungsschaubild vorgeben. Drehmomentverlauf kann der Konstrukteur festlegen. Wie kommt man auf die Leistungskurve ?
- 2) Vorgehensweise

Lehrer $P = F \cdot v$; v aus Dreisatz, M aus dem Linealbild, einsetzen; $P = 2\pi \cdot n \cdot M$

AB Drehmoment_Leistung_Verlauf

mot 09/2009

Moment_Leistung_Drehzahl_TA.odt



Leistung P = F · v = 2π · M · n

Leistung ist eine Rechengröße aus Drehmoment und Drehzahl

Einheit: kW (Kilowatt = 1,36 PS)

Leistung gibt an, ob hohe Drehzahl und hohes Drehmoment gleichzeitig möglich sind.

Mit großer Leistung kann man den Fahrwiderstand auch bei hohen Geschwindigkeiten überwinden.

Mit niedriger Leistung kann man auch jede Arbeit verrichten, allerdings nur langsam.

Lehrer P = F · v; v aus Umfang und Frequenz (wie lange dauert eine Umdrehung bei 1 U/min, bei 2 U/min, bei 10U/min ..), M aus dem Linealbild, einsetzen; P = 2π · n M r/r r kürzt sich heraus, der Radius des Rades spielt für die Leistung keine Rolle.

$v = \frac{s}{t} = 2\pi \cdot r \cdot n$: Geschwindigkeit

$s = 2\pi \cdot r$: Umfang

$t = \frac{1}{n}$: Zeit pro Umdrehung

$F = \frac{M}{r}$: Kraft aus Drehmoment

Allgemeine Formel:

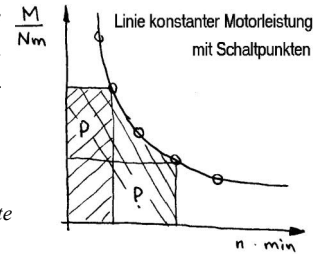
$P = v \cdot F = 2\pi \cdot M \cdot n$

schwarze Formel im TabB: Einheit selbst umrechnen

Drehmoment M für die Kraft, Drehzahl n für die Geschwindigkeit, 2π wegen der Kreisbewegung.

Vertiefung

- 1) Wo bleibt die Leistung? Was sagt sie aus?
- 2) Ein alter Traktor / Bulldog mit 10kW (13 PS) kann einen schweren Anhänger einen steilen Berg hoch ziehen. Was kann ein moderner Traktor mit 200 PS besser? Der alte Traktor macht es sehr langsam, der Neue mit mehr Leistung schneller.
- 3) Ein modernes Auto mit 100 kW könnte die Arbeit des alten Traktors nicht leisten. Warum? Das Auto kann es nicht, weil es mit seinem Getriebe gar nicht so langsam fahren kann damit genügend Drehmoment verfügbar wird.



Interview mit Mario Illien, DER SPIEGEL 07/2003

Hinweis: Umrechnungsfaktor kW – PS aus Auto-Datenblättern entnehmen lassen.

Zahlenwertgleichung

$P = \frac{2\pi \cdot M \cdot n}{60 \cdot 1000} \approx \frac{M \cdot n}{9550}$

Drehmoment M in Nm

Drehzahl n in min⁻¹

(Faktor 60 !)

Leistung in kW

(Faktor 1000 !)

mit $\frac{60 \cdot 1000}{2\pi} \approx 9550$

Zahlenwertgleichung

$P = \frac{M \cdot n}{9550}$

blaue Formel im TabB: Umrechnung erfolgt automatisch, wenn man in der richtigen Einheit einsetzt



Dichte

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1 \text{ kg}}{1 \text{ dm}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 1 \frac{1000 \text{ g}}{1000 \text{ cm}^3} = 1 \frac{0,001 \text{ t}}{0,001 \text{ m}^3}$$

1001 Stahlkugeln → m (V, ρ)

Geg: a) n = 1000 Stahlkugeln
b) n = 1 Styroporkugel
d = 1mm Ø d = 1m Ø

Ges: Masse m in kg
Weg: Durchmesser Ø, Stückzahl n ⇒ Volumen
Volumen V, Dichte ρ ⇒ Masse m

Lsg: a)
$$V_{\text{Kugel}} = \frac{\pi \cdot d^3}{6} = \frac{\pi \cdot (1 \text{ cm})^3}{6} = 0,5236 \text{ cm}^3$$

V1 = m

$$V = 1000 \cdot 0,524 \text{ mm}^3$$

$$\rho_{\text{Stahl}} = 7,85 \text{ kg/dm}^3$$

$$m = 4,1 \text{ g}$$

b) $V = 0,524 \text{ m}^3 = 524 \text{ dm}^3$

$$\rho_{\text{Styropor}} \approx 0,2 \text{ kg/dm}^3$$

$$V \cdot \rho = m$$

$$m = 104,7 \text{ kg}$$

Kupferkabel → Aluminium

Geg: Kupferkabel Ø1,5mm x 1m
Aluminiumkabel Ø1,75mm x 1m

a) Gewicht Kupferkabel ?

$$V_{\text{Cu}} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot l = \frac{\pi \cdot (1,5 \text{ mm})^2}{4} \cdot 1 \text{ m} = 1767,1 \text{ mm}^3$$

$$m_{\text{Cu}} = V_{\text{Cu}} \cdot \rho_{\text{Cu}} = 1767,1 \text{ mm}^3 \cdot 8,96 \frac{\text{mg}}{\text{cm}^3} = 15,8 \text{ g}$$

b) Gewicht Aluminiumkabel ?

$$V_{\text{Al}} = \dots = \frac{\pi \cdot (1,75 \text{ mm})^2}{4} \cdot 1 \text{ m} = 2405,3 \text{ mm}^3$$

$$m_{\text{Al}} = V_{\text{Al}} \cdot \rho_{\text{Al}} = 2405,3 \text{ mm}^3 \cdot 2,7 \frac{\text{mg}}{\text{cm}^3} = 6,5 \text{ g}$$

c) Gewichtersparnis in Prozent ?

$$m_{\text{Spar}} = m_{\text{Cu}} - m_{\text{Al}} = 15,8 \text{ g} - 6,5 \text{ g} = 9,3 \text{ g}$$

$$\%_{\text{Spar}} = \frac{m_{\text{Spar}}}{m_{\text{Cu}}} = \frac{9,3 \text{ g}}{15,8 \text{ g}} = 58,98 \%$$

Goldraub → m (V, ρ)

a) Geg: 5'000'000 € in Gold Ges: Masse m
Preis ca 10000€ / kg

Weg: Wert, Preis → Masse m
Masse m, Dichte ρ → Volumen V
Dreisatz, Formel

Lsg: ca. 500kg

b) Geg: 500kg Gold Ges: Volumen V

Lsg: $\rho_{\text{Gold}} = 19,3 \text{ kg/dm}^3$ aus TabB

aus Dreisatz entwickeln, siehe rechts

$$V = 25,9 \text{ l} (\approx 2 \text{ Paletten Tütenmilch} \approx 25 \text{ DM})$$

Goldraub 2 → m (V, ρ)

Geg: a) Aktenkoffer voll 500€-Scheinen

b) Aktenkoffer voll Gold

Ges: Welchen Koffer bevorzugen Sie ?

Lsg Goldkoffer bringt ca. 10 Mio, wiegt 365 kg
Geldkoffer bringt knapp 20 Mio €.

Gold 3

Geg: Weltweiter Goldbestand beträgt ca. 170'000 t

Ges: Welche Kantenlänge hätte die Menge als
Würfel.

Einarbeiten: Eine Senftüte in einer mit Wasser gefüllten Plastikflasche steigt und sinkt mit dem Druck auf die Flasche.

[Schneider21] Bautabellen S.3.15 verwendet den Begriff 'Wichte' [kN/m³] statt 'Dichte' [t/m³].

Variante 1

Ein:

1) Gegeben: 1001 Stahlkugeln, welche räumt ihr lieber auf? Jeden Schüler schätzen lassen und an der Tafel notieren, anschließend berechnen.

2) Lösungsweg festlegen

2) Volumen (a) berechnen lassen

2) Dichte von Stahl (a) aus dem Tabellenbuch

2) Ermittlung der Masse durch den Dreisatz anschreiben

Dichte = 7,85kg/m³ bedeutet:

$$7,85 \text{ kg} \stackrel{!}{=} 1 \text{ dm}^3$$

$$525 \times 7,85 \text{ kg} \stackrel{!}{=} 525 \text{ dm}^3$$

2) Dichte von Styropor (b) aus der Eindringtiefe in Wasser abschätzen

2) Welchen gegebenen und gesuchten Größen entspricht diese Rechnung (linke Seite)?

Wie kann man sie zur Gleichung ergänzen?

Ggfs: Lehrer ergänzt die Einheiten :

$$m = V \cdot \rho = 525 \text{ dm}^3 \cdot 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 4121 \text{ kg}$$

Spezifische Leitwerte einbeziehen

4) Eine Goldräuber möchte mit dem letzten Coup ausgesorgt haben und beschließt, für 2Mio DM Gold zu rauben. Passt es in seinen Koffer-raum?

5) Lösungsweg festlegen

6) Masse per Dreisatz errechnen lassen

7) Ermittlung des Volumens durch den Dreisatz anschreiben

Dichte = 19,3kg/m³ bedeutet:

$$19,3 \text{ kg} \stackrel{!}{=} 1 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ kg} \stackrel{!}{=} 1 \text{ dm}^3 / 19,3$$

$$500 \text{ kg} \stackrel{!}{=} 500 \times 1 \text{ dm}^3 / 19,3$$

8) Welchen gegebenen und gesuchten Größen entspricht diese Rechnung (linke Seite)? Wie kann man sie zur Gleichung ergänzen?

9) Volumen des Aktenkoffers an Hand einer Schülertasche schätzen.

$$V \approx 12 \times 45 \times 35 \text{ cm}^3 \approx 19 \text{ l}$$

10) Volumen der gepackten Tausender an Hand eines Buches schätzen

$$\text{TabB hat ca. } 350 \text{ Seiten} \hat{=} 3 \text{ Scheine} = 1 \text{ Mio DM} \approx 0,5 \text{ l}$$

Die Erdkruste enthält durchschnittlich ca 4g Au / 1000 t, örtlich bis mehrere g Au / t.
Gold als Lebensmittelzusatz hat die Nr. E175.



Formel 1

Ein F1-Fahrzeug muss laut Reglement mindestens .. kg wiegen. Ein Rennstall schafft es, 50 kg darunter zu bleiben. Um das Reglement zu erfüllen, wird am Fahrzeug ein Bleigewicht angebracht.

- a) Wie viel Platz benötigt das Bleigewicht in Liter?
- b) Wo wird das Gewicht angebracht?

Motorblock

Ein Motorblock wird aus 25 dm^3 Gusseisen gegossen. Wie viel Gewicht wird gespart, wenn man ihn aus 30 dm^3 Al gießt?

Frostschutzspindel → ρ (V , m)

Geg: $m = ..$ Ges: Dichte ρ
Eintauchtiefe = Frostschutzgehalt
 $d =$

Weg: Eintauchtiefe, Durchmesser \Rightarrow Volumen V
Volumen, Masse \rightarrow Dichte ρ
Dichte ρ , Tabelle, Diagramm \rightarrow Frostschutzgehalt

Lsg:

Würfel mit 1l Wasser → ρ (V , m)

Geg: Würfel mit $a = 0,1\text{m}$ Ges: Masse m
gefüllt mit Wasser

Lsg: $V=a^3=(0,1\text{m})^3=(1\text{dm})^3=1\text{dm}^3=1\text{l}$

- b) Das Gewicht wird möglichst tief angebracht, damit der Schwerpunkt tief liegt. Quer zum Fahrzeug wird es mittig angebracht. Längs zum Fahrzeug etwa mittig, damit das Fahrzeug nicht so zu stark über- bzw. untersteuert.
Übersteuern: Das Fahrzeug geht stärker in die Kurve als eingelenkt, bzw. das Heck kommt herum.
Untersteuern: Das Fz geht weniger in die Kurve als eingelenkt, bzw. will geradeaus fahren.

- 1) Das Mischungsverhältnis zweier Flüssigkeiten kann durch die Dichte ermittelt werden, z.B. Batteriesäureheber, Frostschutzspindel, Öchslegradmesser.

Werte für Frostschutzspindel und Batteriesäureheber ermitteln

- 2) Ggfs Frostschutzspindel ohne Skale verwenden und alle Maße durch die Schüler ermitteln lassen.

Sektgläser

Geg: 1 volles Sektglas (kegelförmig)
5 halbhoch volle Sektgläser

Lsg:



Kfz-Technik

Wo tanken ?

Welche Größen spielen eine Rolle?

Umweg = 2 x Entfernung	→ App
Preis pro Liter	→ App
Zu tanken	40 l
Spritverbrauch	10l/100km

Beispielrechnung

Tankstelle 1 (weiter und billiger):

Daten:	1,380 €/l; 18,0 km Entfernung
Umwegverbrauch:	$2 \cdot 18,0 \text{ km} \cdot \frac{10 \text{ l}}{100 \text{ km}} = 3,60 \text{ l}$
insgesamt zu tanken:	$40 \text{ l} + 3,60 \text{ l} = 43,60 \text{ l}$
kostet:	$43,60 \text{ l} \cdot 1,380 \frac{\text{€}}{\text{l}} = 60,17 \text{ €}$

Einfluss des Tankmenge

Berechnung mit Tankmenge 60l

Tankstelle 1:

insgesamt zu tanken:	$60 \text{ l} + 3,60 \text{ l} = 63,60 \text{ l}$
kostet:	$63,60 \text{ l} \cdot 1,380 \frac{\text{€}}{\text{l}} = 87,77 \text{ €}$

Einfluss des Verbrauches

Berechnung mit Verbrauch 6l/100km

Tankstelle 1:

Umwegverbrauch:	$2 \cdot 18,0 \text{ km} \cdot \frac{6 \text{ l}}{100 \text{ km}} = 2,16 \text{ l}$
insgesamt zu tanken:	$40 \text{ l} + 2,16 \text{ l} = 42,16 \text{ l}$
kostet:	$42,16 \text{ l} \cdot 1,380 \frac{\text{€}}{\text{l}} = 58,18 \text{ €}$

Ergebnisse

Je mehr man tanken muss und je weniger das eigene Auto verbraucht, desto längere Tankfahrten rechnen sich
4km Entfernung rechnet sich für 1 Ct/l nicht!
 Außer, man will die Tankstelle erziehen

Vertiefung

Benzinpreis-App, die Spritpreise und Entfernung zu umliegenden Tankstellen anzeigt

1) Ein: Wo tankt man am günstigsten?

Screenshot BenzinpreisApp

2) Zunächst Schüler eigene Lösung finden lassen

3) Annahme: Zur Vereinfachung nehmen wir an, dass wir die Tankmenge bezahlen müssen plus den Sprit, den man für den Umweg braucht.

Tankstelle 2 (näher und teurer):

Daten:	1,429 €/l; 3,0 km Entfernung
Umwegverbrauch:	$2 \cdot 3,0 \text{ km} \cdot \frac{10 \text{ l}}{100 \text{ km}} = 0,60 \text{ l}$
insgesamt zu tanken:	$40 \text{ l} + 0,60 \text{ l} = 40,60 \text{ l}$
kostet:	$40,60 \text{ l} \cdot 1,429 \frac{\text{€}}{\text{l}} = 58,07 \text{ €}$

→ Tankstelle 2 verursacht kurzfristig weniger Kosten

4) Wie sieht es aus, wenn man mehr oder weniger tanken möchte?

Wenn man weniger tankt, verringert es die Ersparnis und weite Fahrten lohnen sich noch weniger. Also muss man nur für größere Tankmenge rechnen.

Tankstelle 2:

insgesamt zu tanken:	$60 \text{ l} + 0,60 \text{ l} = 60,60 \text{ l}$
kostet:	$60,60 \text{ l} \cdot 1,429 \frac{\text{€}}{\text{l}} = 86,60 \text{ €}$

→ Vorsprung der näheren Tankstelle verringert sich

5) Wie sieht es aus, wenn man mehr oder weniger verbraucht?

Mit höherem Verbrauch, muss man bei weiteren Fahrten noch mehr bezahlen. Hier lohnt es also nur, für geringeren Verbrauch zu rechnen.

Tankstelle 2:

Umwegverbrauch:	$2 \cdot 3,0 \text{ km} \cdot \frac{6 \text{ l}}{100 \text{ km}} = 0,36 \text{ l}$
insgesamt zu tanken:	$40 \text{ l} + 0,36 \text{ l} = 40,36 \text{ l}$
kostet:	$40,36 \text{ l} \cdot 1,429 \frac{\text{€}}{\text{l}} = 57,67 \text{ €}$

→ Vorsprung der näheren Tankstelle verringert sich

6) Rechne für eine andere Kraftstoffsorte, z.B. Diesel, Erdgas.

Mathe_TA_wo-tanken.odt



Kostenvergleich Otto-Dieselfahrzeuge

Annahmen

Quelle: Preislisten in Auto Motor Sport

Fahrstrecke pro Jahr: 30000 km/Jahr
Wie lange fährt man: 2 Jahre
Preis Super: 1,45 €/l
Preis Diesel: 1,35 €/l

Kosten	Vectra GTS 1.8 (Otto)	Vectra GTS 2.2 TDI (Diesel)
Grundpreis	22995,00 €	24695,00 €
Gesamtkosten	$\frac{3480 \text{ €}}{\text{Jahr}} \cdot 2 \text{ Jahre} = 6960,00 \text{ €}$	$\frac{3573 \text{ €}}{\text{Jahr}} \cdot 2 \text{ Jahre} = 7146,00 \text{ €}$
Verbrauch	$\frac{30000 \text{ km}}{\text{Jahr}} \cdot \frac{7,9 \text{ l}}{100 \text{ km}} = 2370 \frac{\text{l}}{\text{Jahr}}$ $2370 \frac{\text{l}}{\text{Jahr}} \cdot 2 \text{ Jahre} = 4740 \text{ l}$ $4740 \text{ l} \cdot 1,45 \frac{\text{€}}{\text{l}} = 6873,00 \text{ €}$	$\frac{30000 \text{ km}}{\text{Jahr}} \cdot \frac{6,5 \text{ l}}{100 \text{ km}} = 1950 \frac{\text{l}}{\text{Jahr}}$ $1950 \frac{\text{l}}{\text{Jahr}} \cdot 2 \text{ Jahre} = 3900 \text{ l}$ $3900 \text{ l} \cdot 1,35 \frac{\text{€}}{\text{l}} = 5265,00 \text{ €}$
Summe	36828,00 €	37106,00 €

Vertiefung

Ergänzen: Wiederverkaufspreis; HP suchen

Variationen: Fahrzeuge, Jahreskilometer, geplante Dauer

Mathe_TA_Kostenvergleich-Otto-Diesel.odt

Kühlfüssigkeit mischen

Beispiel

Ein VW Lupo 3L TDi soll bis -25°C winterfest gemacht werden.

- Wie viel Kühlfüssigkeit benötigt das Auto ?
5l (HJTaBKfz23 S.246ff „Fahrzeugdaten“)
- In welchem Verhältnis muss es gemischt werden ?
60 Wasser : 40 FS (HJTaBKfz23 S.37, 312 „Frostschutz“)
- Wie viel Frostschutzmittel und wie viel Wasser wird benötigt, wenn die Kühlfüssigkeit neu aufgefüllt wird ?

$$V_F = \frac{V_K \cdot p_F}{p_w + p_F} = 5 \text{ l} \cdot \frac{40\%}{60\% + 40\%} = 2 \text{ l}$$

(Formel: HJTaBKfz23 S.37, 312 „Frostschutz“)

- Die alte Kühlfüssigkeit hat einen Frostschutz bis -10°C und wird abgelassen. Wie viel Frostschutzmittel muss zugemischt werden, damit wieder ein Frostschutz von -25°C besteht ?
- Es soll so wenig wie möglich Kühlfüssigkeit abgelassen werden. Wie viel KF muss man ablassen, damit man durch Nachfüllen mit FSM einen Frostschutz von -25°C bekommt ?

1)
2)

Mathe_TA_KF-mischen.odt
Seitenumbruch



Drehzahl

Raddrehzahl

- 1) Ein (Fz nach akt. TabB) fährt mit 100 km/h.
 - a) Wie viele Umdrehungen machen seine Räder von Lörrach bis Lahr (Luzern ..., 100km)?
 $1855\text{ mm} \hat{=} 1\text{ Umdrehung}$
 $100\text{ km} \hat{=} 1\text{ U} \cdot \frac{100'000\text{ m}}{1,855\text{ m}} = 53908\text{ U}$
 Ein Rad des .. macht 53908 U auf 100 km
 - b) Welche Drehzahl haben die Räder?
 $1\text{ h} \hat{=} 100\text{ km} \hat{=} 53908\text{ Umdrehungen}$
 $1\text{ min} \hat{=} 53908\text{ U} \cdot \frac{1\text{ min}}{60\text{ min}} \approx 900 \frac{\text{U}}{\text{min}}$
 Bei 100 km/h macht das Rad des .. ca. 900 min⁻¹
 - c) Wieviele Umdrehungen macht das Rad von Lörrach bis Karlsruhe (Lausanne, Bregenz, 200 km)?
 $100\text{ km} \hat{=} 53908\text{ U}$
 $200\text{ km} \hat{=} 53908\text{ U} \cdot 2 = 107816\text{ U}$
 - d) Welche Drehzahl haben die Räder bis Karlsruhe?
 $2\text{ h} \hat{=} 200\text{ km} \hat{=} 107'816\text{ Umdrehungen}$
 $1\text{ min} \hat{=} 107'816\text{ U} \cdot \frac{1\text{ min}}{120\text{ min}} \approx 900 \frac{\text{U}}{\text{min}}$

Getriebeübersetzung

- e) Wie groß ist die Gesamtübersetzung der Getriebe bei einer Motordrehzahl von 4000 min⁻¹?

$$\text{Übersetzung } i = \frac{\text{Motordrehzahl } n_{\text{Mot}}}{\text{Raddrehzahl } n_{\text{Rad}}} = \frac{4000\text{ min}^{-1}}{890\text{ min}^{-1}} = 4,5$$

Ein Getriebe übersetzt vor allem Drehmoment:
 Übersetzung → verstärkt Drehmoment + senkt Drehzahl
 Untersetzung → verringert Drehmoment + erhöht Drehz.

Spritsparend fahren

Hohes Drehmoment (fast Vollgas) und niedrige Drehzahl verbraucht weniger Sprit als umgekehrt.

Vertiefung

- 2) Variationen
- 3) Anderes Fahrzeug nach TabB ?
- 4) Radumdrehungen für 20 km; 50km; 350 km
- 5) Raddrehzahl bei 50 km/h; 80 km/h, 130 km/h
- 6) Hausaufgabe: Welche Drehzahl hat eine Nockenwelle (RitzelØ 400 mm) bei 120 km/h und einer Motordrehzahl von 6000 U/min ?

Vorgehensweise: Lösung in Kleingruppen erarbeiten lassen

Eine Gruppe trägt vor, Diskussion
 Lehrer stellt den Lösungsweg übersichtlich dar
 Anschließend Zettelarbeit mit neuer Aufgabe

Ziel

Lösung selbstständig finden bzw. austauschen.
 möglicher Lösungsweg: Anzahl der Umdrehungen per Dreisatz oder Formel.

Inhalte

Tabellenbuch, Reifengrößen, dynamische Veränderung der Reifenmaße

Abrollumfang

- 1) Informationsquellen?
 (Beispiel: Golf GT in [HJTabKfz]25.Aufl.)
 [HJTabKfz] „Fahrzeugdaten“: Reifen für das Fahrzeug: (Beispiel: 225/45R17W)
 [HJTabKfz] „Reifen, Tabelle“: statischer Halbmesser (283 mm), Abrollumfang: (1855 mm)
- 2) Unterschied zw. statischer Halbmesser und Abrollumfang?
 Statischer Halbmesser = Radius r → U = 2π r = 2π 300 mm = 1885 mm
- 3) Warum sind statischer und Abrollumfang nicht gleich? Warum hat der Abrollumfang eine Toleranz nach oben (nach unten ist klar bei abgefahrenen Reifen)?
 Beim Fahren beeinflusst den Reifen 1) Achslast → verringert den Reifenumfang durch Umformung; 2) Fliehkraft → erhöht Reifenumfang; 3) Schlupf → verringert scheinbar den Reifenumfang, weil er nicht ganz in Vorschub umgesetzt wird; 4) Luftdruck?
- 4) 100 km/h → Die vorher berechnete Anzahl Umdrehungen findet in einer Stunden statt.

Schreibweisen für Umdrehungen pro Minute:

$$\frac{\text{Umdrehung}}{\text{Minute}} = \frac{\text{U}}{\text{min}} = \frac{1}{\text{min}} = \text{min}^{-1} = \text{rpm} = \text{giri per minuti}$$

- 1) Drehzahl hängt nicht von der Entfernung ab!

Aufgabe eines Getriebes

- 2) Man könnte doch auch so rechnen:
~~$$\text{Übersetzung } i = \frac{\text{Raddrehzahl } n_{\text{Rad}}}{\text{Motordrehzahl } n_{\text{Mot}}} = \frac{890\text{ min}^{-1}}{4000\text{ min}^{-1}} = 0,22$$~~
- 3) Klingt doch logisch: Übersetzung ins Langsame wäre kleiner als 1, also eine „Unter“-setzung. Warum wird tatsächlich anders gerechnet?
- 4) Wird denn nur die Drehzahl übersetzt? Warum schaltet man bergauf zurück? → Drehmoment.
- 5) Alternative Übersetzungsrechnung durchstreichen.

Übersetzung in Pkw

- 1) Übliche Übersetzungen → TabB
 [HJTabKfz]25 S.41 „Übersetzung“: Gesamtübersetzung 4. Gang = 3,4..5,0 setzt sich zusammen aus
 [HJTabKfz]25 S.40 „Übersetzung“: Übersetzung Achsgetriebe = 3,0..5,0 (Pkw)
 [HJTabKfz]25 S.39 „Übersetzung“: Wechselgetriebe 4. Gang = 0,8..1,2 (5-Gang-Getriebe)
- 2) Wie könnte man bei 100 km/h besser fahren?
 Hochschalten → spart Sprit

Mögliche Fortsetzung:

- Drehmomentverlauf, Leistungsberechnung, Leistungsverlauf
- Drehzahlberechnungen
- Übersetzungen



Wo tanken ?

Welche Größen spielen eine Rolle?

Umweg = 2 x Entfernung	→ App
Preis pro Liter	→ App
Zu tanken	40 l
Spritverbrauch	10l/100km

Beispielrechnung

Tankstelle 1 (weiter und billiger):

Daten:	1,380 €/l; 18,0 km Entfernung
Umwegverbrauch:	$2 \cdot 18,0 \text{ km} \cdot \frac{10 \text{ l}}{100 \text{ km}} = 3,60 \text{ l}$
insgesamt zu tanken:	$40 \text{ l} + 3,60 \text{ l} = 43,60 \text{ l}$
kostet:	$43,60 \text{ l} \cdot 1,380 \frac{\text{€}}{\text{l}} = 60,17 \text{ €}$

Einfluss des Tankmenge

Berechnung mit Tankmenge 60l

Tankstelle 1:

insgesamt zu tanken:	$60 \text{ l} + 3,60 \text{ l} = 63,60 \text{ l}$
kostet:	$63,60 \text{ l} \cdot 1,380 \frac{\text{€}}{\text{l}} = 87,77 \text{ €}$

Einfluss des Verbrauches

Berechnung mit Verbrauch 6l/100km

Tankstelle 1:

Umwegverbrauch:	$2 \cdot 18,0 \text{ km} \cdot \frac{6 \text{ l}}{100 \text{ km}} = 2,16 \text{ l}$
insgesamt zu tanken:	$40 \text{ l} + 2,16 \text{ l} = 42,16 \text{ l}$
kostet:	$42,16 \text{ l} \cdot 1,380 \frac{\text{€}}{\text{l}} = 58,18 \text{ €}$

Ergebnisse

Je mehr man tanken muss und je weniger das eigene Auto verbraucht, desto längere Tankfahrten rechnen sich
4km Entfernung rechnet sich für 1Ct/l nicht!
 Außer, man will die Tankstelle erziehen

Vertiefung

Benzinpreis-App, die Spritpreise und Entfernung zu umliegenden Tankstellen anzeigt

1) Ein: Wo tankt man am günstigsten?

Screenshot BenzinpreisApp

2) Zunächst Schüler eigene Lösung finden lassen

3) Annahme: Zur Vereinfachung nehmen wir an, dass wir die Tankmenge bezahlen müssen plus den Sprit, den man für den Umweg braucht.

Tankstelle 2 (näher und teurer):

Daten:	1,429 €/l; 3,0 km Entfernung
Umwegverbrauch:	$2 \cdot 3,0 \text{ km} \cdot \frac{10 \text{ l}}{100 \text{ km}} = 0,60 \text{ l}$
insgesamt zu tanken:	$40 \text{ l} + 0,60 \text{ l} = 40,60 \text{ l}$
kostet:	$40,60 \text{ l} \cdot 1,429 \frac{\text{€}}{\text{l}} = 58,07 \text{ €}$

→ Tankstelle 2 verursacht kurzfristig weniger Kosten

4) Wie sieht es aus, wenn man mehr oder weniger tanken möchte?

Wenn man weniger tankt, verringert es die Ersparnis und weite Fahrten lohnen sich noch weniger. Also muss man nur für größere Tankmenge rechnen.

Tankstelle 2:

insgesamt zu tanken:	$60 \text{ l} + 0,60 \text{ l} = 60,60 \text{ l}$
kostet:	$60,60 \text{ l} \cdot 1,429 \frac{\text{€}}{\text{l}} = 86,60 \text{ €}$

→ Vorsprung der näheren Tankstelle verringert sich

5) Wie sieht es aus, wenn man mehr oder weniger verbraucht?

Mit höherem Verbrauch, muss man bei weiteren Fahrten noch mehr bezahlen. Hier lohnt es also nur, für geringeren Verbrauch zu rechnen.

Tankstelle 2:

Umwegverbrauch:	$2 \cdot 3,0 \text{ km} \cdot \frac{6 \text{ l}}{100 \text{ km}} = 0,36 \text{ l}$
insgesamt zu tanken:	$40 \text{ l} + 0,36 \text{ l} = 40,36 \text{ l}$
kostet:	$40,36 \text{ l} \cdot 1,429 \frac{\text{€}}{\text{l}} = 57,67 \text{ €}$

→ Vorsprung der näheren Tankstelle verringert sich

6) Rechne für eine andere Kraftstoffsorte, z.B. Diesel, Erdgas.

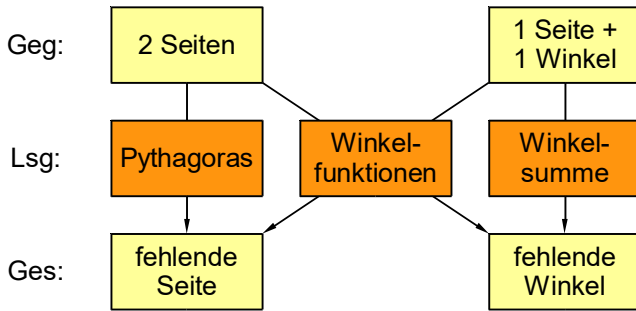
Mathe_TA_wo-tanken.odt



Winkelfunktionen

Rechtwinklige Dreiecke

Zusammenhänge



Pythagoras

In rechtwinkligen Dreiecken kann man aus 2 Seiten die fehlende dritte Seite berechnen

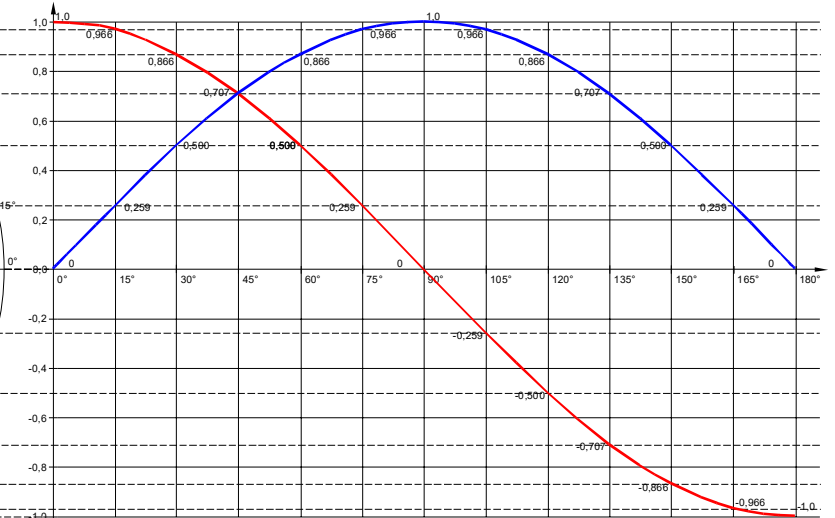
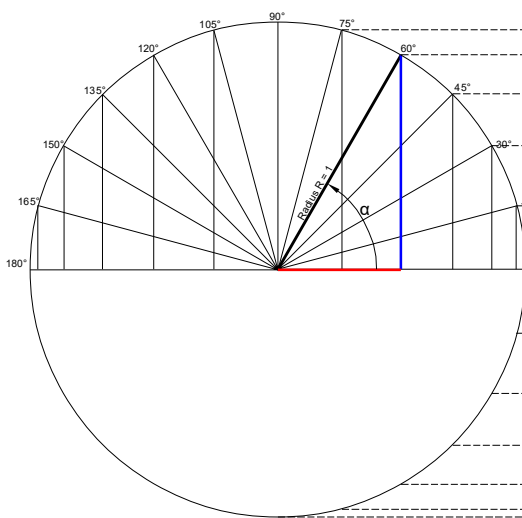
Winkelfunktionen

aus 2 Seiten oder 1 Seite mit 1 Winkel kann man alle fehlenden Seiten und Winkel berechnen.

Vertiefung

Verlauf der Winkelfunktionen

1. Normkreis $r = 1$ (real: $r = 50 \text{ mm}$) zeichnen
2. Winkel in 15° -Schritten eintragen
3. Diagramm Winkelfunktionen daneben
y-Achse: Maßstab 1:1 zum Radius 1
x-Achse: Maßstab 1:1 zum Umfang 2π
4. Übertragen der Gegenkatheten ins Diagramm und verbinden der Punkte \rightarrow Sinus
5. Übertragen der Ankatheten ins Diagramm und verbinden der Punkte \rightarrow Cosinus
6. Berechnung der Werte mit Taschenrechner, normierten Werte vergleichen und eintragen



Übungen / Anwendungen

12-Knoten-Schnur (Knoten markieren gleichmäßige Abstände)

1) 12-Knoten-Schnur = Werkzeug für Gärtner, Maurer und Pyramidenbauer. Wie?

Mit 3, 4 und 5 Knoten erhält man ein rechtwinkliges Dreieck gemäß $3^2 + 4^2 = 5^2$ nach dem Satz von Pythagoras (570 - 510 v.u.Z.). Schon Ägypter (Cheops ca. 2600 v.u.Z.) und Babylonier (Altbabylon ca. 1900 - 1500 v.u.Z.) hatten umfangreiche Listen von Zahlentripeln, die den Satz erfüllten - [SdW]01/2009, S.64. Von Pythagoras ist wenig sicher bekannt, möglicherweise hat er in Babylon und Ägypten studiert und "seinen" Satz "nur" bewiesen.

2) Pythagoras

- im rechtwinkligen Dreieck gilt:

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad | -b^2$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

- $\sqrt{\dots} \Rightarrow x^2$ sind Umkehrfunktionen

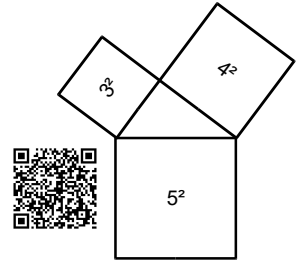
3) Beispiel: Gartentor a

4) Ültg: Gehrungswinkel Gartentor b

Winkelfunktionen; Lsg. diskutieren

5) AB Einführung Winkelfunktionen

Erkenntnis: Winkelfunktionen sind Seitenverhältnisse



6) TA rechtwinklige Dreiecke

Pythagoras und Winkelfunktionen eintragen.

7) Was fehlt noch?

TA Winkelsumme $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

8) Im Einzelnen: AB Regeln in rechtwinkligen Dreiecken

9) FO: Ablaufplan

Hauptproblem: Dreiecke finden

Winkelfunktionen_UB

10) geeignete Dreiecke finden und markieren, aber nicht berechnen

1) Lage: Taschenrechner in der Prüfung vergessen.

Wie kann man Winkelfunktionen ermitteln?

- [EuroTabM] enthalten in neueren Ausgaben keine Tabellen mehr.

- Grafische Näherungslösung

AB Verlauf der Winkelfunktionen

Abschätzung des Platzbedarfes ohne AB:

- Umfang eines Viertelkreises:

$$U(90^\circ) = \frac{2\pi \cdot r \cdot 90^\circ}{360^\circ} = \frac{2\pi \cdot 50 \text{ mm} \cdot 90^\circ}{360^\circ} = 78 \text{ mm}$$

- Länge eines 15° -Schrittes:

$$U(15^\circ) = \frac{2\pi \cdot r \cdot 15^\circ}{360^\circ} = \frac{2\pi \cdot 50 \text{ mm} \cdot 15^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi}{12} = 13 \text{ mm} \approx 12,5 \text{ mm}$$

- Normkreis $R = 1$ bewirkt, dass die Länge der Katheten genau den Werten für Sinus bzw. Cosinus entsprechen.



Kontrollmaßberechnungen

[Kontrollmaßberechnungen_Ub](#)



CNC-Koordinaten

[CNC_Ub \(Aufgaben 3.2, 8\)](#)



Pyramidalabweichung

[Pyramidalabweichung_AB](#)



Gewindeprüfen mit der

[Dreidrahtmethode_AB](#)



[Mathe_TA_Winkelfunktionen.odt](#)
Seitenumruch







Grundlagen

Bruchrechnen

ca 90' Zeitbedarf

Algorithmen (Rechenvorschrift)

1) ?
2) ?

	 Brüche addieren	 Brüche subtrahieren	 Brüche multiplizieren	 Brüche dividieren
	$3\frac{1}{2} + 1\frac{5}{6}$	$3\frac{1}{2} - 1\frac{5}{6}$	$3\frac{1}{2} \cdot 1\frac{5}{6}$	$3\frac{1}{2} : 1\frac{5}{6}$
7			Ganze Zahlen in Brüche umwandeln $\frac{2 \cdot 3 + 1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 6 + 5}{6} = \frac{7}{2} \cdot \frac{11}{6}$	Ganze Zahlen in Brüche umwandeln $\frac{2 \cdot 3 + 1}{2} : \frac{1 \cdot 6 + 5}{6} = \frac{7}{2} : \frac{11}{6}$
8	Ganze Zahlen addieren $3 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{5}{6} = 4\frac{1}{2} + \frac{5}{6}$	Ganze Zahlen subtrahieren $3 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{5}{6} = 2\frac{1}{2} - \frac{5}{6}$		
9	Gleichnamig machen: alle Brüche so erweitern, dass sie denselben Nenner haben $4\frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6} + \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = 4\frac{6}{12} + \frac{10}{12}$	Gleichnamig machen: alle Brüche so erweitern, dass sie denselben Nenner haben $2\frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6} - \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = 2\frac{6}{12} - \frac{10}{12}$		
10		Wenn der erste Bruch kleiner als der zweite Bruch ist: Wandle ein Ganzes zu einem Bruch um. $1\frac{12}{12} + \frac{6}{12} - \frac{10}{12} = 1\frac{18}{12} - \frac{10}{12}$		
B				Vertausche im 2. Bruch Zähler und Nenner und multipliziere $\frac{7}{2} : \frac{11}{6} = \frac{7}{2} \cdot \frac{6}{11}$
D	Zahlen zusammenfassen Zähler addieren $4\frac{6+10}{12} = 4\frac{16}{12}$	Zahlen zusammenfassen Zähler subtrahieren $1\frac{18-10}{12} = 1\frac{8}{12}$	Zahlen zusammenfassen Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner $\frac{7 \cdot 11}{2 \cdot 6} = \frac{77}{12}$	Zahlen zusammenfassen Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner $\frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 11} = \frac{42}{22}$
K	Wenn der Bruch größer als 1 ist: Ziehe die Ganzen heraus $4\frac{12}{12} + \frac{4}{12} = 5\frac{4}{12}$		Wenn der Bruch größer als 1 ist: Ziehe die Ganzen heraus $\frac{6 \cdot 12 + 5}{12} = \frac{6 \cdot 12}{12} + \frac{5}{12} = 6\frac{5}{12}$	Wenn der Bruch größer als 1 ist: Ziehe die Ganzen heraus $\frac{1 \cdot 22 + 20}{22} = 1\frac{20}{22}$
As	Wenn möglich: kürzen $5\frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} = 5\frac{1}{3}$	Wenn möglich: kürzen $1\frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = 1\frac{2}{3}$	Wenn möglich: kürzen	Wenn möglich: kürzen $1\frac{10 \cdot 2}{11 \cdot 2} = 1\frac{10}{11}$



Rechenregeln

Grundrechenarten

Addition, Subtraktion } Strichrechnung
 Multiplikation, Division } Punktrechnung
 Potenzrechnung

Beispiel für die Regeln

Strichrechnung

$$\begin{aligned} 1 + 2 &= 2 + 1 = 3 \\ 17 - 8 &= 9 \\ 17 - 8 + 3 &= 17 + 3 - 8 = 12 \\ -13 + 5 &= -8 \\ (+)9 - (-3) &= 12 \\ (-9) - (+8) &= -17 \\ 1 + 3 + 4 &= (1 + 3) + 4 = 1 + (3 + 4) \\ 1 - 3 + 4 &= (1 - 3) + 4 = 1 + (-3 + 4) \end{aligned}$$

Punktrechnung

$$\begin{aligned} 2 \cdot 3 &= 3 \cdot 2 = 6 \\ 2 \cdot 3 \cdot 4 &= (2 \cdot 3) \cdot 4 = 2 \cdot (3 \cdot 4) = 24 \\ -3 \cdot 4 &= -(3 \cdot 4) = -12 \\ 6 \cdot (-4) &= -24 \\ (-3) \cdot (-7) &= 21 \end{aligned}$$

Bruchrechnen

$$\begin{aligned} 4 : 2 &= \frac{4}{2} \rightarrow 4 = 2 \cdot \frac{4}{2} & \frac{-6}{3} &= -\frac{6}{2} = -2 \\ \frac{28}{-7} &= -\frac{28}{7} = -4 \\ \frac{6 \cdot 4}{3 \cdot 2} &= \frac{6 \cdot 4}{3 \cdot 2} = 4 & \frac{5}{10} : \frac{3}{4} &= \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{3} = \frac{5 \cdot 4}{10 \cdot 3} = \frac{2}{3} \\ \frac{5}{10} : \frac{3}{4} &= \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{3} = \frac{5 \cdot 4}{10 \cdot 3} = \frac{2}{3} & \frac{6}{-12} &= \frac{6}{-12} \cdot \frac{4}{2} = \frac{6 \cdot 4}{-12 \cdot 2} = -1 \\ \frac{7}{-5} &= \frac{7}{-5} : \frac{-5}{1} = \frac{-7 \cdot 1}{3 \cdot 5} = \frac{-7}{15} & \frac{12}{-3} &= \frac{12}{-3} : \frac{-3}{9} = \frac{-12 \cdot 9}{1 \cdot 3} = -36 \\ \frac{-28}{12} &= \frac{-2 \cdot 2 \cdot 7}{2 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{-7}{3} \\ \frac{2}{0,5} &= \frac{2}{\frac{1}{2}} = \frac{2 \cdot 2}{1} = 4 \end{aligned}$$

$$\frac{2}{0} = \text{nicht definiert} = \text{gibt's nicht}$$

Verknüpfung der Grundrechenarten

$$\begin{aligned} 2 \cdot 3 \cdot 5 &= 2 \cdot 15 = 13 \\ (2 \cdot 3) \cdot 5 &= (-1) \cdot 5 = -5 \\ &\text{oder } 2 \cdot 5 \cdot 3 = 5 \\ \frac{8}{3} + \frac{7}{2} &= \frac{2 \cdot 8}{2 \cdot 3} + \frac{7 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{2 \cdot 8 + 3 \cdot 7}{2 \cdot 3} = \frac{16 + 21}{6} = \frac{37}{6} \end{aligned}$$

Potenzrechnen

1. ?
2. .

Unterricht auf der Berufsschule gibt jedem Schüler die Chance, nicht so gute Noten aus der Vergangenheit in den Hintergrund zu rücken. Um allen die gleichen Einstiegschancen zu geben, wird jetzt wiederholt, was eigentlich schon Stoff der Hauptschule war und für die Berufsschule vorausgesetzt wird. Mancher mag das für langweilig halten, aber dennoch zuhören, weil Auffrischung noch keinem geschadet hat. Und die meisten können die Auffrischung dringend brauchen.

Elementare Formeln auf Styropor und an die Tafel kleben. Styroporplatten sollen auf den beiden Seiten verschieden gefärbt sein, sodass die Formel durch Drehen und Tauschen der Seite umgestellt wird.

$$a + b = b + a$$

$$a - b \neq b - a$$

$$a - b = (-b) + a \quad (\text{Das Vorzeichen gehört zur Zahl!})$$

$$a(-b) = a+b \quad (\text{Minus mal minus gibt plus})$$

$$a+(-b) = a-b \quad (\text{Minus mal plus gibt minus})$$

Reihenfolge der Addition ist beliebig

Das Vorzeichen gehört zur Zahl

Eselsbrücke für +/- - Regel: Magnetpole?

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Reihenfolge der Multiplikation ist beliebig

(Minus mal plus gibt minus)

(Minus mal minus gibt plus)

Division von Brüchen = Multiplikation mit dem Kehrwert

Bei mehreren Brüchen müssen die Bruchstriche unterschiedlich lang sein.

$$\frac{2}{0,5} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = \frac{2 \cdot 2}{1} = 4$$

Brüche kürzen hilft beim Kopfrechnen. Wer unsicher ist, sollte das lieber dem Taschenrechner überlassen.

Anschauung: Wie viel gibt es für ein ganzes Los der Klassenlotterie, wenn es für ein halbes Los 2 DM gibt?

Anschauung: für kein Los der Klassenlotterie gibt es keine 2DM.

Versuchen, mit Hyperbelfunktion $\lim_{x \rightarrow 0} x$ zu zeigen.

Punkt vor Strichrechnung

Klammer vor anderen Rechnungen
Distributivgesetz (Verteilungsgesetz)

$$-3 \cdot (-4) + \frac{8}{4} \cdot \left(3 - \frac{6}{2}\right) + \frac{7}{35} \cdot (-2) = 12 + 0 - 2 = 10$$



Einheiten umrechnen

Einheiten werden wie folgt umgerechnet

- 1) Die gegebene Zahl niederschreiben
- 2) Die gewünschte Einheit wird multipliziert (dividiert) und gleich wieder durch die gegebene Einheit dividiert (multipliziert).

Die Zahlen müssen so gewählt werden, dass der neue Bruch

- zu 1 gekürzt werden kann bzw.
- oben und unten dasselbe enthält

Beispiele

$$a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{100 \text{ km}}{h \cdot 4 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{\text{km}} \cdot \frac{h}{3600 \text{ s}} = 6,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Vertiefung

Prozent

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1 \text{ kg}}{1 \text{ dm}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 1 \frac{1000 \text{ g}}{1000 \text{ cm}^3} = 1 \frac{0,001 \text{ t}}{0,001 \text{ m}^3}$$



Schnittgeschwindigkeit

Wenn der Sachverhalt neu ist, wird die Aufnahmekapazität der Schüler erreicht. Danach sollte das Thema gewechselt oder Rechenübungen eingeschoben werden.

Drehzahlen beim Bohren

Werkstattregeln: Kegelsenken 1/4

Reiben 1/8 der Bohrdrehzahl

Prozent = pro Hundert (it.: per cento)

Centum (lat: Hundert), Centesimus (lat: der Hundertste), Centesima (lat: ein Hundertstel) steckt in: Cent (Hundertstel), Prozent (durch hundert), Zenturio (Hundertschaftsführer), Zentner (100 Pfund), Zentimeter cm, Zentiliter cl (Hundertstel Meter, Liter)

Promille = pro Tausend

Mille (lat: Tausend) bzw. Milia (lat: Tausende) steckt in: Millenium (Jahrtausend), Mille (ugs. für 1000 € o.Ä.), Millimeter mm, Milliliter ml, Milliampere mA, Millivolt mV. (Tausendstel Meter, Liter, Ampere, Volt ..), Meile (lat: milia passum = 1000 Schritte), Mille Miglia (it: 1000-Meilen-Rennen), Million (1000x1000), Milliarde (1000xMillion)

Mathe_TA_Prozent.odt

1BFM. Ein: Beim Kauf von **Schleifscheiben** für den Winkelschleifer fand ich den Aufdruck „maximale Schnittgeschwindigkeit = 100m/s“? Ich wusste noch, dass die maximale Drehzahl des Winkelschleifers 10000/min beträgt. Durfte ich die Scheiben kaufen?

Lsg: Es muss die maximale Geschwindigkeit ermittelt werden, die mein Schleifer erzeugen kann.

- 1) Wie errechnet man eine Geschwindigkeit?

[EuroTabM39 S.230 „Drehzahldiagramm“](#)