



### Aufgaben

- 1 Zum Einstieg<sup>1</sup>
  - 1.1 Ein Kraftwerk produziert an einem Tag durchschnittlich 900 MW elektrische Leistung. Wie viel elektrische Leistung produziert es während einer Minute?
- 2 HP 2003/04-3 Dampfkraftwerk<sup>2</sup>
  - 2.1 Das Kraftwerk gibt bei  $\eta_{\text{Gesamt}} = 28,3\%$  eine Leistung von  $P_{\text{ab}} = 500 \text{ MW}$  ab. Berechnen Sie den täglichen Bedarf an Steinkohle.
- 3 HP 2002/03-4 Ottomotor<sup>3</sup>

Der Motor treibt eine Wasserpumpe an, die einen Hochbehälter füllt.

Abgegebene Motorleistung:  $P_M = 8 \text{ kW}$   
 Förderhöhe:  $h = 15 \text{ m}$   
 Pumpenwirkungsgrad:  $\eta_P = 0,7$   
 Wirkungsgrad der Leitungen:  $\eta_L = 0,9$

  - 3.1 Berechnen Sie das maximal mögliche Fördervolumen pro Minute.
  - 3.2 Der Behälter fasst ein Volumen von  $V_H = 10 \text{ m}^3$ . Berechnen Sie die Füllzeit.
- 4 HP 2001/02-4 Versorgung einer Stadt<sup>4</sup>

Die Stadtwerke einer süddeutschen Kleinstadt mit 22000 Einwohnern und meist kleineren Gewerbebetrieben verkaufen insgesamt jährlich 74 Mio kWh elektrische Energie. Sie betreiben auch ein erdgasbetriebenes Blockheizkraftwerk (BHKW) und eine Photovoltaikanlage.

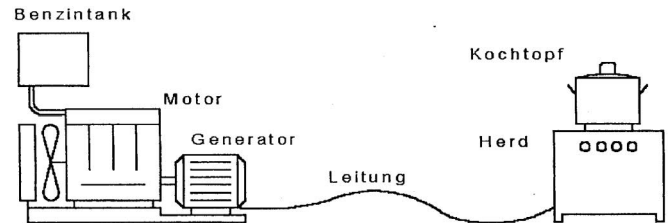
  - 4.1 Wie viele Liter Öl müssten insgesamt und je Einwohner verbrannt werden, wenn die gesamte verkaufte Energiemenge in einem ölbefeuerten Großkraftwerk erzeugt würde?  
 Der Wirkungsgrad des Kraftwerks betrage 33%, die Transportverluste 4% sowie der Eigenbedarf 2%.  
 Der Heizwert für das Öl beträgt 37 MJ/kg, seine Dichte 0,9 kg/dm<sup>3</sup>.
  - 4.2 Die Photovoltaikanlage hat eine wirksame Fläche von 300 m<sup>2</sup>. Die Sonne scheint durchschnittlich 1100 Stunden pro Jahr mit einer Strahlungsleistung von 1000 W/m<sup>2</sup>. Der Gesamtwirkungsgrad der Anlage beträgt 11%. Wie viel Prozent trägt die Photovoltaikanlage zur gesamten verbrauchten Energiemenge bei?
- 5 HP 2008/09-2 Aluminiumerzeugung<sup>5</sup>

Zur Erzeugung von 1 kg Aluminium werden 15 kWh elektrischer Energie benötigt.

  - 5.1 Wie viel Aluminium kann jährlich mit der Leistung des Laufwasserkraftwerkes erzeugt werden?  
 Turbinendurchsatz:  $\dot{V} = 100 \text{ m}^3/\text{s}$   
 Mittlere Fallhöhe des Wassers:  $h = 5 \text{ m}$   
 Wirkungsgrad des Kraftwerks  $\eta_{\text{LWK}} = 0,92$
  - 5.2 Welche Masse an Steinkohle wird je Tonne Aluminium benötigt, wenn das Steinkohlekraftwerk einen Wirkungsgrad von  $\eta_{\text{SKK}} = 0,38$  hat?
- 6 Ein Motor leistet 2 kW bei einem Verbrauch von 2 l Benzin pro Stunde. Wie hoch ist der Wirkungsgrad?<sup>6</sup>

### 7 HP 2000/01-4 Stromerzeuger<sup>7</sup>

Ein Verein plant ein Fest in einer Waldhütte ohne Anschluss an die öffentliche Stromversorgung. Die Energie für den Elektroherd und andere Verbraucher liefert ein Stromerzeuger. Dieser besteht aus einem Verbrennungsmotor, der einen Generator antreibt.



Daten:

Motorwirkungsgrad	$\eta_M = 35\%$
Generatorwirkungsgrad	$\eta_G = 95\%$
Verluste in der Leitung:	5%
Abwärmeverluste beim Kochen:	20%
Maximale Motorleistung	$P_M = 5 \text{ kW}$
Anschlussleistung aller Herdplatten	$P_E = 3,5 \text{ kW}$

- 7.1 Wie hoch ist der Benzinverbrauch in Liter je Stunde bei maximaler Leistung?  
 (Dichte  $\rho = 0,73 \text{ kg/dm}^3$ ; Heizwert:  $H = 43 \text{ MJ/kg}$ )
- 7.2 In der Hütte soll auf allen Elektroherdplatten in Kochtöpfen Wasser für Maultaschen erhitzt werden. Welche Zeit in Minuten wird benötigt, um 30 Liter Wasser bei höchster Heizstufe aller Kochplatten von 20°C auf 100°C zu erhitzen?
- 8 HP 1999/00-3 Wärmekraftwerk<sup>8</sup>
  - 8.1 Wie viele Tonnen Steinkohle müssen in 24 h verbrannt werden, wenn die abgegebene elektrische Leistung 300 MW beträgt? (1 kgSKE = 29,3MJ)  
 In der vorherigen Teilaufgabe konnte der Wirkungsgrad  $\eta_{\text{ges}} = 0,281$  errechnet werden.
  - 8.2 Welches Kühlwasservolumen muss den Kondensator in einer Sekunde durchfließen, wenn das einem Fluss entnommene Wasser sich maximal um 3°C erwärmen darf und die abgeführte Wärmemenge 600 MJ/s beträgt?  
 ( $c_{\text{H}_2\text{O}} = 4,18 \text{ kJ/kgK}$ )
- 9 HP 2007/08-1 Brennholzspalter<sup>9</sup>

Der Holzspalter wird durch einen Viertakt-Ottomotor angetrieben. Folgende Daten sind bekannt:

Volumen	$V = 125 \text{ cm}^3$
Umgebungstemperatur	$\vartheta_1 = 20 \text{ °C}$
Druck der angesaugten Luft	$p_1 = 1 \text{ bar}$
Temperatur	$\vartheta_3 = 2000 \text{ °C}$
Drehzahl	$n = 2500 \text{ 1/min}$

  - 9.1 Ermitteln Sie die zugeführte Wärmemenge  $Q_{23}$  je Takt und den Kraftstoffverbrauch des Motors in Liter pro Stunde, wenn der Motor mit der angegebenen Drehzahl läuft und  $\vartheta_2 = 360 \text{ °C}$  angenommen wird.

<sup>1</sup> selber denken :-)

<sup>2</sup> a) 5087 t ( $H = 30 \text{ MJ/kg}$ )

<sup>3</sup> a)  $\dot{V} = 2 \text{ m}^3/\text{min}$

<sup>4</sup> a)  $\dot{V} = 1173 \text{ dm}^3/\text{a}$  Öl/Einwohner

<sup>5</sup> a)  $\dot{m} = 2637 \text{ t/a}$  Aluminium

<sup>6</sup> a)  $\eta = 0,112$

b) 0,049%

b)  $m(\text{Sk}) / m(\text{Al}) = 4,850$

<sup>7</sup>

a)  $\dot{V} = 1,64 \text{ dm}^3/\text{h}$  Benzin

b)  $\dot{V} = 47,8 \text{ m}^3/\text{s}$  Kühlwasser

a)  $\dot{Q} = 175 \text{ J/Takt}$

b)  $t = 59,7 \text{ min}$

b)  $\dot{V} = 0,41 \text{ dm}^3/\text{h}$  Kraftstoff



### Keine Abi-Aufgaben

- 10 Wie viel kostet die elektr. Energie, die in einem Elektroauto dieselbe Antriebsenergie erzeugen kann wie 1l Benzin in einem Auto mit Verbrennungsmotor?<sup>1</sup>
- 11 Lithium-Ionen-Akkumulator  
Li-Akkus können aktuell 150 Wh/kg Energie speichern, erreichbar sind voraussichtlich 240 Wh/kg.<sup>2</sup>
- 11.1 Wie schwer ist Benzin mit gleichem Energieinhalt?  
11.2 Wieviel schwer ist ein Akku ggü. 50l Benzin?  
Verwenden sie die Ergebnisse aus Aufg. 10.
- 12 Analogien
- 12.1 Arbeit verhält sich zu Leistung wie Volumen zu ..?  
12.2  $J \leftrightarrow W$  wie  $m^3$  zu ..?  
12.3 Weg  $\leftrightarrow$  Geschwindigkeit wie Arbeit  $\leftrightarrow$  .. ?  
12.4 Leistung  $\leftrightarrow$  Arbeit wie Stundenlohn  $\leftrightarrow$  zu .. ?  
12.5 Tank  $\leftrightarrow$  Tanken wie Energie  $\leftrightarrow$  .. ?
- 13 Ein Pumpspeicherkraftwerk hat eine Fallhöhe von 300 m (Durchschnittshöhe in Deutschland) und erzeugt elektrischen Strom mit  $\eta = 60\%$ .  
Wie viel Wasser muss strömen, um einen PC mit einer Leistungsaufnahme von 300 W zu betreiben?
- 14 Die Standby-Schaltung eines ausgeschalteten Gerätes verbrauche 10W elektrischer Leistung.  
Schätzen Sie ab, welche Masse  $CO_2$  für dieses Gerät pro Jahr in einem Kohlekraftwerk ausgestoßen wird, wenn das Gerät durchgehend in Betrieb ist und der Gesamtwirkungsgrad von Stromproduktion und Transport  $\eta = 25\%$  beträgt?
- 15 Ein Reeder kalkuliert, ob sich ein Containerschiff mit doppelter Geschwindigkeit lohnt. Wie müssen die Tankkapazität und Motorleistung an die erforderliche doppelte Antriebskraft angepasst werden?  
Hinweis: Bei Bewegungen in Flüssigkeiten ist die Geschwindigkeit proportional zur Antriebskraft.
- 16 Kühlschranks
- 16.1 Schätzen Sie ab, wie viel es kostet, wenn die Kühlschrankstür so lange offen steht, bis die kalte Luft ( $4^\circ C$ ) aus dem Kühlschrank abgeflossen ist und durch Luft bei Raumtemperatur ersetzt wurde.  
Hinweis: Laut Wikipedia benötigt ein Kühlschrank für 1 W Kühlleistung etwa 0,5 W elektr. Leistung.
- 16.2 Welche Kraft würde man zum Öffnen der Türe benötigen, wenn die Luft isochor abkühlen würde ?
- 17 Wasserspiele  
1682 ließ sich der „Sonnenkönig“ Louis XIV in Marly an der Seine die mächtigste Kraftmaschine seiner Zeit bauen, um damit Wasserspiele in Versailles zu speisen. 14 Wasserräder trieben 235 Pumpen, 48 Kurbeln, 122 große Balanciers, 2108 Bruchschwingen und 20000 m eiserne Zugstangen an, die pro Tag etwa  $5000 m^3$  Wasser 160 m höher beförderten.<sup>3</sup>
- 17.1 Welche Leistung gab diese Anlage ab?
- 18 Google hat für seine weltweit knapp 1 Mio Server einen Energieverbrauch von  $2,26 \cdot 10^6$  MWh im Jahre 2010 angegeben.<sup>4</sup>

- 18.1 Welche Leistung benötigt der Betrieb der Server durchschnittlich ?  
18.2 Wie viel Prozent des deutschen Bruttostromverbrauches von 604 TWh in 2010 entspricht dies?
- 19 E-Bike-Akku  
Der Akku eines E-Bikes speichert 540 Wh bei 36 V und kann max. 10 A abgegeben. Wieviel Gewicht könnte der Radfahrer verlieren, wenn er die Batteriekapazität mit Muskelkraft aufbrächte?<sup>5</sup>
- 20 Wie kalt muss ein Apfelsaft (475 kcal/l) sein, damit man beim Trinken abnimmt?

### Sonstige ohne Energie

- 21 Dichte
- 21.1 Ferrit kristallisiert in einem kubisch-raum-zentrierten Gitter mit einer Gitterkonstante (=Kantenlänge der Elementarzelle) von 0,286 nm. Wie groß ist seine Dichte?  
21.2 Austenit kristallisiert in einem kubisch-flächen-zentrierten Gitter mit einer Gitterkonstante von 0,356 nm. Wie groß ist seine Dichte?  
21.3 Austenit kann max. 2 (Masse-)% Kohlenstoff aufnehmen. Wie groß ist in diesem Fall das Verhältnis der belegten zu den unbelegten Elementarzellen, wenn eine Elementarzelle des Austenit nicht mehr als ein Kohlenstoffatom aufnehmen kann?  
21.4 Im Austenit können sich Kohlenstoffatome in den Raummitten oder in den Kantenmitten aufhalten. Ermitteln Sie, wo mehr Platz ist.
- 22 Ein Kupferdraht  $\varnothing 1$  dehnt sich in der Länge um 10 mm, wenn er um 20K erwärmt wird.  
Wie viel dehnt sich ein Kupferdraht mit 2mm Durchmesser unter sonst gleichen Voraussetzungen?
- 23 Wassermelonen  
10t Wassermelonen enthalten bei der Ernte 99% Wasser. Beim Transport verdunstet es, bis die Melonen nur noch 98% Wasser enthalten. Wie viel wiegen die Wassermelonen nach dem Transport?
- 24 Bei einem Platzregen können innerhalb 10 min bis zu 20l Wasser pro  $m^2$  Regen fallen und große Schäden anrichten.
- 24.1 Wie hoch würde das Wasser danach durchschnittlich stehen, wenn es nicht ablaufen könnte?  
24.2 Wie viel Wasser kommt dabei auf einem Fußballfeld zusammen?  
24.3 Ein Fußballverein baut einen Kunstrasenplatz. Damit Regenwasser ablaufen kann, wird als Unterbau eine 0,5 m dicke Schicht Kies benötigt.  
Wie oft muss ein Lkw dafür fahren?

<sup>1</sup> Ergebnisse je nach Annahmen

<sup>2</sup> Angaben aus vdi-nachrichten 28/2010

<sup>3</sup> Angaben aus [Matschoss 1901] S.10, 160, [Strandh 1992] S.101. Etwa 1742 versuchte Friedrich II. „der Große“ eine ähnliche Anlage bauen zu lassen, die mit Windmühlen angetrieben wurde. 170'000 Taler à 16,7g Feinsilber später gab er auf.  
Gut 100 Jahre vorher baute Juanelo Turriano eine Anlage zur Versorgung der Stadt Toledo mit Wasser ca. 600 m über dem Tajo, die statt Pumpen und Leitungen ein Ballett von

Schöpfkellen verwendete [Strandh 1992] S.101, [Ramelli 1588] S.121

<sup>4</sup> Schätzung und sonstige Angaben aus c't 21/2011 S.24

<sup>5</sup> 1kg reines Körperfett speichert ca. 9000 kcal, aber da Fettgewebe auch Wasser und Bindegewebe enthält, kann man mit 7000 kcal pro kg rechnen.  
Eine Kilokalorie (kcal; lat.: calor = Wärme) ist eine alte Einheit für die Wärmemenge und war definiert als die Wärmemenge, die nötig ist, um 1 kg Wasser um  $1^\circ C$  zu erwärmen. Im Sprachgebrauch, insbesondere wenn man den Nährwert von Lebensmitteln meint, sagt man oft „Kalorie“ und meint „Kilokalorie“ – Hausmannsphysik!



- 25 Ein typischer Blutdruck ist 120 zu 80, die Werte sind in mmHg angegeben (Millimeter Quecksilber-Säule).<sup>1</sup> Wie hoch sind 100 mmHg in bar und Pa?
- 26 Synchronuhren in Backöfen, Radioweckern usw. nutzen die 50 Hertz im Wechselspannungsnetz als Taktgeber. Diese Frequenz muss von Stromerzeugern eingehalten werden, damit sie sich im europäischen Stromverbund austauschen können. Dabei ist die Frequenz nicht konstant: Wenn zB. ein Stromverbraucher wie ein Alu-Werk hochgefahren wird, erhöht sich die Last für die Generatoren, sie werden etwas langsamer und die Frequenz im Netz sinkt, bis die Netzsteuerung die Stromproduktion erhöht oder Verbraucher abschaltet.
- Für die Langzeitstabilität der Netzfrequenz im europäischen ENTSO-E-Netz sorgt der Schweizer Netzbetreiber Swissgrid: Wenn die Netzzeit um mehr als 20 Sekunden von der gesetzlichen Zeit abweicht, gibt Swissgrid eine um 0,01 Hz erhöhte oder gesenkte Netzfrequenz vor, bis die Zeiten wieder übereinstimmen.
- Aufgrund eines Konfliktes im Grenzbereich des europäischen Netzes zwischen Serbien und Kosovo sank im März 2018 die Netzfrequenz über eine längere Zeit, bis Radiowecker 6 Minuten nachgingen. Wie lange dauert es, bis die 6 Minuten aufgeholt sind, nachdem die Swissgrid begonnen hat, mit 50,01 Hz dagegen zu steuern?

#### Entwürfe

- 27 Nord-Stream-Pipeline durch die Ostsee  
Länge: 1224 km  
Rohrinnendurchmesser: 1153 mm, Wandstärke: 26,8..41 mm  
Druck: bis 220 bar  
Kapazität: bis 55 Mrd m<sup>3</sup> p.a. (in zwei Röhren)  
Wie hoch ist die durchschnittliche Strömungsgeschwindigkeit des Erdgases bei Ausnutzung der vollen Kapazität?
- 28 Ein Elektro-Auto fährt 1 Stunde lang mit 100 PS. Anschließend wird es am häuslichen Stromnetz (240V, 16A) wieder aufgeladen (ohne Verluste).  
Wie lange dauert der Ladevorgang?
- 29 Wie viel Prozent Gewicht verliert ein Bergwanderer pro 1000 Höhenmeter, wenn er es schafft, sein Körper fett verlustfrei in potentielle Energie umzuwandeln?

<sup>1</sup> In teilweise abgeklemmten Adern entstehen durch Verwirbelung die sogenannten Korotkow-Geräusche (Николай Семенович Коротков, \*14. Februar<sup>Jul</sup> / 28. Februar<sup>greg</sup> 1874; †14. März 1920, russischer Arzt und Entdecker der Geräusche). Dies nutzt man bei der Blutdruckmessung, indem man den Oberarm mit einer Druckluftmanschette abbindet, die Manschette allmählich entlüftet und dabei mit einem Stethoskop in der Ellenbeuge abhört, wann die Arterie öffnet (Höchstdruck, Systole) und wann sie vollständig offen ist (Mindestdruck, Diastole). Der Druck in der Manschette wird in ein Glasröhrchen geleitet und hebt dessen Inhalt. Bei 120 mmHg steigt Quecksilber (Hg) um 120 mm über sein Normalniveau. Hg wird verwendet, weil es flüssig, sein Dampfdruck niedrig und sein silberner Glanz gut erkennbar ist, es Glas nicht benetzt und seine hohe Dichte eine kleine Bauweise ermöglicht. Aufgrund seiner Giftigkeit ist die Verwendung von Hg heute eingeschränkt. Die Einheit mmHg heißt auch Torr, ist keine SI-Einheit, aber in der EU und CH gesetzlich zugelassen für die Angabe des Druckes von Blut und anderer Körperflüssigkeiten.



### Lösungsvorschläge

#### 1 Gegenfragen:

##### 1.1 Ein Auto leistet am Tag 70 PS.

Wie viel leistet es in einer Minute?

##### 1.2 In einem Fluss strömen im Tagesdurchschnitt 1 m<sup>3</sup> je Sekunde.

Wie viele m<sup>3</sup> je Sekunde fließen in einer Stunde?

#### 2 HP 2003/04-3 Dampfkraftwerk

2.1 Für die Aufgabe wird der Heizwert von Steinkohle benötigt. Man findet ihn im Tabellenbuch unter dem Stichwort „Heizwert“  $H_u$  oder in der Formelsammlung Energietechnik als Steinkohleeinheit SKE<sup>1</sup>.

##### a Lösungsmöglichkeit 1: kompakte Formel

Die zugeführte Leistung

$$P_{zu} = \frac{P_{ab}}{\eta_{ges}} = \frac{500 \text{ MW}}{0,283} = 1767 \text{ MW}$$

ist Energie pro Zeit (Energiestrom)  $P_{zu} = \frac{W_{zu}}{t}$  und

entspricht dem Wärmestrom  $\dot{Q}_{zu} = \frac{Q_{zu}}{t}$ , der mit Heiz-

wert  $H_u$  in der Formel  $Q = H_u \cdot m$  in Massenstrom

$\dot{m}_{Kohle} = \frac{m_{Kohle}}{t}$  umgerechnet werden kann:

$$\frac{P_{ab}}{\eta_{ges}} = P_{zu} = \frac{W_{zu}}{t} = \frac{Q_{zu}}{t} = \frac{m \cdot H_u}{t} \rightarrow m = \frac{P_{ab} \cdot t}{\eta_{ges} \cdot H_u} = 20 \frac{t}{m^2}$$

Den Tagesbedarf erhält man mit  $t = 24$  Stunden:

$$m_{Steinkohle} = \frac{P_{ab} \cdot t}{\eta \cdot H_u} = \frac{500 \text{ MW} \cdot 24 \text{ h}}{0,283 \cdot 30 \text{ MJ/kg}} = 5087 \text{ t}$$

##### b Lösungsmöglichkeit 2

Leistung ist Energiemenge pro Zeiteinheit. Wer Probleme mit dem Begriff Leistung hat, kann stattdessen mit der Energie rechnen, die innerhalb des geforderten Zeitraumes anfällt, in diesem Fall 1 Tag. Diesen Lösungsweg sollte man deutlich machen:

„Alle Berechnungen sind auf einen Tag bezogen:“

$$W_{ab} = P_{ab} \cdot 1 \text{ Tag} = 500 \text{ MW} \cdot 24 \text{ h} = 12000 \text{ MWh} \\ = 12000 \text{ MW} \cdot 3600 \text{ s} = 43,2 \cdot 10^{12} \text{ J}$$

ist die elektrische Energie, die das Kraftwerk pro Tag abgibt. Da die Erzeugung der elektrischen Energie aus Wärme nicht verlustfrei geschieht, muss die benötigte Wärmemenge ermittelt werden:

$$\eta_{ges} = \frac{W_{ab}}{Q_{zu}} \rightarrow Q_{zu} = \frac{W_{ab}}{\eta_{ges}} = \frac{43,2 \cdot 10^{12} \text{ J}}{0,283} = 152,6 \cdot 10^{12} \text{ J}$$

ist die Wärmeenergie, die pro Tag ins Kraftwerk gesteckt werden muss. Der Heizwert  $H_u$  sagt aus, welche Masse Kohle dafür benötigt wird:

$$H_u = \frac{Q_{zu}}{m} \rightarrow m_{Sk} = \frac{Q_{zu}}{H_{uSk}} = \frac{152,6 \cdot 10^{12} \text{ J}}{30 \text{ MJ/kg}} = 5087 \text{ t}$$

oder mit der Steinkohleeinheit SKE statt  $H_u$

$$m_{Sk} = \frac{Q_{zu}}{SKE} = \frac{152,6 \cdot 10^{12} \text{ J}}{2,93 \cdot 10^{10} \text{ J}} = 5207 \text{ t}$$

erhält man den Tagesbedarf von Steinkohle für dieses Kraftwerk.

##### c Lösungsmöglichkeit 3: Dreisätze

Die Aufgabe kann mit einer Reihe von Dreisätzen gelöst werden (Ich sehe schon die Stirn runzelnden Kollegen :-):

Leistung  $P_{ab} = 500 \text{ MW}$  bedeutet:

Das Kraftwerk liefert 500 MJ elektrische Energie in 1 Sekunde.

Wie viel elektr. Energie liefert es an einem Tag?

$$500 \text{ MJ} \Leftrightarrow 1 \text{ Sekunde}$$

$$x? \Leftrightarrow 1 \text{ Tag}$$

$$x = 500 \text{ MJ} \cdot \frac{1 \text{ Tag}}{1 \text{ s}} = 500 \text{ MJ} \cdot \frac{24 \cdot 3600 \text{ s}}{1 \text{ s}} = 43,2 \cdot 10^6 \text{ MJ}$$

Wirkungsgrad  $\eta_{ges} = 0,283$  bedeutet:

Das Kraftwerk wandelt 1 MJ Wärmeenergie in 0,283 MJ elektrische Energie um.

Wie viel Wärmeenergie benötigt es für  $43,2 \cdot 10^6 \text{ MJ}$ ?

$$1 \text{ MJ} \Leftrightarrow 0,283 \text{ MJ}$$

$$x? \Leftrightarrow 43,2 \cdot 10^6 \text{ MJ}$$

$$x = 1 \text{ MJ} \cdot \frac{43,2 \cdot 10^6 \text{ MJ}}{0,283 \text{ MJ}} = 152,65 \cdot 10^6 \text{ MJ}$$

Heizwert  $H_u = 30 \text{ MJ/kg}$  bedeutet:

1 kg Steinkohle liefert 30 MJ Wärmeenergie.

Wie viel Steinkohle wird für  $152,6 \cdot 10^6 \text{ MJ}$  Wärmeenergie benötigt?

$$1 \text{ kg} \Leftrightarrow 30 \text{ MJ}$$

$$x? \Leftrightarrow 152,65 \cdot 10^6 \text{ MJ}$$

$$x = 1 \text{ kg} \cdot \frac{152,65 \cdot 10^6 \text{ MJ}}{30 \text{ MJ}} = 5,1 \cdot 10^6 \text{ kg} = 5100 \text{ t}$$

oder:

Steinkohleeinheit tSKE =  $2,93 \cdot 10^{10} \text{ J}$  bedeutet:

1 t Steinkohle liefert  $2,93 \cdot 10^{10} \text{ J}$  Wärmeenergie.

Wie viel Steinkohle wird für  $152,6 \cdot 10^6 \text{ MJ}$  Wärmeenergie benötigt?

$$1 \text{ t} \Leftrightarrow 2,93 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

$$x? \Leftrightarrow 152,65 \cdot 10^6 \text{ MJ}$$

$$x = 1 \text{ t} \cdot \frac{152,65 \cdot 10^6 \text{ MJ}}{2,93 \cdot 10^{10} \text{ J}} = 5,2 \cdot 10^3 \text{ t} = 5200 \text{ t}$$

Die letzten Werte sind der Tagesbedarf an Steinkohle für das Kraftwerk in der Aufgabe.

Die unterschiedlichen Ergebnisse entstehen wegen der unterschiedlichen Tabellenwerte für den Heizwert von Steinkohle.

<sup>1</sup> Die Steinkohleeinheit wird verwendet, um den Energieinhalt von Kohle verschiedener Herkunft und anderer Primärenergieträger zu vergleichen. SKE ist der Heizwert einer bestimmten Steinkohlesorte bezogen auf ein Kilogramm (kgSKE) oder eine Tonne (tSKE).



3 HP 2002/03-4 Ottomotor

3.1 Im Folgenden ist die Erdbeschleunigung  $g$  nur wegen des hohen Wiedererkennungswertes mit  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  eingesetzt. Für praktische Berechnungen genügt in der Regel  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

a Lösungsmöglichkeit 1: kompakte Formel

Die Leistung an der Pumpe

$$P_P = P_M \cdot \eta_P \cdot \eta_L = 8 \text{ kW} \cdot 0,7 \cdot 0,9 = 5,04 \text{ kW}$$

ist Energie pro Zeit bzw. Arbeit pro Zeit  $P_P = \frac{W_P}{t}$ .

Die Pumpe verrichtet Arbeit, indem sie die Gewichtskraft von Wasser auf die Förderhöhe  $h$  pumpt, also Arbeit = Kraft x Weg bzw.  $W = F_{GH20} \cdot h$ . Die Kraft entsteht durch die Wirkung der Erdbeschleunigung<sup>1</sup>  $g$  auf die Masse des Wassers  $F_{GH20} = m_{H20} \cdot g$ . Mit seiner Dichte  $\rho = \frac{m}{V}$  rechnet man die Masse des Wassers in das entsprechende Volumen um. Solange Masse und Volumen auf die Zeit bezogen sind, kann man sie analog zur Leistung (=Energiestrom)  $P = \frac{W}{t}$

als Massenstrom  $\dot{m} = \frac{m}{t}$  bzw. Volumenstrom  $\dot{V} = \frac{V}{t}$  betrachten.

Nach diesen Überlegungen kann man eine Formel für die Pumpenleistung aufstellen:

$$P_M \cdot \eta_P \cdot \eta_L = P_P = \frac{W_P}{t} = \frac{F}{t} \cdot h = \frac{m}{t} \cdot g \cdot h = \frac{V}{t} \cdot \rho \cdot g \cdot h$$

$$\rightarrow V_{H20} = \frac{P_M \cdot \eta_P \cdot \eta_L \cdot t}{\rho_{H20} \cdot g \cdot h}$$

Das Fördervolumen pro Minute erhält man mit  $t = 1 \text{ Minute}$ .

$$V_{H20} = \frac{P_M \cdot \eta_P \cdot \eta_L \cdot t}{\rho_{H20} \cdot g \cdot h} = \frac{8 \text{ kW} \cdot 0,7 \cdot 0,9 \cdot 1 \text{ min}}{1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 15 \text{ m}} = 2055 \text{ l} \approx 2 \text{ m}^3$$

Nicht notwendig, aber eleganter ist die Angabe des Volumenstromes, bezogen auf 1 Minute.

$$\dot{V} = \frac{V_{H20}}{t} = \frac{P_M \cdot \eta_P \cdot \eta_L}{\rho_{H20} \cdot g \cdot h} = \frac{8 \text{ kW} \cdot 0,7 \cdot 0,9}{1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 15 \text{ m}} \approx 2 \frac{\text{m}^3}{\text{min}}$$

b Lösungsmöglichkeit 2

Wer mit Leistung und Massen- und Volumenströmen Probleme hat, kann seine Rechnung von vornherein auf den geforderten Zeitraum 1 Minute beziehen, und dann mit Arbeit, Masse und Volumen rechnen. Den Lösungsweg muss man deutlich machen:

„Alle Berechnungen sind auf eine Minute bezogen.“

$$W_M = P_M \cdot 1 \text{ min} = 8 \text{ kW} \cdot 60 \text{ s} = 480 \text{ kJ}$$

ist die mechanische Energie, die der Motor an die Pumpe pro Minute abgibt. Da die Pumpe nicht verlustfrei arbeitet, muss die von der Pumpe tatsächlich abgegebene Arbeit ermittelt werden<sup>2</sup>:

$$\eta_{ges} = \eta_P \cdot \eta_L = \frac{W_P}{W_M}$$

$$\rightarrow W_P = W_M \cdot \eta_P \cdot \eta_L = 480 \text{ kJ} \cdot 0,7 \cdot 0,9 = 302,4 \text{ kJ}$$

ist die Arbeit, die die Pumpe pro Minute verrichtet. Arbeit ist Kraft x Weg, der Weg die Förderhöhe  $h$ :

$$W_P = F \cdot s \rightarrow F_{GH20} = \frac{W_P}{h} = \frac{302,4 \text{ kJ}}{15 \text{ m}} = 20,16 \text{ kN}$$

ist die Gewichtskraft des in 1 Minute angehobenen Wassers. Mit der Erdbeschleunigung ergibt es

$$F = m \cdot g \Rightarrow m_{H20} = \frac{F_{GH20}}{g} = \frac{20160 \text{ N}}{9,81 \text{ m/s}^2} = 2055 \text{ kg}$$

die Masse des pro Minute angehobenen Wassers und mit der Dichte

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V_{H20} = \frac{m_{H20}}{\rho_{H20}} = \frac{2055 \text{ kg}}{1 \text{ kg/dm}^3} = 2055 \text{ dm}^3 \approx 2 \text{ m}^3$$

das maximal mögliche Fördervolumen der Pumpe auf 15m pro Minute.

c Lösungsmöglichkeit 3: Dreisätze

Wirkungsgrad  $\eta_{ges} = 0,7 \cdot 0,9 = 0,63$  bedeutet:

Die Pumpe wandelt 1 kW Motorleistung in 0,63 kW Pumpenleistung um. Wie viel Pumpenleistung erreicht sie mit 8 kW Motorleistung?

$$1 \text{ kW} \Leftrightarrow 0,63 \text{ kW}$$

$$8 \text{ kW} \Leftrightarrow x?$$

$$x = 0,63 \text{ kW} \cdot \frac{8 \text{ kW}}{1 \text{ kW}} = 5,04 \text{ kW}$$

Pumpenleistung 5,04 kW = 5,04 kJ/s bedeutet:

Die Pumpe verrichtet eine Arbeit von 5,04 kJ je Sekunde. Wie viel Arbeit verrichtet sie in 1 Minute?

$$5,04 \text{ kW} \Leftrightarrow 1 \text{ Sekunde}$$

$$x? \Leftrightarrow 1 \text{ Minute}$$

$$x = 5,04 \text{ kJ} \cdot \frac{1 \text{ Minute}}{1 \text{ s}} = 5,04 \text{ kJ} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ s}} = 305,4 \text{ kJ}$$

Pumpenarbeit 1 J = 1 Nm bedeutet :

Mit 1 J hebt die Pumpe eine Kraft von 1 N um 1 m.

Wie viel hebt die Pumpe mit 305,4 kJ um 15 m?

$$1 \text{ J} \Leftrightarrow 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}$$

$$305,4 \text{ kJ} \Leftrightarrow x? \cdot 15 \text{ m}$$

$$x = 1 \text{ N} \cdot \frac{305,4 \text{ kJ}}{1 \text{ J}} \cdot \frac{1 \text{ m}}{15 \text{ m}} = 20,16 \text{ kN}$$

Kraft (= Masse x Beschleunigung) 1 N = 1 kgm/s<sup>2</sup> bedeutet :

Mit der Kraft 1 N kann eine Masse von 1 kg mit 1m/s<sup>2</sup> beschleunigt werden.

Welche Masse kann die Kraft 20,16 kN mit der Erdbeschleunigung  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  beschleunigen?

$$1 \text{ N} \Leftrightarrow 1 \text{ kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$20,16 \text{ kN} \Leftrightarrow x? \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$x = 1 \text{ kg} \cdot \frac{20,16 \text{ kN}}{1 \text{ N}} \cdot \frac{1 \text{ m/s}^2}{9,81 \text{ m/s}^2} = 2055 \text{ kg}$$

Die Dichte  $\rho_{H20} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$  bedeutet:

1 kg Wasser hat ein Volumen von 1 dm<sup>3</sup>.

Wie viel Volumen haben 2055 kg Wasser.

$$1 \text{ l} \Leftrightarrow 1 \text{ kg}$$

$$x? \Leftrightarrow 2055 \text{ kg}$$

$$x = 1 \text{ l} \cdot \frac{2055 \text{ kg}}{1 \text{ kg}} = 2055 \text{ l} \approx 2 \text{ m}^3$$

Fördervolumen der Pumpe pro Minute = 2 m<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> Die Vorstellung von der Erde, die an anderen Massen zieht, sei es durch unsichtbare Gravitationswellen oder geheimnisvolle Teilchen, ist natürlich vereinfacht für eben solche Geister. Schön ist, dass diese Vereinfachung für Ingenieurszwecke völlig ausreicht. Aber besser informierte Menschen wissen natürlich, dass Massen nicht „ziehen“, sondern eine Verformung der Raumzeit bewirken :-)

<sup>2</sup> Den Wirkungsgrad hätte man schon bei der Motorleistung einrechnen können.



3.2

- a Lösungsmöglichkeit 1: kompakte Formel  
Formeln aus 3.1 zusammenfassen und umstellen:

$$V_{H20} = \frac{P_M \cdot \eta_P \cdot \eta_L \cdot t}{\rho_{H20} \cdot g \cdot h} \Rightarrow t = \frac{V_{H20} \cdot \rho_{H20} \cdot g \cdot h}{P_M \cdot \eta_P \cdot \eta_L}$$

und das Volumen  $V_H = 10 \text{ m}^3$  einsetzen:

$$t = \frac{10 \text{ m}^3 \cdot 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 15 \text{ m}}{8 \text{ kW} \cdot 0,7 \cdot 0,9}$$

$$= \frac{10 \cdot 1000 \text{ dm}^3 \cdot 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 15 \text{ m}}{8000 \frac{\text{N m}}{\text{s}} \cdot 0,7 \cdot 0,9}$$

$$= 292 \text{ s} = 4,87 \text{ min}$$

- b Lösungsmöglichkeit 3: Dreisatz

Aus 3.1: Pro 1 Minute werden 2055 l Wasser gepumpt. Wie viel Zeit wird für  $10 \text{ m}^3$  benötigt?

$$1 \text{ min} \Leftrightarrow 2055 \text{ l}$$

$$x? \Leftrightarrow 10 \text{ m}^3$$

$$x = 1 \text{ min} \cdot \frac{10 \text{ m}^3}{2055 \text{ l}} = 4,87 \text{ min} = 292 \text{ s}$$

4 HP 2001/02-4 Versorgung einer Stadt

- 4.1  $\eta_{ges} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 = 33\% \cdot (1 - 4\%) \cdot (1 - 2\%)$   
 $= 0,33 \cdot 0,96 \cdot 0,98 = 0,31$

$$\eta_{ges} = \frac{W_{ab}}{Q_{zu}} \rightarrow$$

$$Q_{zu} = \frac{W_{ab}}{\eta_{ges}} = \frac{74 \cdot 10^6 \text{ kWh}}{0,31} = 238 \cdot 10^6 \text{ kWh}$$

$$Q = m \cdot H_u \rightarrow m_{\text{öl}} = \frac{Q_{zu}}{H_u} = \frac{238 \cdot 10^6 \text{ kWh}}{37 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}}$$

$$m_{\text{öl}} = \frac{238 \cdot 10^9 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s}}{37 \cdot 10^6 \text{ J}} \text{ kg} = 23157 \text{ t}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow$$

$$V_{\text{öl}} = \frac{m_{\text{öl}}}{\rho_{\text{öl}}} = \frac{23,157 \cdot 10^6 \text{ kg}}{0,9 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}} = 25,8 \cdot 10^6 \text{ dm}^3$$

$$V_{\text{Eimw}} = \frac{V_{\text{öl}}}{n_{\text{Eimw}}} = \frac{25,8 \cdot 10^6 \text{ dm}^3}{22000}$$

$$= 1173 \text{ l Öl pro Einwohner und Jahr}$$

Der Ölverbrauch würde insgesamt 25,8 Mio. Liter und je Einwohner 1173 Liter betragen.

- 4.2 Um die Strahlungsintensität (= Strahlungsleistung pro Fläche) und Kollektorfläche in Strahlungsleistung umzurechnen, findet man keine Formel im Tabellenbuch. Da hilft nur Verstand und notfalls ein Dreisatz. Wenn man dann darauf achtet, dass die Einheiten aufgehen, kann eigentlich nichts mehr schief gehen:

$$P_{zu} = \text{Solarstrahlungsintensität} \cdot \text{Kollektorfläche}$$

$$= \frac{1000 \text{ W}}{\text{m}^2} \cdot 300 \text{ m}^2 = 300 \text{ kW}$$

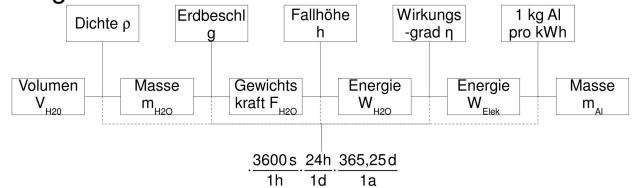
$$W_{zu} = P_{zu} \cdot t = 300 \text{ kW} \cdot 1100 \text{ h} = 330 \text{ MWh}$$

$$W_{\text{Solarstrom}} = W_{zu} \cdot \eta = 330 \text{ MWh} \cdot 11\% = 36,3 \text{ MWh}$$

$$\text{Anteil} = \frac{W_{\text{Solarstrom}}}{W_{ges}} = \frac{36,3 \text{ MWh}}{74 \cdot 10^6 \text{ kWh}} = 0,00049 = 0,049\%$$

5 HP 2008/09-2 Aluminiumerzeugung

- 5.1 Bevor man losrechnet, sollte man sich über den Weg im Klaren sein:



- a Lösungsmöglichkeit 1: kompakte Formeln

$$\dot{m}_{Al} = \dot{V}_{H_2O} \cdot \rho_{H_2O} \cdot g \cdot h \cdot \eta_{LWK} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{15 \text{ kWh}}$$

$$= 100 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m} \cdot 0,92 \cdot \frac{1 \text{ kg}}{15 \text{ kWh}}$$

$$\dot{m}_{Al} = 300,8 \frac{\text{kg}}{\text{h}} = 2637 \frac{\text{t}}{\text{Jahr}}$$

- b Lösungsmöglichkeit 2a:

Eine elegante Rechnung verwendet die zeitbezogenen Größen  $\dot{V}$  (Volumenstrom),  $\dot{m}$  (Massenstrom) und  $P$  (Leistung = Energiestrom). ( $\dot{F}$  ist nicht üblich.)

$$\dot{m}_{H_2O} = \dot{V}_{H_2O} \cdot \rho_{H_2O} = 100 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 100 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$P_{H_2O} = \dot{m}_{H_2O} \cdot g \cdot h = 100 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m} = 4,905 \cdot 10^6 \text{ W}$$

$$P_{el} = \eta_{LWK} \cdot P_{H_2O} = 0,92 \cdot 4,905 \cdot 10^6 \text{ W} = 4,513 \cdot 10^6 \text{ W}$$

$$\dot{m}_{Al} = P_{el} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{15 \text{ kWh}} = 4,513 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{15 \text{ kWh}} = 300,8 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$\dot{m}_{Al} = 300,8 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \cdot \frac{24 \text{ h}}{\text{Tag}} \cdot \frac{365,25 \text{ Tage}}{\text{Jahr}} = 2637 \frac{\text{t}}{\text{Jahr}}$$

- c Lösungsmöglichkeit 2b:

Wer mit Strömen (=Größen pro Zeit) Probleme hat, kann die Zeit aus den Formeln herausnehmen (z.B. "Ich rechne für 1 Sekunde..."). Im Vorschlag stehen die Zeiträume im Index: Sekunde s, Stunde h (lat. hora), Tag d (lat. dies) und Jahr a (lat. annus).

$$m_{H_2O;1s} = V_{H_2O;1s} \cdot \rho_{H_2O} = 100 \text{ m}^3 \cdot 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 100 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$F_{H_2O;1s} = m_{H_2O;1s} \cdot g = 100 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0,981 \cdot 10^6 \text{ N}$$

$$W_{H_2O;1s} = F_{H_2O;1s} \cdot h = 0,981 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot 5 \text{ m} = 4,905 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$W_{H_2O;1h} = W_{H_2O;1s} \cdot 3600 = 4,905 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot 3600$$

$$= 4,905 \cdot 10^6 \text{ Wh} = 4,905 \cdot 10^3 \text{ kWh} (= 17,66 \cdot 10^9 \text{ J})$$

$$W_{H_2O;1a} = W_{H_2O;1h} \cdot 24 \cdot 365,25 = 4,905 \cdot 10^3 \text{ kWh} \cdot 8766$$

$$= 43,00 \cdot 10^6 \text{ kWh} (= 154,8 \cdot 10^{12} \text{ J})$$

$$W_{el;1a} = W_{H_2O;1 \text{ Jahr}} \cdot \eta_{LWK} = 43,00 \cdot 10^3 \text{ kWh} \cdot 0,92$$

$$= 39,56 \cdot 10^6 \text{ kWh} (= 142,4 \cdot 10^{12} \text{ J})$$

$$m_{Al;1a} = \frac{1 \text{ kg}}{15 \text{ kWh}} \cdot W_{el;1a} = \frac{1 \text{ kg} \cdot 39,56 \cdot 10^6 \text{ kWh}}{15 \text{ kWh}} = 2637 \text{ t}$$

- d Lösungsmöglichkeit 3: Dreisatz

(hier nicht mehr vorgestellt)



5.2

a Lösungsmöglichkeit 1: kompakte Formel

$$m_{Sk} = \frac{W_{1t, Al}}{H_u \cdot \eta_{SKK}} = \frac{1000 \cdot 15 kWh}{2,93 \cdot 10^{10} Ws \cdot \frac{1h}{3600s} \cdot 0,38}$$

$$= \frac{39,47 MWh}{8,14 MWh} = 4,85 t_{\text{Steinkohle je t Al}}$$

b Lösungsmöglichkeit 2

spezifischer Energiebedarf für die Elektrolyse von Al

$$w_{el} = \frac{15 kWh}{kg_{Al}} = \frac{15 kW \cdot 3600s}{kg_{Al}} = \frac{54 MJ}{kg_{Al}}$$

$$q = \frac{w_{el}}{\eta_{SKK}} = \frac{15 kWh/kg_{Al}}{0,38} = 39,47 \frac{kWh}{kg_{Al}}$$

$$= 39,47 \frac{kW \cdot 3600s}{kg_{Al}} = 142,1 \frac{MJ}{kg_{Al}}$$

$$H_u = \frac{Q}{m_{Sk}} = \frac{q \cdot m_{Al}}{m_{Sk}} \rightarrow$$

$$\frac{m_{Sk}}{m_{Al}} = \frac{q}{H_u} = \frac{142,1 MJ/kg_{Al}}{29,3 MJ/kg_{Sk}} = 4,850 \frac{kg_{Sk}}{kg_{Al}} = 4,850 \frac{t_{Sk}}{t_{Al}}$$

c Lösungsmöglichkeit 3: Dreisatz

6 Wirkungsgrad eines Motors

In Strömen berechnet (Volumenstrom  $\dot{V}$  = Volumen pro Zeit; Massenstrom  $\dot{m}$  = Masse pro Zeit, Leistung  $P$  = Energiestrom  $\dot{W}$  = Energie pro Zeit):

$$\eta = \frac{P}{\dot{W}} = \frac{P}{\dot{V} \cdot \rho_{Benzin} \cdot H_u} = \frac{2 kW}{2 \frac{l}{h} \cdot 0,75 \frac{kg}{dm^3} \cdot 43 \frac{MJ}{kg}}$$

$$= \frac{2 kW \cdot 3600 s}{2 \cdot 0,75 kg \cdot 43 \frac{MJ}{kg}} = \frac{7,2 MJ}{64,5 MJ} = 0,112$$

In Energien berechnet (bezogen auf 1 Stunde):

$$\eta = \frac{W_{1h}}{m_{1h} \cdot H_u} = \frac{P \cdot 1h}{\dot{V} \cdot 1h \cdot \rho_{Benzin} \cdot H_u}$$

$$= \frac{2 kW \cdot 1h}{2 \frac{l}{h} \cdot 1h \cdot 0,75 \frac{kg}{dm^3} \cdot 43 \frac{MJ}{kg}} = \frac{2 kW \cdot 3600 s}{2 \cdot 0,75 kg \cdot 43 \frac{MJ}{kg}} = 0,112$$

7 HP 2000/01-4 Stromerzeuger

7.1 Alle Berechnungen sind auf 1 Stunde bezogen:

$$P_M = \frac{W_M}{t} \Rightarrow W_M = P_M \cdot t = 5 kW \cdot 1h = 5 kWh$$

$$= 5 kW \cdot 3600 s = 18 MJ$$

$$\eta_M = \frac{W_M}{Q_{zu}} \Rightarrow Q_{zu} = \frac{W_M}{\eta} = \frac{18 MJ}{35\%} = 51,4 MJ$$

$$Q_{zu} = m \cdot H_u \Rightarrow m = \frac{Q_{zu}}{H_u} = \frac{51,4 MJ}{43 \frac{MJ}{kg}} = 1,196 kg$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{1,196 kg}{0,73 \frac{kg}{dm^3}} = 1,64 l$$

Der Benzinverbrauch beträgt 1,64 l je Stunde.

$$7.2 \quad \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m_{H2O} = V \cdot \rho = 30 l \cdot 1 \frac{kg}{dm^3} = 30 kg$$

$$Q_{zu} = m \cdot \Delta T \cdot c = 30 kg \cdot (100 - 20)^\circ C \cdot 4,18 \frac{kJ}{kgK}$$

$$= 10032 kJ$$

$$\eta_{Koch} = \frac{P_{Koch}}{P_E} \rightarrow$$

$$P_{Koch} = P_E \cdot \eta_{Koch} = 3,5 kW \cdot (1 - 20\%) = 2,8 kW$$

$$P_{Koch} = \frac{Q_{zu}}{t} \Rightarrow$$

$$t = \frac{Q_{zu}}{P_{Koch}} = \frac{10032 kJ}{2,8 kW} = 3583 s = 59,7 min$$

Man braucht fast eine Stunde, um das Wasser auf 100°C zu erhitzen.

8 HP 1999/00-3 Wärmekraftwerk

$$8.1 \quad \eta_{ges} = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} \Rightarrow P_{zu} = \frac{P_{ab}}{\eta_{ges}} = \frac{300 MW}{0,281} = 1068 MW$$

$$P_{zu} = \frac{W_{zu}}{t} \rightarrow$$

$$W_{zu} = P_{zu} \cdot t = 1068 MW \cdot 24 h = 25623 MWh$$

$$= 92,24 \cdot 10^6 MJ = Q_{zu}$$

$$Q_{zu} = m \cdot H_u \rightarrow$$

$$m = \frac{Q_{zu}}{H_u} = \frac{Q_{zu}}{SKE} = \frac{92,24 \cdot 10^6 MJ}{29,3 \frac{MJ}{kg}} = 3148 t$$

Der Tagesbedarf des Kraftwerkes beträgt 3148 t Steinkohle.

8.2 Alle Berechnungen sind auf 1 Sekunde bezogen:

$$P_{ab} = \frac{Q_{ab}}{t} \Rightarrow Q_{ab} = P_{ab} \cdot t = 600 \frac{MJ}{s} \cdot 1s = 600 MJ$$

$$Q_{ab} = m \cdot \Delta T \cdot c \Rightarrow$$

$$m = \frac{Q_{ab}}{\Delta T \cdot c} = \frac{600 MJ}{3^\circ C \cdot 4,18 \frac{kJ}{kgK}} = 47800 kg$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{47800 kg}{1 \frac{kg}{dm^3}} = 47800 l = 47,8 m^3$$

Pro Sekunde werden 47,8 m<sup>3</sup> Kühlwasser benötigt.

9 HP 2007/08-1 Brennholzspalter

9.1 Wärmebedarf je Takt

$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T \rightarrow$$

$$m_{Luft} = \frac{P_1 \cdot V_1}{R_i \cdot T_1} = \frac{1 bar \cdot 125 cm^3}{0,287 \frac{kJ}{kgK} \cdot (273 + 20) K}$$

$$10^5 \frac{N}{m^2} \cdot 125 \cdot 10^{-6} m^3$$

$$m_{Luft} = \frac{10^5 \frac{N}{m^2} \cdot 125 \cdot 10^{-6} m^3}{0,287 \frac{J}{g} \cdot 293} = 0,149 g$$

$$Q_{23} = c_v \cdot m_{Luft} \cdot \Delta T = c_v \cdot m_{Luft} \cdot (T_3 - T_2)$$

$$Q_{23} = 0,718 \frac{kJ}{kgK} \cdot 0,149 g \cdot (2273 - 633) K = 175 J$$

Mit dem Heizwert  $H_u$  und der Dichte  $\rho$  von Benzin ergibt sich der Benzinbedarf je Takt:



$$H_U = \frac{Q}{m} \rightarrow$$

$$m_{\text{Benzin pro Takt}} = \frac{Q_{23}}{H_U} = \frac{175 \text{ J}}{43 \text{ MJ/kg}} = 4,07 \text{ mg}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow$$

$$V_{\text{Benzin pro Takt}} = \frac{m_{\text{Benzin pro Takt}}}{\rho} = \frac{4,07 \text{ mg}}{0,75 \text{ kg/dm}^3} = 5,43 \text{ mm}^3$$

Da ein 4-Takt-Motor nur bei jeder 2. Kurbelwellen-Umdrehung Kraftstoff verbrennt, finden  $n/2 = 1250/2$  min Arbeitstakte pro Minute statt:

$$\dot{V}_{\text{Benzin}} = V_{\text{Benzin pro Takt}} \cdot \frac{n}{2}$$

$$\dot{V}_{\text{Benzin}} = 5,43 \text{ mm}^3 \cdot \frac{2500 \text{ Takte}}{2 \text{ min}} = 6,78 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}} = 0,41 \frac{\text{l}}{\text{h}}$$

Beachten Sie, dass die Werte für den Heizwert und die Dichte von Benzin nicht angegeben waren.

#### 10 Annahmen 2013

- Kraftstoff kostet ca. 1,50 € pro Liter und el. Strom für Kleinverbraucher ca. 25 Ct pro kWh.
- Verbrennungsmotoren haben Wirkungsgrade, die im günstigsten Fall 30% (Otto) bzw. 40% (Diesel) erreichen. In der Praxis werden es eher weniger als 25% sein. Bei der Stromerzeugung sind die Wirkungsgrade zwar auch nicht besser, aber im Unterschied zum Kraftstoff finden die größten Verluste statt, bevor der Strom bezahlt wird. Man muss bei einem E-Mobil also nur mit den Wirkungsgraden von Batterie und Motor rechnen, die man mit 75% schätzen kann. Anders formuliert: Vom gekauften Kraftstoff kann man nur  $\frac{1}{4}$  nutzen, vom gekauften Strom etwa  $\frac{3}{4}$ .

Beispiel: Ein Auto benötige 7l/100 km Kraftstoff

$$\text{Kosten}_{\text{Sprit}} = \frac{7 \text{ l} \cdot 1,50 \text{ €}}{100 \text{ km}} \approx 0,10 \frac{\text{€}}{\text{km}}$$

Energieinhalt von 7l Kraftstoff und elektr. Äquivalent:

$$E_{\text{Sprit}} = 7 \text{ l} \cdot 0,75 \frac{\text{kg}}{\text{l}} \cdot 43 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}} = 225 \text{ MJ}$$

Wenn man davon ausgeht, dass der Kraftstoff zu  $\frac{1}{4}$  ausgenutzt wird, die elektrische Energie dagegen zu  $\frac{3}{4}$ , benötigt man nur  $\frac{1}{3}$  der elektrischen (75 MJ) ggü. der chemischen (225 MJ) Energie:

$$\frac{1}{4} \cdot 225 \text{ MJ}_{\text{Sprit}} = 56,25 \text{ MJ}_{\text{Fahren}} = \frac{3}{4} \cdot 75 \text{ MJ}_{\text{el}}$$

$$\text{Kosten}_{\text{el}} = 25 \frac{0,01 \text{ €}}{\text{kWh} \cdot 3600 \text{ s}} \cdot \frac{75 \text{ MJ}}{100 \text{ km}} \approx 0,05 \frac{\text{€}}{\text{km}}$$

Die elektrische Energie zum Fahren kostet also nur etwa die Hälfte des Kraftstoffes.

Bei diesem Unterschied spielen Diesel oder Super, Tagespreise usw. keine große Rolle.

#### Keine Abi-Aufgaben

##### 11 Lithium-Ionen-Akkumulator

11.1 Spezifischer Heizwert (Benzin)  $H_U = 43 \text{ MJ/kg}$  ([EuroTabM] „Heizwert“). Umrechnung:

$$H_U = 43 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}} = 43 \frac{\text{MWh}}{\text{kg}} = 43 \frac{\text{MWh}}{\text{kg}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \approx 12 \frac{\text{kWh}}{\text{kg}}$$

Der Energiegehalt in Benzin ist pro kg etwa um den Faktor 50..80 mal größer als in einem Li-Akku.

11.2 Die Dichte von Benzin beträgt  $\rho = 0,75 \text{ kg/dm}^3$ . 50l Benzin wiegen also

$$m_{\text{Benzin}} = \rho \cdot V = 0,75 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 50 \text{ l} = 37,5 \text{ kg}$$

Mit dem Faktor 50..80 ergibt sich das Akku Gewicht

$$m_{\text{Akku}} = 37,5 \text{ kg} \cdot (50..80) \approx 2..3 \text{ t}$$

11.3 Die Wirkungsgrade von Elektromotoren betragen etwa 90%, diejenigen von Verbrennungsmotoren etwa 30%. Das bedeutet, dass der Energiegehalt eines Akkus 3mal besser ausgenutzt werden kann als der eines Kraftstofftanks, demzufolge kann der Akku auch 3mal leichter dimensioniert werden. Gegen den Verbrennungsmotor spricht, dass sein Wirkungsgrad im Teillastbetrieb noch niedriger ist. Zugunsten des E-Antriebes spricht weiterhin, dass ein Teil der Energie beim Bremsen und Bergabfahren zurückgewonnen werden kann.

##### 12 Analogien

12.1 Volumenstrom  $\dot{V}$  = Volumen  $V$  pro Zeit analog zu Leistung  $P = \dot{W}$  = Arbeit  $W$  pro Zeit

12.2  $J \leftrightarrow W$  wie  $\text{m}^3$  zu  $\text{m}^3/\text{s}$  ?

12.3 Weg  $\leftrightarrow$  Geschwindigkeit wie Arbeit  $\leftrightarrow$  Leistung?

12.4 Leistung  $\leftrightarrow$  Arbeit wie Stundenlohn  $\leftrightarrow$  Lohn ?

12.5 Tank  $\leftrightarrow$  Tanken wie Energie  $\leftrightarrow$  Leistung ?

13 Leistung  $P$  ist Energie  $W$  pro Zeit  $t$ . Der Wirkungsgrad  $\eta$  muss die erforderliche Leistung verringern. Energie ist hier die potentielle Energie. Die Masse kann mit der Dichte in ein Volumen umgerechnet werden. Das Ergebnis ist ein Volumenstrom  $\dot{V}$ , d.h. Volumen pro Zeit.

$$P = \frac{W}{t} \cdot \eta = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} \cdot \eta = \frac{V \cdot \rho \cdot g \cdot h}{t} \cdot \eta \rightarrow$$

$$\dot{V} = \frac{V}{t} = \frac{P}{\rho \cdot g \cdot h \cdot \eta} = \frac{300 \text{ W}}{1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 300 \text{ m} \cdot 0,6}$$

$$\dot{V} = 0,166 \frac{\text{l}}{\text{s}} = 10 \frac{\text{l}}{\text{min}} = 600 \frac{\text{l}}{\text{h}} = 14,4 \frac{\text{m}^3}{\text{Tag}}$$

14 Energieverbrauch  $W$  in einem Jahr:

$$W = P \cdot t = 10 \text{ W} \cdot 1 \text{ Jahr} \cdot 365 \frac{\text{Tag}}{\text{Jahr}} \cdot 24 \frac{\text{h}}{\text{Tag}} \approx 90 \text{ kWh}$$

Wegen des Wirkungsgrades muss wesentlich mehr Energie eingesetzt werden:

$$\eta = \frac{W_{\text{ab}}}{W_{\text{zu}}} \Rightarrow w_{\text{zu}} = \frac{W_{\text{ab}}}{\eta} = \frac{90 \text{ kWh}}{0,25} = 360 \text{ kWh}$$

Der spezifische Heizwert von Steinkohle beträgt  $H_U = 30..34 \text{ MJ/kg}$  ([EuroTabM] „Heizwert“). Daraus ergibt sich der Jahresbedarf an (Stein-)Kohle:

$$H_U = \frac{W}{m} \Rightarrow m = \frac{W}{H_U} = \frac{360 \text{ kWh}}{30 \text{ MJ/kg}} \approx 40 \text{ kg}$$

Wenn man annimmt, dass Steinkohle aus Kohlenstoff mit der Atommasse 12 besteht, das sich mit 2 Teilen Sauerstoff (Atommasse 16) zu  $\text{CO}_2$  (Atommasse  $12 + 2 \cdot 16 = 44$ ) verbindet, kann man ab-





schätzen, dass aus 40 kg Kohle etwa 150 kg CO<sub>2</sub> werden.

Tatsächlich wird Strom nicht nur aus Kohle produziert. Nach Angaben des Umweltbundesamtes liegt in Deutschland der CO<sub>2</sub>-Emissionsfaktor für den Strommix der letzten Jahre bei etwa 600g/kWh mit fallender Tendenz

(Quelle: <http://www.umweltbundesamt.de/energie/archiv/co2-strommix.pdf>, 19.08.2010).

Das bedeutet, dass 10W Stromverbrauch ca. 50kg CO<sub>2</sub> pro Jahr verursacht, bezogen auf den in allen deutschen Kraftwerken produzierten Strom.

- 15 Der Brennstoffverbrauch ist proportional zur Arbeit, die der Motor abgibt, deshalb wird der Brennstoffverbrauch und damit der Tank doppelt so groß:

$$W_{Doppel} = F_{Doppel} \cdot s = 2 \cdot F_{Einfach} \cdot s = 2 \cdot W_{Einfach}$$

Die Leistung hängt von Kraft und Geschwindigkeit ab und muss deshalb 4-mal so groß sein:

$$P_{Doppel} = F_{Doppel} \cdot v_{Doppel} = 2 \cdot F_{Einfach} \cdot 2 \cdot v_{Einfach} = 4 \cdot P_{Einfach}$$

- 16 Kühlschranks

- 16.1 Ein typischer Haushaltskühlschrank fasst ca. 150l. Wenn der Kühlschrank „leer“ ist, also nur Luft mit der Dichte  $\rho$  enthält, hat sie die Masse

$$m = V \cdot \rho = 150l \cdot 1,3 \frac{kg}{m^3} = 195 g$$

Um diese Luft von 21° auf 4° isobar abzukühlen, muss die Wärmemenge Q abgeführt werden

$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T = 195 g \cdot 1,05 \frac{kJ}{kgK} \cdot (21 - 4) K = 3480 J$$

Für Q wird die halbe elektrische Energie  $W_{el}$  benötigt.

$$W_{el} = \frac{Q}{2} = \frac{3480 J}{2} = 1740 J = 1740 J \cdot \frac{1 h}{3600 s} \approx 0,5 kWh$$

Bei einem Strompreis von 26 Ct/kWh (2013) kostet die offene Kühlschranktüre also 13 Ct!

Bei einem vollen Kühlschrank wird es günstiger ;-)

- 16.2 Bei isochorer Abkühlung eines Gases verhalten sich Druck und Absoluttemperatur proportional:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 1 bar \cdot \frac{(273+4) K}{(273+21) K} = 0,942 bar$$

Eine typische Kühlschranktüre hat eine Fläche von 80x50 cm<sup>2</sup>, auf die der Unterschied zwischen Außendruck  $p_1$  und Innendruck  $p_2$  wirkt:

$$F = \Delta p \cdot A = (p_1 - p_2) \cdot A = (1 - 0,942) bar \cdot 80 \cdot 50 cm^2 \approx 2300 N$$

Hinweis für Kopfrechner: Die Einheit bar ist aus der noch älteren Einheit atue (=Atmosphärenüberdruck) in kg/cm<sup>2</sup> entstanden. Damit bedeutet 0,06 bar zwar „nur“ 0,06 kg pro cm<sup>2</sup>, aber es kommt doch einiges zusammen bei 80 x 50 cm<sup>2</sup> = 4000 cm<sup>2</sup> Türfläche.

Da der Druckunterschied durchschnittlich auf die Mitte der Türe wirkt, der Türgriff aber außen liegt, muss man aufgrund der Hebelwirkung nur mit etwa der Hälfte der Kraft ziehen – aber die entspricht immer noch 115 kg!

- 17 Wasserspiele

17.1

$$P = \frac{W}{t} = \frac{V \cdot \rho \cdot h}{t} = \frac{5000 m^3 \cdot 1 \frac{kg}{dm^3} \cdot 160 m}{24 h} = 9,3 kW$$

- 18 Google-Server

$$18.1 \quad P = \frac{W}{t} = \frac{2,26 \cdot 10^6 MWh}{1 Jahr} = \frac{2,26 \cdot 10^{12} Wh}{1 Jahr \cdot \frac{365 Tage \cdot 24 Stunden}{Jahr \quad Tag}} = 258 MW$$

$$18.2 \quad \frac{2,26 \cdot 10^6 MWh}{604 TWh} = \frac{2,26}{604} = 0,37\%$$

- 19 E-Bike-Akku

Mit der Wärmekapazität von Wasser  $c = 4,18 kJ/kgK$  (→TabB) und der Definition der Kilokalorie kann man die Kilokalorie in moderne Einheiten umrechnen:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T = 1 kg \cdot 4,18 \frac{kJ}{kgK} \cdot 1 K = 4,18 kJ = 1 kcal$$

Energiedichte von Fettgewebe:

$$\frac{7000 kcal}{1 kg_{Fettgewebe}} = \frac{7000 kcal \cdot \frac{4,18 kJ}{1 kcal}}{1 kg_{Fettgewebe}} = \frac{29260 kJ}{1 kg_{Fettgewebe}} \approx \frac{30 MJ}{1 kg}$$

Fettäquivalent des Akkus:

$$m = \frac{540 Wh}{\frac{30 MJ}{1 kg}} = \frac{540 W \cdot 3600 s}{\frac{30 MJ}{1 kg}} = \frac{1,94 MJ}{\frac{30 MJ}{1 kg}} \approx 65 g$$

Der Akku enthält etwa soviel Energie wie 65g Fettgewebe.

- 20 Annahmen: A-Saft hat Dichte und Wärmekapazität wie Wasser und wird auf Körpertemperatur erwärmt. Überlegung: Mit der Definition der kcal (= Wärmemenge, um 1 kg Wasser um 1°C oder um 1 K zu erwärmen), ergibt sich, dass der A-Saft um 470K unter der Körpertemperatur liegen müsste. Dazwischen liegt noch der Phasenwechsel von flüssig zu fest mit einer spez. Schmelzwärme von  $q = 332 kJ/(kgK)$  (Eis). Der Vergleich mit der spez. Wärmekapazität  $c = 4,18 (kJ/(kgK))$  (Wasser)  $q/c = 332/4,18 = 80$  zeigt, dass Wasser zum Schmelzen etwa so viel Energie benötigt wie beim Erwärmen um 80°C. Also müsste der Apfelsaft nur 470K – 80K = 390K unter Körpertemperatur liegen. Das ist aber immer noch unter dem absoluten Nullpunkt von 0K und deshalb nicht möglich.

Lösung: Wasser trinken!

### Sonstige ohne Energie

- 21 Dichte

21.1 Ferrit:

Volumen einer Elementarzelle:

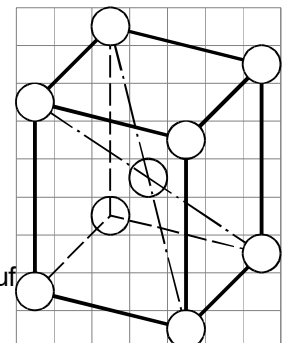
$$V = (0,286 nm)^3$$

Anzahl der Atome in einer Elementarzelle:

$$N = 8 \cdot \frac{1}{8} + 1 = 2$$

(8 Eckatome verteilen sich auf je 8 Elementarzellen)

Mit der Atommasse  $m_{Fe}$  in g pro mol erhält man die theoretische Dichte





$$\rho = \frac{N}{V} \cdot m_{Fe} = \frac{2}{(0,286 \text{ nm})^3} \cdot \frac{55,847 \text{ g}}{6,02204 \cdot 10^{23}} = 7,9 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

Praktisch ist die Dichte wegen Gitterfehlern etwas niedriger.

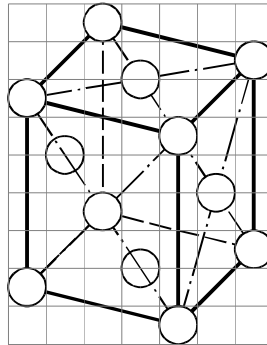
### 21.2 Austenit:

Anzahl der Atome in einer Elementarzelle:

$$N = 8 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2} = 4$$

Theoretische Dichte:

$$\rho = \frac{4}{(0,356 \text{ nm})^3} \cdot \frac{55,847 \text{ g}}{6,02204 \cdot 10^{23}} = 8,2 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$



Auch dieser Wert ist ungenau, macht aber deutlich, dass Austenit eine höhere Dichte als Ferrit besitzt.

### 21.3 Mit dem Molmassen von Eisen und Kohlenstoff kann man die Massenprozent in das Verhältnis ihrer Teilchen umrechnen:

$$\frac{\text{Masse (x mol Eisen)}}{\text{Masse (1 mol Kohlenstoff)}} = \frac{98\%}{2\%}$$

$$\frac{x \cdot 55,8 \text{ g}}{1 \cdot 12 \text{ g}} = \frac{98}{2} \Rightarrow x = \frac{98 \cdot 12}{2 \cdot 55,8} = 10,5$$

bedeutet, dass 10,5 Atome Eisen auf 1 Atom Kohlenstoff kommen (mol zu Atomen gekürzt).

Da eine Elementarzelle von Austenit 4 Atome enthält (s.o.), ist maximal 1 von 2,6 Elementarzellen mit einem Kohlenstoffatom besetzt.

### 21.4 Raum- und Kantenmitten in kfz-Gittern können durch Verschiebung des Bezugssystems ausgetauscht werden und sind deshalb gleichwertig. Wenn man sich die Eisenatome als Kugeln mit den größtmöglichen Durchmesser D denkt, haben die Lücken den Durchmesser d = 0,41 · D.

### 22 Kupferdraht

#### 22.1 10 mm

### 23 Wassermelonen

Vorher: 100%  $\approx$  10 t  $\rightarrow$  1% (Feststoff)  $\approx$  100 kg

Nachher: 2%  $\approx$  100 kg  $\rightarrow$  100%  $\approx$  5 t

Nach dem Transport unter diesen Bedingungen wiegen die Melonen nur noch die Hälfte.

### 24 Platzregen

$$24.1 \quad 20 \frac{\text{l}}{\text{m}^2} = 20 \frac{\text{dm}^3}{\text{m}^2} = 20 \frac{(0,1 \text{ m})^3}{\text{m}^2} = 20 \cdot (0,1)^3 \text{ m} = 20 \text{ mm}$$

### 24.2 Ein Fußballfeld darf international 100..110m lang und 64..75 m breit sein, das entspricht einer Fläche von etwa 0,75 ha. National kann die Fläche zw. 0,4 und 1,0 ha betragen

$$V_{H_2O} = 20 \text{ mm} \cdot 0,75 \text{ ha} = 0,020 \text{ m} \cdot 0,75 \cdot (100 \text{ m})^2 = 150 \text{ m}^3$$

### 24.3 Nasser Kies hat eine Dichte von ca. 2 t/m<sup>3</sup> (1,8 trocken). Lkws dürfen in Deutschland max. 40 t wiegen, davon sind schätzungsweise 10 t Eigengewicht

$$V_{Kies} = 0,5 \text{ m} \cdot 0,75 \text{ ha} = 3750 \text{ m}^3$$

$$m_{Kies} = V \cdot \rho = 3750 \text{ m}^3 \cdot 2 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} = 7500 \text{ t}$$

$$\text{Lkw-Fahren} = \frac{7500 \text{ t}}{40 \text{ t} - 10 \text{ t}} = 250$$

### 25 Quecksilbersäule

Dichte von Quecksilber  $\rho_{Hg} = 13,5 \text{ kg/dm}^3$

100 mm Quecksilbersäule mit 1 cm<sup>2</sup> Grundfläche:

$$\text{Volumen } V = A \cdot h = 1 \text{ cm}^2 \cdot 100 \text{ mm} = 10 \text{ cm}^3$$

$$\text{Masse } m = \rho \cdot V = 13,5 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 10 \text{ cm}^3 = 0,135 \text{ kg}$$

0,135 kg auf 1 cm<sup>2</sup> entspricht 0,135 bar.

Wer das nicht weiß, muss weiterrechnen:

Gewichtskraft

$$F_G = m \cdot g = 0,135 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1,35 \text{ N}$$

Druck

$$p = \frac{F_G}{A} = \frac{1,35 \text{ N}}{1 \text{ cm}^2} = \frac{1,35 \text{ N}}{(0,01 \text{ m})^2} = 0,135 \text{ hPa} = 0,135 \text{ bar}$$

### 26 Radiowecker

Die Anzeige des Radioweckers springt nach 50 Phasenwechseln um 1 Anzeigesekunde vor und holt bei 50,01 Hz in den folgenden 0,01 Phasenwechseln gegenüber der realen Sekunde auf.

Die Anzeigzeit läuft also 50,01/50-fach schneller als die reale Zeit. Die Zeit ist aufgeholt, wenn die Anzeigzeit um 6min = 360s größer ist als die reale Zeit:

$$t_{\text{real}} + 360 \text{ s} = t_{\text{Anzeige}} = t_{\text{real}} \cdot \frac{50,01}{50}$$

$$\Rightarrow t_{\text{real}} = \frac{360 \text{ s}}{\frac{50,01}{50} - 1} = 1,8 \cdot 10^6 \text{ s}$$

$$= 30\,000 \text{ min} = 500 \text{ h} = 20,8 \text{ d} \approx 3 \text{ Wochen}$$

Nach knapp 3 Wochen zeigt der Radiowecker wieder die korrekte Zeit an.