Allgemein

Zwei oder mehrere Kräfte F_1, F_2 ... können zu einer Ersatzkraft F_R zusammengesetzt werden. Man nennt diese Ersatzkraft auch die resultierende Kraft. Die Ersatzkraft hat die gleiche Wirkung wie die Summe der Kräfte, aus denen sie ermittelt wurde.
Umgekehrt kann eine einzelne Kraft in zwei Einzelkräfte zerlegt werden. Oft werden rechtwinklig zueinander stehende Einzelkräfte gesucht, weil diese sich gegenseitig nicht beeinflussen. Beispiele dafür sind Hangabtriebskraft und Normalkraft an der schiefen Ebene oder Antriebskraft und Seitenführungskraft am Rad eines Autos.

Zeichnerische Ermittlung

Die Kräfte werden in Größe und Richtung durch Pfeile dargestellt. Die Länge der Pfeile entspricht der Größe der Kraft; das Verhältnis zwischen Länge und Größe ist der Kräftemaßstab M_k .
Die Richtung eines Pfeiles entspricht der Richtung der Kraft.
Kräfte, die in einem Punkt angreifen, können zusammengefasst werden, indem man die Pfeile hintereinander zeichnet. Die Ersatzkraft F_r reicht dann vom Ausgangspunkt bis zum Endpunkt der Pfeilkette.
(siehe TabB S........... Stichwort „Kräfte (zerlegen)“)

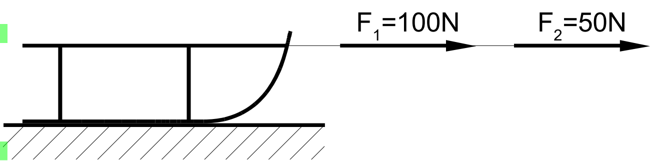
Rechnerische Ermittlung

Bei der Berechnung orientiert man sich an der zeichnerischen Darstellung. Wenn nicht alle Kräfte parallel liegen, müssen sie rechnerisch in die Komponenten F_x und F_y zerlegt werden (Winkelfunktionen). Dann werden alle x-Komponenten zu $F_{xgesamt}$ addiert und die y-Komponenten genauso. Die Zusammenfassung der rechtwinklig zueinander stehenden Kräfte $F_{xgesamt}$ und $F_{ygesamt}$ zu F_R erfolgt durch die Anwendung des Satzes von Pythagoras.

Beispiele

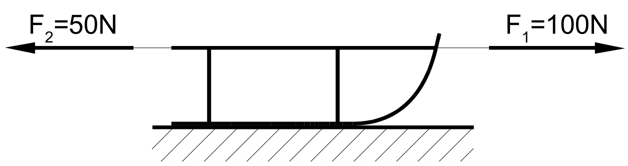
1) Zwei Kinder ziehen hintereinander einen Schlitten mit den Kräften F_1 = 100 N und F_2 = 50 N.
Wie groß ist die resultierende Ersatzkraft F_R auf den Schlitten ?

Kräftemaßstab M_k =



2) Eines der Kinder hängt sich lieber hinten an und lässt sich ziehen.
Wie groß ist die resultierende Ersatzkraft F_R auf den Schlitten?

Kräftemaßstab M_k =



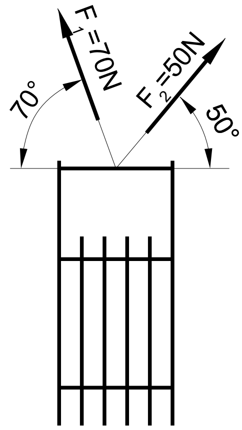
3) Zwei Kinder ziehen nebeneinander einen Schlitten mit den Kräften F_1 = 70 N und F_2 = 50 N.

a) Wie groß ist die Ersatzkraft F_R aus den beiden Zugkräften?

b) In welcher Richtung wird der Schlitten gezogen?

c) In welche Richtung wirkt die Reibung des Schlittens?

Kräftemaßstab M_k =

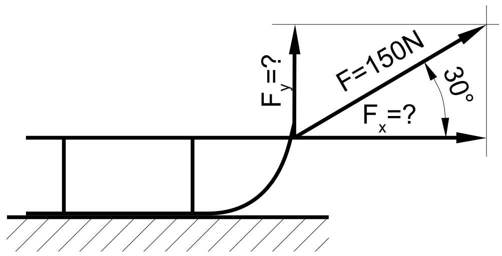


4) Ein großes Kind zieht den Schlitten mit F = 150 N unter einem Winkel α = 30° schräg nach oben. Wie groß ist

a) die waagerechte Kraftkomponente F_x in Bewegungsrichtung?

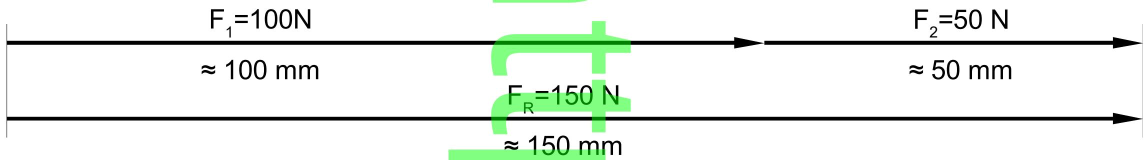
b) die senkrechte Kraftkomponente F_y, die den Schlitten anzuheben versucht ?

Kräftemaßstab M_k =



Lösungsvorschläge

1) Kräftemaßstab M_k = 100N / 100 mm

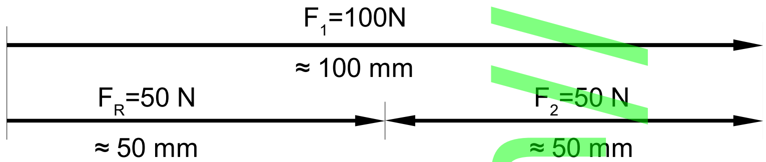


Hinweis: Die resultierende Kraft F_R müsste genau auf F_1 und F_2 verlaufen. Da dies unübersichtlich wäre, kann man F_R wie im Bild seitlich versetzen.

Rechnerische Lösung:

$$F_R = F_1 + F_2 = 100\,N + 50\,N = 150\,N$$

2) Kräftemaßstab M_k = 100N / 100 mm



Hinweis: Wieder sind Kräfte, die aufeinander verlaufen würden, seitlich versetzt worden.

Rechnerische Lösung:

$$F_R = F_1 - F_2 = 100\,N - 50\,N = 50\,N$$

3) Kräftemaßstab M_k = 70 N / 70 mm

Rechnerische Lösung:

I) Zerlegung der Kräfte in waagerechte und senkrechte Komponenten

$$F_{1x} = 70\,N \cdot \cos 70° = 23{,}94\,N$$
$$F_{1y} = 70\,N \cdot \sin 70° = 65{,}78\,N$$
$$F_{2x} = 50\,N \cdot \cos 50° = 32{,}14\,N$$
$$F_{2y} = 50\,N \cdot \sin 50° = 38{,}30\,N$$

II) Addition der Komponenten zum waagerechten und senkrechten Anteil der resultierenden Kraft F_R

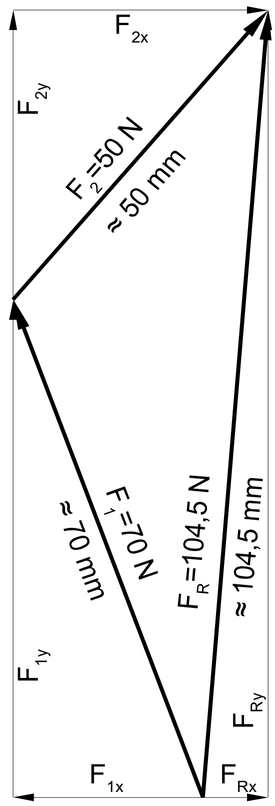
$$F_{Rx} = F_{2x} - F_{1x} = 32{,}14\,N - 23{,}94\,N = 8{,}20\,N$$
$$F_{Ry} = F_{1y} + F_{2y} = 65{,}78\,N + 38{,}30\,N = 104{,}18\,N$$

III) Berechnung der resultierenden Kraft per Pythagoras

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(8{,}20\,N)^2 + (104{,}18\,N)^2} = 104{,}4\,N$$

IV) Ermittlung der Richtung der resultierenden Kraft mit Winkelfunktionen

$$\alpha_R = \arctan\frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan\frac{104{,}18\,N}{8{,}20\,N} = 85{,}5° \text{ zur x-Achse}$$



4) Kräftemaßstab M_k = 150 N / 150 mm

Rechnerische Lösung

$$F_x = 150\,N \cdot \cos 30° = 129{,}9\,N$$

$$F_y = 150\,N \cdot \sin 30° = 75{,}0\,N$$